

DET KONGELIGE DANSKE  
VIDENSKABERNES SELSKABS SKRIFTER.

SJETTE RÆKKE.

NATURVIDENSKABELIG OG MATHEMATISK AFDELING.

TIENDE BIND.

MED 4 TAVLER.



KØBENHAVN.

HOVEDKOMMISSIONÆR: ANDR. FRED. HØST & SØN, KGL. HOF-BOGHADEL.

BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI.

1899—1902.

Pris: 10 Kr. 50 Øre.



DET KONGELIGE DANSKE  
VIDENSKABERNES SELSKABS SKRIFTER.

SJETTE RÆKKE.

NATURVIDENSKABELIG OG MATHEMATISK AFDELING.

---

TIENDE BIND.

---

MED 4 TAVLER.

---

KØBENHAVN.  
BIANCO LUNOS BOGTRYKKERI.  
1899—1902.





## INDHOLD.

---

	Side
Fortegnelse over Selskabets Medlemmer. Januar 1902 . . . . .	V.
Joel, C. Indledning i Læren om de grafiske Kurver . . . . .	1.
Billmann, Einar. Bidrag til de organiske Kvægsølvforbindelsers Kemi . . . . .	91.
Rostrup, E. og Samsøe Lund. Marktidseelen, <i>Cirsium arvense</i> . En Monografi . . . . .	149.
Christensen, A. Om Bromderivater af Chinaalkaloiderne og om de gennem disse dannede brintfattigere Forbindelser . . . . .	317.

---

44470



# FORTEGNELSE

OVER

DET KONGELIGE DANSKE VIDENSKABERNES SELSKABS MEDLEMMER.

---

JANUAR 1902.

Protektor:  
Hans Majestæt Kongen.

---

Præsident:  
*H. P. J. Jul. Thomsen.*

---

Formand for den hist.-filos. Klasse: *J. L. Ussing.*  
Formand for den naturv.-math. Klasse *S. M. Jørgensen.*

---

Sekretær: *H. G. Zeuthen.*  
Redaktør: *J. L. Heiberg.*  
Kasserer: *Fr. V. A. Meinert.*

---

Kasse-Kommissionen.  
*J. L. Ussing. P. E. Holm. T. N. Thiele. J. P. Gram.*

Revisorer.  
*H. F. A. Topsøe. P. C. Jul. Petersen.*

Ordbogs-Kommissionen.  
*Vilh. L. P. Thomsen. L. F. A. Wimmer.*

Kommissionen for Udgivelsen af et dansk Diplomatarium og  
Regesta diplomatica.

*P. E. Holm. H. F. Rørdam. Joh. C. H. R. Steenstrup.*

Udvalg for den internationale Katalog over naturvidenskabelige Arbejder.

*H. G. Zeuthen. S. M. Jørgensen. C. Christiansen. E. Warming.*  
*Fr. V. A. Meinert. Chr. Bohr.*

Medlemmer af det staaende Udvalg for den internationale Association  
af Akademier.

*H. G. Zeuthen. J. L. Heiberg.*

## Æresmedlem:

Hans kongelige Højhed Kronprins Frederik.

---

## Indenlandske Medlemmer.

*Ussing, Johan Louis*, Dr. phil., LL. D., fh. Professor i klassisk Filologi og Arkæologi ved Københavns Universitet, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Kommandør af St. Olafsordenen, Officer af den græske Frelserorden, Formand i Selskabets historisk-filosofiske Klasse.

*Thomsen, Hans Peter Jürgen Julius*, Dr. med. & phil., Geheime-Konferensraad, fh. Professor i Kemi ved Københavns Universitet og den polytekniske Lærestalt og Direktør for den polytekniske Lærestalt, Storkors af Danebrog og Danebrogsmand, dekoreret med Majestæternes Guldbrillups-Erindringstegn, Selskabets Præsident.

*Mehren, August Michael Ferdinand van*, Dr. phil., fh. Professor i semitisk-orientalsk Filologi ved Københavns Universitet, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Kommandør af den russiske St. Stanislausorden, Ridder af Nordstjernen.

*Holm, Peter Edvard*, Dr. phil., fh. Professor i Historie ved Københavns Universitet, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Ridder af St. Olafsordenen.

*Rørdam, Holger Frederik*, Dr. phil., Sognepræst i Lyngby, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand.

*Zeuthen, Hieronymus Georg*, Dr. phil., Professor i Mathematik ved Københavns Universitet og den polytekniske Lærestalt, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Ridder af Nordstjernen, Selskabets Sekretær.

*Jørgensen, Sofus Mads*, Dr. phil., Professor i Kemi ved Københavns Universitet og den polytekniske Lærestalt, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Formand i Selskabets naturvidenskabelig-mathematiske Klasse.





- Christiansen, Christian*, Dr. med., Professor i Fysik ved Københavns Universitet og den polytekniske Læreanstalt, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand.
- Fausbøll, Michael Viggo*, Dr. phil., Professor i indisk-orientalsk Filologi ved Københavns Universitet, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand.
- Thorkeleson, Jón*, Dr. phil., fh. Rektor ved Reykjavíks lærde Skole, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand.
- Krabbe, Harald*, Dr. med., Professor i Anatomi ved den Kgl. Veterinær- og Landbohøjskole, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand, Ridder af St. Olafsordenen.
- Thomsen, Vilhelm Ludvig Peter*, Dr. phil., Professor i sammenlignende Sprogvidenskab ved Københavns Universitet, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, dekoreret med Fortjenstmedaillen i Guld.
- Wimmer, Ludvig Frands Adalbert*, Dr. phil., Professor i de nordiske Sprog ved Københavns Universitet, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand.
- Topsøe, Haldor Frederik Axel*, Dr. phil., Direktør for Arbejds- og Fabrikstilsynet, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand.
- Warming, Johannes Eugenius Bülow*, Dr. phil., Professor i Botanik ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand, Ridder af den brasilianske Roseorden.
- Petersen, Peter Christian Julius*, Dr. phil., Professor i Matematik ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand.
- Thiele, Thorvald Nikolai*, Dr. phil., Professor i Astronomi ved Københavns Universitet.
- Meinert, Frederik Vilhelm August*, Dr. phil., første Inspektør ved Universitetets zoologiske Museum, Ridder af Danebrog, Selskabets Kasserer.
- Goos, August Herman Ferdinand Carl*, Dr. jur., Gehejme-Etatsraad, extraord. Assessor i Højesteret, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, dekoreret med Majestæternes Guldbryllups-Erindringstegn, Kommandør af den russiske St. Annaorden, Nordstjernen og den italienske Kroneorden.
- Rostrup, Frederik Georg Emil*, Dr. phil., Lektor i Plantepathologi ved den Kgl. Veterinær- og Landbohøjskole, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand, Ridder af Vasaordenen.
- Steenstrup, Johannes Christopher Hagemann Reinhardt*, Dr. jur. & phil., Professor Rostgardianus i nordisk Historie og Antikviteter ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand, Ridder af Æreslegionen.
- Gertz, Martin Clarentius*, Dr. phil., Professor i klassisk Filologi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand.

- Nellemann, Johannes Magnus Valdemar*, Dr. jur., kgl. Direktør i Nationalbanken, extraord. Assessor i Højesteret, Direktør ved det Classenske Fideikommis, Ridder af Elefantordenen, Storkors af Danebrog og Danebrogsmand, dekoreret med Majestæternes Guldbryllups-Erindringstegn, Storkors af Nordstjernen og den belgiske Leopoldsorden.
- Heiberg, Johan Ludvig*, Dr. phil., Professor i klassisk Filologi ved Københavns Universitet, Selskabets Redaktør.
- Hoffding, Harald*, Dr. phil. & jur., Professor i Filosofi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog.
- Kroman, Kristian Frederik Vilhelm*, Dr. phil., Professor i Filosofi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog.
- Müller, Peter Erasmus*, Dr. phil., Kammerherre, Hofjægermester, Overforster for anden Inspektion, Overinspektør for Sorø Akademis Skove, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, dekoreret med Majestæternes Guldbryllups-Erindringstegn, Kommandør af St. Olafsordenen, af den russiske St. Annaorden, af den spanske Carl III's Orden og den græske Frelserorden.
- Bohr, Christian Harald Lauritz Peter Emil*, Dr. med., Professor i Fysiologi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog.
- Gram, Jørgen Pedersen*, Dr. phil., Direktør ved Forsikringsselskaberne «Skjold» og «Hafnia» i København, Ridder af St. Olafsordenen.
- Paulsen, Adam Frederik Wivet*, Bestyrer af det danske meteorologiske Institut, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand.
- Valentiner, Herman*, Dr. phil., Direktør for Forsikringsselskabet «Dan» i Fredericia.
- Erslev, Kristian Sofus August*, Dr. phil., Professor i Historie ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog.
- Fridericia, Julius Albert*, Dr. phil., Professor i Historie ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog.
- Christensen, Odin Tidemand*, Dr. phil., Professor i Kemi ved den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole, Ridder af Danebrog og af St. Olafsordenen.
- Hansen, Emil Christian*, Dr. phil., Professor, Forstander for Carlsberg-Laboratoriets fysiologiske Afdeling, Ridder af Danebrog.
- Boas, Johan Erik Vesti*, Dr. phil., Lektor i Zoologi ved den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole.
- Petersen, Otto Georg*, Dr. phil., Lektor i Botanik ved den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole.

- Prytz, Peter Kristian*, Professor i Fysik ved den polytekniske Lærestalt, Ridder af Danebrog.
- Salomonsen, Carl Julius*, Dr. med., Professor i Pathologi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog, af Nordstjernen og af St. Olafsordenen.
- Sorensen, William*, Dr. phil.
- Møller, Hermann*, Dr. phil., Professor i germansk Filologi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog.
- Pechüle, Carl Frederik*, Observator ved Universitetets astronomiske Observatorium, Ridder af den russiske St. Annaorden.
- Zachariae, Georg Carl Christian v.*, Generalmajor og Chef for Generalstaben, Direktør for Gradmaalingen, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Ridder af den preussiske Røde Ørns Orden, Kommandør af den Bayerske militære Fortjenesteorden og af Æreslegionen.
- Jönsson, Finnur*, Dr. phil., Professor extraordinarius i nordisk Filologi ved Københavns Universitet.
- Müller, Sophus Otto*, Dr. phil., Direktor for Nationalmuseets første Afdeling, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand, Ridder af Æreslegionen.
- Bergb, Rudolph Sophus*, Dr. phil., midlertidig Docent i Histologi ved Københavns Universitet.
- Johannsen, Wilhelm Ludvig*, Lektor i Plantefysiologi ved den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole ved København.
- Jespersen, Jens Otto Harry*, Dr. phil., Professor i engelsk Sprog og Litteratur ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog.
- Nyrop, Kristoffer*, Dr. phil., Professor i romansk Sprog og Litteratur ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog, Officier de l'instruction publique, Ridder af den italienske Kroneorden og af Æreslegionen, dekoreret med rumænsk Fortjenstmedaille.
- Bang, Bernhard Laurits Frederik*, Dr. med., Veterinærfysikus, Professor i Veterinær-Lægevidenskab ved den kgl. Veterinær og Landbohøjskole ved København, Kommandør af Danebrog og Danebrogsmand, Kommandør af Nordstjernen, Ridder af St. Olafsordenen.
- Juel, Christian Sophus*, Dr. phil., konst. Lærer i Mathematik ved den polytekniske Lærestalt i København.
- Bahl, Frants Peter William*, Dr. theol. & phil., Professor i semitisk-orientalsk Filologi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog og af Kongeriget Sachsens Civil Fortjeneste Orden.

*Kålund, Peter Erasmus Kristian*, Dr. phil., Bibliotekar ved den Arnamagnæanske Haandskriftsamling paa Universitetsbiblioteket i København.

*Sørensen, Søren*, Dr. phil.

*Petersen, Christian Ulrik Emil*, Dr. phil., Professor i Kemi ved Københavns Universitet.

*Rosenvinge, Janus Laurits Kolderup*, Dr. phil., Docent i Botanik ved Københavns Universitet.

*Lund, Troels Frederik*, Dr. phil., Professor, Ordens-Historiograf, Ridder af Danebrog og Danebrogsmand, Ridder af den græske Frelserorden.

*Dreyer, Johan Ludvig Emil*, Dr. phil., Director of the Armagh Observatory, Irland, Ridder af Danebrog.

*Jungersen, Hector Frederik Estrup*, Dr. phil., Professor i Zoologi ved Københavns Universitet, Ridder af Danebrog.

*Levinson, Georg Marius Reinald*, Inspektør ved det zoologiske Museum i København.



## Udenlandske Medlemmer.

*Styffe, Carl Gustaf*, Dr. phil., fh. Bibliothekar ved Universitetsbibliotheket i Upsala.

*Hooker, Sir Joseph Dalton*, M.D., D.C.L., LL.D., fh. Direktor for den Kongelige Botaniske Have i Kew, Medlem af Royal Society i London, The Camp, Sunningdale, Berkshire.

*Böttlingk, Otto*, Dr. phil., kejserlig russisk virkelig Gehejmraad, Medlem af det Kejserl. Videnskabernes Akademi i St. Petersburg, i Leipzig.

*Bugge, Elsens Sophus*, Dr. phil., LL.D., Professor i sammenlignende indoeuropæisk Sprogforskning og Oldnorsk ved Universitetet i Kristiania.

*Lubbock, Sir John*, Baronet, D.C.L., LL.D., Vicekansler for Universitetet i London, High Elms Down, Kent.

*Huggins, Sir William*, K.C.B., D.C.L., LL.D., fysisk Astronom, Præsident for Royal Society i London.

*Salmon, Rev. George*, D.D., D.C.L., LL.D., Medlem af Royal Society, Provost of Trinity-College i Dublin.

*Cremona, Luigi*, Dr. phil., Senator, Professor i Mathematik ved Universitetet og Direktor for Ingeniørskolen i Rom.

*Delisle, Léopold-Victor*, Medlem af det franske Institut, Direktor for Bibliothèque Nationale i Paris, Kommandør af Danebrog.

*Struve, Otto Wilhelm*, Gehejmraad, Dr. phil., fhv. Direktor for Observatoriet i Pulkova, Karlsruhe.

*Lord Kelvin, William Thomson*, Dr. med., D.C.L., LL.D., Medlem af Royal Society, fh. Professor i Fysik ved Universitetet i Glasgow.

*Tait, P. Guthrie*, Dr. phil., Professor i Fysik ved Universitetet i Edinburgh.

*Malmström, Carl Gustaf*, Dr. phil., fh. kgl. svensk Rigsarkivar, Stockholm.

*Cleve, Per Theodor*, Dr. phil., Professor i Kemi ved Universitetet i Upsala, Ridder af Danebrog.



- Berthelot, Pierre-Eugène-Marcellin*, Senator, Medlem af det franske Akademi, livsvarig Sekretær ved Académie des Sciences, fh. Professor i Kemi ved Collège de France i Paris.
- Retzius, Magnus Gustav*, Dr. med. & phil., fh. Professor i Histologi ved det Karolinske mediko-kirurgiske Institut i Stockholm.
- Boissier, M.-L.-Gaston*, Medlem af det franske Akademi, Professor i latinsk Poesi ved Collège de France, Paris.
- Paris, Gaston-Bruno-Paulin*, Medlem af det franske Akademi, Professor i middelalderligt fransk Sprog og Litteratur ved Collège de France og Direktør for samme, Paris.
- Conze, Alexander Christian Leopold*, Dr. phil., Professor, Generalsekretær ved Direktionen for det tyske arkæologiske Institut, Berlin.
- Maurer, Konrad v.*, Dr. phil., Professor i nordisk Retshistorie ved Universitetet i München, Kommandør af Danebrog.
- Areschoug, Frederik Vilhelm Christian*, Dr. phil., fh. Professor i Botanik ved Universitetet og Direktør for den botaniske Have i Lund.
- Kölliker, Albert von*, Dr. med., Gehejmerraad, Professor i Anatomi ved Universitetet i Würzburg.
- Leydig, Franz von*, Dr. med., Gehejmemedicinalraad, fh. Professor i Anatomi, Würzburg.
- Odhner, Clas Teodor*, Dr. phil., kgl. svensk Rigsarkivar, Stockholm.
- Storm, Gustav*, Dr. phil., Professor i Historie ved Universitetet i Kristiania.
- Heinzel, Richard*, Dr. phil., Professor i germansk Filologi ved Universitetet i Wien.
- Meyer, Marie-Paul-Hyacinthe*, Medlem af det franske Institut, Direktør for École des Chartes, Professor i sydeuropæiske Sprog og Litteraturer ved Collège de France, Paris.
- Sievers, Eduard*, Dr. phil., Professor i germansk Filologi ved Universitetet i Leipzig.
- Wundt, Wilhelm*, Dr. phil., Professor i Filosofi ved Universitetet i Leipzig.
- Zeller, Eduard*, Dr. phil., Gehejmerraad, Professor i Filosofi ved Universitetet i Berlin.
- Leffler, Gösta Mittag-*, Dr. phil., Professor i Mathematik ved Højskolen i Stockholm, Kommandør af Danebrog.
- Lilljeborg, Vilhelm*, Dr. med. & phil., fh. Professor i Zoologi ved Universitetet i Upsala.
- Nathorst, Alfred Gabriel*, Dr. phil., Professor, Intendant ved Riksmuseets botanisk-palæontologiske Afdeling i Stockholm.
- Gegenbaur, Carl*, Dr. med., Professor i Anatomi ved Universitetet i Heidelberg.
- Mendeleef, Dimitrij J.*, Dr., Professor i Kemi ved Universitetet i St. Petersburg.

#### XIV

- Darbona, Gaston*, livsvarig Sekretær ved Académie des Sciences, Dekan og Professor i Mathematik ved Faculté des sciences i Paris.
- Lindström, Gustav*, Dr. phil., Professor, Intendant ved Riksmuseets palæozoologiske Afdeling i Stockholm.
- Sars, Georg Ossian*, Professor i Zoologi ved Universitetet i Kristiania.
- Agassiz, Alexander*, Professor, Curator ved the Museum of Comparative Zoölogy, Harvard College, Cambridge, Mass.
- Tieghem, Philippe van*, Medlem af det franske Institut, Professor i Botanik ved Muséum d'histoire naturelle i Paris.
- Ascoli, Graziadio Isaia*, Senator, Professor i sammenlignende Sprogvidenskab ved det kongelige Institut i Milano.
- Bücheler, Franz*, Dr. phil., Gehejmeregeringsraad, Professor i klassisk Filologi ved Universitetet i Bonn.
- d'Ancona, Alessandro*, Professor i italiensk Litteratur ved Universitetet i Pisa.
- Aufrecht, Theodor*, Dr. phil., fh. Professor i indisk Sprog og Litteratur ved Universitetet i Bonn.
- Benndorf, Otto*, Dr. phil., Gehejmeraad, Professor ved Universitetet og Direktør for det k. k. østerrikske arkæologiske Institut i Wien.
- Bréal, Michel-Jules-Alfred*, Medlem af det franske Institut, Professor i sammenlignende Sprogvidenskab ved Collège de France, Paris.
- Brefeld, Oscar*, Dr. phil., fh. Professor i Botanik, Direktør for det botaniske Institut i Münster, Westfalen.
- Gardiner, Samuel Rawson*, LL.D., Dr. phil., fh. Professor i Historie, South Park, Sevenoaks, England.
- Tegnér, Esaias Henrik Vilhelm*, Dr. phil. & theol., Professor i østerlandske Sprog ved Universitetet i Lund, Medlem af Svenska Akademien.
- Brøgger, Waldemar Christofer*, Professor i Mineralogi og Geologi ved Universitetet i Kristiania, Ridder af Danebrog.
- Hammarsten, Olof*, Dr. med. & phil., Professor i medicinsk og fysiologisk Kemi ved Universitetet i Upsala.
- Klein, Felix*, Dr. phil., Gehejmeraad, Professor i Mathematik ved Universitetet i Göttingen.
- Schwartz, Carl Hermann Amandus*, Dr. phil., Professor i Mathematik ved Universitetet i Berlin.
- Storm, Johan Frederik Breda*, LL.D., Professor i romansk og engelsk Filologi ved Universitetet i Kristiania.

- Comparetti, Dominico*, flv. Professor i Græsk, Firenze.
- Sorel, Albert*, Medlem af det franske Institut, Professor ved l'École des Sciences politiques i Paris.
- Boltzmann, Ludwig*, Dr. phil., Professor i Fysik ved Universitetet i München.
- His, Wilhelm*, Dr. med., Gehejmerraad, Professor i Anatomi ved Universitetet i Leipzig.
- Schwendener, Simon*, Dr. phil., Professor i Botanik ved Universitetet i Berlin.
- Söderwall, Kaut Frederik*, Dr. phil., Professor i de nordiske Sprog ved Universitetet i Lund.
- Dörpfeld, Wilhelm*, Professor, Dr. phil., første Sekretær ved det tyske arkæologiske Institut i Athen.
- Goeje, Michael Johan de*, Dr. phil., Professor i de østerlandske Sprog ved Universitetet i Leiden.
- Pfeffer, Wilhelm*, Dr. phil., Gehejmeregerraad, Professor i Botanik ved Universitetet i Leipzig.
- Sickel, Theodor v.*, Dr. phil., Direktør for Istituto Austriaco di studi storici i Rom.
- Fries, Theodorus Magnus*, Dr. phil., fh. Professor i Botanik ved Universitetet og Direktør for dets botaniske Have i Upsala.
- Wittrock, Veit Brecher*, Dr. phil., Professor Bergianus og Intendant ved Riksmuseet i Stockholm.
- Bäcklund, Albert Victor*, Dr. phil., Professor i Fysik ved Universitetet i Lund.
- Hittorf, Wilhelm*, Dr. phil., Professor i Fysik ved Universitetet i Münster.
- Lord Rayleigh, John William Strutt*, Dr. phil., D. C. L., Professor i Fysik ved Royal Institution, Medlem af Royal Society, London.
- Wilamowitz-Moellendorff, Ulrich von*, Dr. phil., Gehejmerraad, Professor i klassisk Filologi ved Universitetet i Berlin.
- Collett, Robert*, Professor i Zoologi ved Universitetet i Kristiania.
- Dunér, Nils Christoffer*, Dr. phil., Professor i Astronomi ved Universitetet i Upsala.
- Schmoller, Gustav*, Dr. phil., Historiker, Professor i Statsvidenskaberne ved Universitetet i Berlin.
- Hertwig, Oscar*, Dr. med., Professor i sammenlignende Anatomi og Direktør for det anatomisk-biologiske Institut ved Universitetet i Berlin.
- Moissan, Henri*, Medlem af det franske Institut, Professor ved l'École de Pharmacie i Paris.
- Strassburger, Edward*, Dr. phil., Gehejmeregerraad, Professor i Botanik ved Universitetet i Bonn.



- Fouillée, Alfred*, Medlem af det franske Institut, fh. Professor i Filosofi, Frankrig.
- Dastre, Albert-Jules-Frank*, Professor i Fysiologi ved la Faculté des Sciences, Paris.
- Picard, Charles-Émile*, Medlem af det franske Institut, Professor i Matematik ved la Faculté des Sciences, Paris.
- Poincaré, Henri*, Medlem af det franske Institut, Professor i Matematik ved la Faculté des Sciences, Paris.
- Beneden, Édouard van*, Professor i Zoologi ved Universitetet i Liège.
- Dorn, Anton*, Dr. phil., Gehejmeraad, Direktør for den zoologiske Station i Neapel.
- Ehrlich, Paul*, Dr. med., Gehejmeraad, Direktør for det kgl. preussiske Institut for experimental Therapi i Frankfurt a. M., Ridder af Danebrog.
- Engelmann, Theodor Wilhelm*, Dr. phil., Gehejmeraad, Professor i Fysiologi ved Universitetet og Direktør for det fysiologiske Institut i Berlin.
- Flemming, Walther*, Dr. med., Gehejmeraad, Professor i Anatomi ved Universitetet i Kiel.
- Helmert, Friedrich Robert*, Dr. phil., Gehejmeregeringsraad, Professor ved Universitetet i Berlin, Direktør for den internationale Gradmaaling i Potsdam.
- Henry, Louis*, Professor i Kemi ved Universitetet i Louvain.
- Treub, Melchior*, Dr. phil., Bestyrer af den botaniske Have i Buitenzorg ved Batavia.
- Usener, Hermann*, Dr. phil., Gehejmeraad, Professor i klassisk Filologi ved Universitetet i Bonn.
- Vries, Hugo de*, Dr. phil., Professor i Botanik ved Universitetet i Amsterdam.
- Pettersson, Otto*, Dr. phil., Professor i Kemi ved Stockholms Højskole.
- Brugmann, Friedrich Karl*, Dr. phil., Professor i indo-germansk Filologi ved Universitetet i Leipzig.
- Engler, Adolph*, Dr. phil., Professor i Botanik ved Universitetet i Berlin.
- Goebel, Karl*, Dr. phil., Professor i Botanik ved Universitetet i München.
- Hoff, Jacob Heinrich van't*, Dr. phil., Professor i Kemi ved Universitetet i Berlin.
- Ramsay, William*, Professor i Kemi ved University College i London.
- Tannery, Paul*, Direktør for den franske Stats Tobaksfabriker i Pantin.

Indledning i Læren  
om  
de grafiske Kurver

af  
C. Juel.

Avec résumé en français.

---

D. Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Skr., 6. Række, naturvidenskabelig og matematisk Afd. X. 1.



Kjøbenhavn.

Bianco Lunos Kgl. Hof-Bogtrykkeri (F. Dreyer).

1899.





## Indhold.

	Side
Forord . . . . .	5.
§ 1. Indledning; det grafiske Korrespondanceprincip . . . . .	9.
§ 2. Kurven af anden Orden; den elementære Bue . . . . .	14.
§ 3. Nogle almindelige Sætninger om grafiske Kurver . . . . .	24.
§ 4. Kurven af tredje Orden . . . . .	29.
§ 5. Kurven af fjerde Orden . . . . .	41.
Résumé en français . . . . .	76.



## Forord.

Læren om grafiske Kurver er en Del af et stort og forholdsvis kun lidt bearbejdet Omraade af den rene Geometri. Herunder hører Læren om reelle Fladers Sammenhæng og desuden adskilligt andet, der nu findes spredt i forskellige Dele af Mathematiken. Mest karakteristisk for alle disse Undersøgelser er, hvad det aksiomatiske Grundlag angaar, Opfattelsen af Punktet som det materielle Punkt. Den heri liggende Punktdefinition i Modsætning til Definitionen af Punktet som Grænsen for det lille Legeme vil man maaske være tilbøjelig til at antage for uvidenskabelig. En saadan Indvending staar ganske vist i Forbindelse med den græske Mathematiks fineste Tanker, men den er til Trods herfor, og skønt den her benyttede Definition medfører visse Vanskeligheder, dog utvivlsom ikke berettiget<sup>1)</sup>.

Uvidenskabeligt er det kun at sammenblande de to Punktdefinitioner.

Det materielle Punkt har i den rene Geometri forøvrigt ingen anden fysisk Karakter, end at det er et tilstrækkelig lille Legeme, for hvilket Blyantsprikken er Type; lille er det i Forhold til de menneskelige Lemmer, det benyttede Tegnepapir o. s. v.

Fælles for hele dette Omraade er ligeledes en stærk Tilknytning til Figuren. Dog bør Henviſning til en saadan ikke uden videre benyttes som Bevis, thi ogsaa et øvet Øje kan ved en ugunstig Tegning ledes paa Vildspor; Beviserne bør ogsaa her føres gennem logiske Udviklinger, der vel have en noget anden Karakter, men derfor ikke behøve at være mindre nøjagtige end paa andre mere analytiske Omraader. Det foreliggende Arbejde skulde ogsaa give Bidrag til denne logiske Bearbejdelse, men det er naturligvis ikke udelukket, at man paa enkelte Punkter kan komme videre i eksakt Beskrivelse, end her er sket. Jeg tænker f. Eks. paa den Paastand, at en Kurve af fjerde Orden kan have et ubegrænset d. v. s. kun ved Tegnemidlerne begrænset Antal af Infleksionspar; dog er der altid angivet de Buer, hvorpaa saadanne kunne findes, og de Betingelser, Vendetangenterne skulde tilfredsstille.

Simple Sætninger henhørende til de grafiske Kurvers Theori gaa vel langt tilbage —

<sup>1)</sup> Sé Forf.'s Note «Om Punktets Definition» i Nyt Tidsskrift for Mathematik 1896, S. 7.

allerede Newton opstiller jo Formerne for (algebraiske) Kurver af tredje Orden — men den første, der udtrykkelig har formuleret almindelige, men ikke nøjagtigt beviste Sætninger om grafiske Kurver, er vistnok Möbius (se *Gesamm. Werke*, Bd. II); til ham knytter sig v. Staudt (*Geom. d. Lage* § 12 og § 15). Fra en senere Tid maa jeg særlig fremhæve Prof. Zeuthens Afhandling om Udseendet af (algebraiske) Kurver af tredje og fjerde Orden<sup>1)</sup>. *Tidsskr. f. Mathematik* 1873, S. 97; *Mathematische Annalen* Bd. 7, S. 410.

En Fremstilling fra nyere Tid haves i: Kneser, «*Einige allgemeine Sätze über die einfachsten Gestalten der ebenen Kurven*», *Math. Ann.* Bd. 41, S. 349; her findes Beviser for de fleste af de her i § 3 fremsatte Sætninger og dertil enkelte andre.

Det følgende Arbejde skulde foruden at give en Række nye Sætninger tillige forsøge at ordne det bekjendte paa en mere systematisk Maade. Idet jeg væsentlig gennemfører Læren om Kurver af tredje og fjerde Orden, haaber jeg tillige at have fremdraget i hvert Fald nogle af de Distinktioner, der i Almindelighed spille en Rolle ved grafiske Kurvers Diskussion.

I Afhandlingens § 1 har jeg først ganske kort præciseret Grundlaget og er herved uden nøjere Forklaring gaaet ud fra den Euclidiske Geometris Grundsætninger. Af Hensyn til Omprojektionerne maatte ellers adskilligt have været anderledes og mere fremmedartet. Jeg skal paa dette Sted tillige bemærke, at jeg i Overensstemmelse med hele Standpunktet ikke ser nogensomhelst Grund til for den grafiske Geometris Vedkommende at opstille særskilte Aksiomer, særlig ikke angaaende Eksistensen af, hvad man vil kalde en elementær Bue. En saadan er her simpelt hen en Del af en konvekse Polygon med tilstrækkelig mange tilstrækkelig smaa Sider.

Løvrigt er Hovedsagen i § 1 Beviset for det Princip, et specielt Korrespondanceprincip, der i det følgende hyppigt kommer til Anvendelse. Sætningen, der naturligvis ikke er af algebraisk men af kombinatorisk Natur, handler om en Korrespondens ( $x^m y^n$ ), hvor to sammenparrede Punkter  $x$  (eller  $y$ ) ikke kunne falde sammen; af denne Betingelse følger dog ingeniunde, at Korrespondancen opløser sig i flere adskilte.

Vel er Principet — der naturligvis i mere eller mindre specielle Former ogsaa tidligere er brugt i spredte Tilfælde — i flere Henseender af stærkt begrænset Anvendelighed, men det er dog væsentlig ved at have det til Raadighed, at det er lykkedes mig at faa de typiske Former for de her behandlede Kurver udskilte.

<sup>1)</sup> Fra denne Afhandling stamme alle mine Forsøg i denne Del af Geometrien: de gaa i det Hele langt tilbage, og i Aaret 1893 gav jeg i et Foredrag i Math. Forening en Fremstilling af enkelte Resultater af det følgende.

Paa dette Sted skal jeg tillige bemærke, at jeg i det foreliggende Arbejde har benyttet nogle af Prof. Zeuthen i nævnte Afhandling indførte Benævnelser paa en anden Maade end Forf. Jeg haaber, at denne Note skal være tilstrækkelig til at hindre Forveksling.



I Afhandlingens § 2 behandler jeg først Kurverne af anden Orden. Det er af flere Grunde nødvendigt først at have disses Theori sikkert, særlig for at faa fast Grund under Fødderne ved Bestemmelsen af den elementære Bue.

Ved Beviserne for de almindelige men simple Sætninger i § 3 er man paa et Omraade, hvor det ovennævnte Korrespondanceprincip ikke direkte kan anvendes. Metoden er dog for saavidt den samme, som de betragtede Korrespondenser mellem Kurvepunkt og dets Tangentialpunkt ved tilbørlig Begrænsning af Omraadet gjøres éntydige.

De sidste Sætninger i dette Afsnit ere de bekjendte om Kurver af lige og ulige Orden. Mest Interesse har vel her Beviserne for Zeuthens Sætning om Kurver, som begrænse, eller ikke begrænse, en Del af Planen.

Den næste § 4 behandler Kurverne af tredie Orden, der med de udviklede Hjælpe-midler ere lette at beherske. Interessant og karakteristisk for grafske Kurver i Modsætning til algebraiske er det, at en fuldstændig kontinuert Kurve, der har 3 Vendetangenter og ingen andre Singulariteter, nødvendigvis er af tredie Orden. Først ved denne Sætning faar forøvrigt Theorien for disse Kurver en relativ Afslutning, thi først den giver en fuldstændig Beskrivelse af Kurven. Jeg slutter med Bestemmelsen af de Kurver af 3die Orden, der have fremspringende Punkter. Dels ere de, saa vidt jeg ved, ikke for karakteriserede, dels er det nødvendigt at have disse Former til sin Raadighed, naar Typerne for Kurverne af fjerde Orden skulle opstilles.

Det sidste og største Afsnit behandler Kurverne af fjerde Orden. Interesse vil denne Undersøgelse ogsaa have for de algebraiske Kurvers Theori, da der, saa vidt jeg ved, ikke noget Steds findes en klassificerende Bestemmelse af alle mulige Former for den enkelte Gren af en Fjerdegradskurve; at hver enkelt Form vil kunne findes mange Steder, er jo en anden Sag. Kun de Kurver, der have tre Dobbeltpunkter, ere fuldt oplyste fra Formens Side, jfr. en Afhandling af A. Brill, *Über rationale Curven vierter Ordnung* (mit zwei lith. Tafeln), *Math. Annalen* Bd. 12, S. 90.

Opgaven er her for saa vidt en anden og snevrere end i Læren om de algebraiske Kurver, som man paa dette Sted ret naturligt — af de i Afh. nævnte Grunde — indskrænker sig til Kurver med en enkelt Gren; en Udvidelse heraf maatte i hvert Fald kræve særlige nye Begrænsninger. Paa den anden Side viser Afvigelsen fra de algebraiske Kurver sig deri, at her kan Antallet af Dobbelttangenter, Vendetangenter og Dobbeltpunkter hver for sig vokse over alle Grænser. Saa meget desto naturligere har det været at søge en Relation mellem disse Tal. En saadan, der er aldeles almenlydig, eksisterer nu ganske vist ikke, men følgende Sætning nærmer sig stærkt dertil: «En Kurve af fjerde Orden behøver ikke at have Dobbelttangenter, men har den saadanne, vil disses Antal være lig med Antallet af Dobbeltpunkter forøget med det halve Antal af Infleksionspunkter».

Begyndelsen gjøres naturligvis med Kurver uden Dobbelpunkter. At den nøjagtige Formulering af Beviset for de af Prof. Zeuthen fremhævede indadgaaende Buer med Infleksionspar trods al anvendt Stræben efter Korthed dog tager nogen Plads, lader sig vist neppe undgaa. Tilmed skal jeg bemærke, dels at det fundne Resultat jo stadig kommer til Anvendelse i det følgende, dels at den omvendte Sætning, nemlig at der ikke paa Kurven kan findes andre (her saakaldte isolerede) Infleksionspunkter, paa ingen Maade er umiddelbart øjensynlig.

Har Kurven Dobbelpunkter, vil der gjennem hvert saadant gaa enten ingen eller to Tangenter, der berøre udenfor Dobbelpunktet (hvor Tangenterne i dette ere antagne ikke at være Vendetangenter); Dobbelpunkterne ere i Overensstemmelse hermed enten af «første Art» eller af «anden Art». Nu bygges Diskussionen væsentligt derpaa, at alle Dobbelpunkterne i Almindelighed ere af samme Art. Der findes imidlertid en karakteristisk Undtagelse, idet de ikke behove at være af samme Art, naar Kurven har tre Dobbelpunkter. Mit Arbejde blev her noget standset ved, at jeg i Anledning af denne Undtagelse først prøvede paa at samle de Kurver, hvor Dobbelpunkterne ikke ere af samme Art, i én Hovedtype, men herved viste det sig snart, at væsentlig forskellige Former bleve satte sammen. Al Vanskelighed forsvinder imidlertid, naar man som en af Hovedtyperne vælger den, hvor Kurven kan sammensættes af Grene af ulige (her tredie) Orden. Man kan derefter let a posteriori bevise, at de nævnte specielle Kurver med 3 Dobbelpunkter alle maa findes i denne Type.

Om Resultatet i det Hele og Store kan man sige, at der til Trods for tydelige Afvigelser fra de algebraiske Kurvers Figurer, dog allerede mellem disse findes de væsentlige Typer ogsaa for de ikke algebraiske Kurver af fjerde Orden, noget man paa Forhaand paa ingen Maade kunde være sikker paa.

## § 1.

### Indledning; det grafiske Korrespondanceprincip.

De grafiske Kurver ere krumme Linier, der enten blot foreligge i en Tegning af sammenføjede, sammenhængende — kontinuerte — Buer, eller ere dannede ved Sammenføjning af perspektiviske Projektioner af et vist Antal saaledes tegnede Buer.

En kontinuert Bue dannes af en Sukcession af tilstrækkelig nær paa hinanden følgende Punkter, der ligge saaledes, at ethvert Punkt i et tilstrækkelig lille omgivende Omraade har to og kun to Nabopunkter, der ikke gribe ind i det første Punkts Omraade: et foregaaende og et efterfølgende. Ved Punkt forstaas her det materielle Punkt, for hvilket Blyantspidsen kan betragtes som Type. Naar Punktmængden er bestemt saaledes, at de Linier, der forbinde et Punkt  $M$  med dets to Nabopunkter i Forhold til den Nøjagtighed, hvormed hele Tegningen er udført, kunne betragtes som sammenfaldende, kaldes den ene eller den anden af disse Linier for Kurvens Tangent i  $M$ . Den i Tangentdefinitionen liggende Ubestemthed er ikke til at undgaa og findes under forskellige Former overalt i denne Del af Geometrien. Væsentlig er denne Opfattelse af Buen sammenfaldende med at opfatte den som en brudt Linie, dannet af tilstrækkelig mange og tilstrækkelig smaa Liniestykker, eller, som vi hellere ville sige — idet vi tænke paa den senere Indførelse af den elementære Bue — vi antage enhver her betragtet Bue sammensat af Dele af konvekse Polygoner med tilstrækkelig smaa Sider. Ere  $A, B, C, D \dots$  Punkter, der i denne Orden følge paa hinanden, er Reglen den, at man opfatter  $AB, BC, CD \dots$  som paa hinanden følgende Tangenter; Røringspunktet bliver derved Skæringspunkt mellem paa hinanden følgende Tangenter.

Det er muligt, at der forekommer enkelte Undtagelsespunkter, hvor Forbindelseslinierne med det foregaaende og det efterfølgende Punkt ikke kunne opfattes som sammenfaldende, men danne — hvad man ogsaa her vil kalde — en endelig Vinkel med hinanden. Saadanne Punkter siges at være fremspringende. Som «en uegentlig Tangent» i et fremspringende Punkt  $O$  betragtes enhver saadan Linie gennem  $O$ , der er Nabolinie til

en ret Linie, der skærer Kurven i to ved  $O$  nærliggende Punkter. Har en Bue ikke frem-springende Punkter, og er ingen endelig Del af Buen retliniet, er den kontinuerte Bue ogsaa kontinuert som Tangentfrembringelse og skal for Kortheds Skyld i det følgende kaldes fuldstændig kontinuert.

Paa Grund af de dualistisk tilsvarende Bestemmelser af Tangent og Røringspunkt kan man paa Sætninger om fuldstændig kontinuerte Buer anvende Dualitetsprincippet. Vi stille os endvidere i det følgende paa et projektivt Standpunkt, saa at en Bue godt kan være kontinuert, selv om den gaar i det uendelige, nemlig naar den (eller hver Del af den) ved en Projektion kan omformes til en kontinuert Bue, der helt ligger i det endelige.

I det følgende holde vi os væsentlig til lukkede Kurver, hvor et bevægeligt Punkt kan overskride alle Kurvens Punkter fra en Begyndelsesstilling tilbage til dette uden noget Steds at gjøre et Spring. En Kurve kan naturligvis i sædvanlig projektiv Forstand være lukket, selv om den gaar i det uendelige.

Vi ville nu betragte Forbindelsen mellem sammenhørende bevægelige Punkter paa en lukket Kurve, og kunne herved — som senere skal forklares nøjere — holde os til en ret Linie, der jo er lukket gennem det uendelige.

Et Punkt ville vi lade gennemløbe Linien kontinuert, hvorved blot skal forstaaes, at paa hinanden følgende Stillinger skulle kunne bringes til at ligge saa nær ved hinanden, som de forhaandenværende Tegnemidler tillade. Paa tilsvarende Maade skal det forstaaes, at Forbindelsen mellem Punkter  $X$  og tilsvarende Punkter  $Y$  siges at være kontinuert.

Et Punkt kan nu gennemløbe Linien i to Retninger. Retningen eller Punktets Løb er bestemt ved Angivelsen af tre Punkter  $A, B, C$  af Linien, der skulle overskrides i den opskrevne Orden.

Lad os nu betragte en saadan kontinuert Afhængighed mellem Punkter  $X$  og  $Y$  paa samme rette Linie — eller forskellige rette Linier — at der til hvert Punkt af Linien opfattet som et Punkt  $X$  svarer et og kun ét Punkt  $Y$ , og omvendt. Til et bestemt Løb for Punktrækken ( $X$ ) maa der da svare et bestemt Løb for ( $Y$ ). Naar nemlig  $X$  gennemløber sin Linie stadig i en og samme Retning, men  $Y$  i en Stilling  $Y_1$ , svarende til en Stilling  $X_1$  af  $X$ , vendte om, og nu gennemløb et Stykke af Linien i den modsatte Retning, maatte den træffe Punkter, hvor den før havde været, og til hvert af disse Punkter  $Y$  vilde der da svare to Punkter  $X$  mod Forudsætningen. Man faar derved:

- (1) I en kontinuert gjensidig éntydig Afhængighed kan man ikke vælge flere end tre Par tilsvarende Elementer vilkaarligt.

Man kan nemlig ikke lade  $A, B, C, D$  svare henholdsvis til  $A_1, B_1, C_1, D_1$ , saafremt  $ABC$  og  $ABD$  bestemme samme,  $A_1B_1C_1$  og  $A_1B_1D_1$  modsatte Løb. Selve Afhængigheden er naturligvis ikke bestemt uden ved Angivelsen af alle Par af tilsvarende Punkter.

Lad os nu udtrykkelig antage, at de to Punktrækker ligge paa samme rette Linie, og endvidere, at tilsvarende Løb ere modsatte. Naar da  $X$  gennemløber hele Linien én Gang fra en Begyndelsesstilling  $A$  tilbage til  $A$ , maa  $Y$  ogsaa have gennemløbet Linien netop én Gang — ellers vilde Afhængigheden ikke overalt være éntydig. Punktet  $X$  maa derfor have truffet sit tilsvarende Punkt  $Y$  netop to Gange o:

I en kontinuert og gjensidig éntydig Punktafhængighed paa en (2) ret Linie, hvor tilsvarende Løb ere modsatte, vil der findes netop to Punkter, der svare til sig selv.

Løbe tilsvarende Punkter samme Vej, kan Antallet af Fællespunkter blive saa stort, det skal være. Man kan dog sige, at Antallet af Fællespunkter i hvert Fald er lige, naar man blót erindrer at regne et saadant Sammenfald to Gange med, hvor  $X$  falder sammen med  $Y$ , men ogsaa efter Sammenfaldet holder sig paa samme Side af det tilsvarende Punkt.

Lad os nu antage, at der paa en ret Linie findes en kontinuert Afhængighed mellem Punkter  $X$  og Punkter  $Y$ , saaledes at der til hvert  $Y$  svarer ét Punkt  $X$ , men til hvert  $X$   $n$  Punkter  $Y$ :  $Y^1, Y^2, \dots Y^n$ . Lad os tillige forudsætte, at to sammenhørende Punkter  $Y$ , d. v. s. Punkter, der svare til samme  $X$ , ingensinde falde sammen. Af disse Forudsætninger følger allerede, at der til et bestemt Løb af  $X$  svarer et bestemt Løb af  $Y$ , men vi ville yderligere antage, at disse tilsvarende Løb ere modsatte og spørge da om Antallet af Fællespunkter. Da der under vore Forudsætninger i hvert Fald maa være mindst ét Fællespunkt, kunne vi gaa ud fra, at Punktet  $X$  gennemløber hele Linien én Gang ud fra et Fællespunkt  $X_0 = Y_0^1$ . De øvrige til  $X_0$  hørende Punkter være  $Y_0^2, Y_0^3 \dots Y_0^n$ , hvor Betegnelserne ere valgte saaledes, at  $X$  under sin Bevægelse først kommer til  $Y_0^2$ , dernæst til  $Y_0^3$  o. s. v. Naar  $X$  atter er falden i  $X_0$ , vil den tilsvarende Gruppe  $Y$  dække sig selv, men deraf følger ikke, at hvert Punkt  $Y$  for sig — man kan jo følge Bevægelsen af hvert enkelt saadant Punkt — atter vil falde i sin oprindelige Stilling. Man kan end-ogsaa let se, at dette ikke er muligt; da nemlig to sammenhørende Punkter  $Y$  ikke kunne falde sammen, maa Følgeordenen i hvert Fald være den samme, som for, saa at hvert Punkt  $Y$  maa falde i sin oprindelige Stilling, naar ét Punkt gør det. Men naar  $Y^1 Y^2 \dots$  skulde falde i  $Y_0^1 Y_0^2 \dots$ , maatte hvert af disse Punkter under  $X$ 's hele Bevægelse have gennemløbet hele Linien en eller flere Gange, og altsaa hvert enkelt for sig have overskredet et fast vilkaarligt Punkt  $M$  af Linien mindst én Gang. Men til Punktet  $Y = M$  maatte der da svare mindst  $n$  Punkter  $X$  mod Forudsætningen. Man kan derimod vise, at  $Y_0^1$  netop maa falde i  $Y_0^n$ . Hvis nemlig  $Y_0^1$  faldt f. Ex. i  $Y_0^{n-1}$ , saa vilde  $Y_0^n$  falde i  $Y_0^{n-2}$ , og naar  $X$  nu gennemløber hele Linien i Retningen  $Y_0^1 Y_0^2 Y_0^3 \dots$ , saa vil derved baade Punktet  $Y^1$  og Punktet  $Y^n$  have gennemløbet Liniestykket  $Y_0^n Y_0^{n-1}$  (det, der ikke indeholder de andre sammenhørende Punkter  $Y$ ), saa at der til hvert Punkt af dette Stykke kom til at svare to Punkter  $X$  mod Forudsætningen. Den Ombytning mellem  $Y$ 's Punkter,



der udføres ved, at  $X$  gennemløber hele Linien én Gang i den angivne Retning, er som man paa den Maade ser, nødvendigvis

$$\left( Y^1 Y^2 Y^3 \dots Y^n \right).$$

Naar  $X$  nu gennemløber Intervallet  $Y_0^1 Y_0^2$ , vil det én Gang træffe  $Y^2$ , ved at gennemløbe  $Y_0^2 Y_0^3$ , én Gang træffe  $Y^3$  o. s. v.; i alt kommer der paa denne Maade svarende til de  $n$  Intervaller mellem paa hinanden følgende Punkter  $Y$  netop  $n$  Fællespunkter, altsaa tilsammen med  $A$  netop  $n + 1$ .

Dette Resultat faas iøvrigt nok saa simpelt ved at lade  $Y$  gennemløbe hele Linien én Gang, thi derved vil, som man let ser, det tilsvarende Punkt  $X$  gennemløbe Linien netop  $n$  Gange. Det førte Bevis er imidlertid medtaget, da Beviset for den følgende Sætning derved kan føres saa meget desto kortere.

- (3) Paa en ret Linie findes en kontinuert Afhængighed mellem Punkter  $X$  og  $Y$ , saaledes at der til hvert Punkt  $X$  svarer  $p$  Punkter  $Y$  og til hvert Punkt  $Y$   $q$  Punkter  $X$  (vi antage  $p > q$ ). Tillige skulle hverken to sammenhørende Punkter  $X$  eller to sammenhørende Punkter  $Y$  kunne falde sammen.

Heraf følger allerede, at naar  $X$  gennemløber et Liniestykke i en bestemt Retning, da ogsaa  $Y$  vil gjøre det, men vi forudsætte yderligere, at de to Omløbsretninger ere modsatte.

Der vil da findes  $p + q$  Fællespunkter.

Der vil nemlig efter Forudsætningerne existere mindst ét Fællespunkt  $A$ , og vi kunne tænke os, at Punktet  $X$  gennemløber hele Linien ud fra  $A = X_0^1 = Y_0^1$  gennem de paa hinanden følgende Punkter  $Y_0^2 Y_0^3 \dots Y_0^p$  tilbage til  $A$ . Efter Omløbet skal  $Y$ -Gruppen dække sig selv, saaledes at dens Følgeorden er bleven uforandret. Men da der til Punktet  $Y_0^p$  som til ethvert andet  $Y$ -Punkt af Linien skal svare  $q$  Punkter  $X$ , maa der gennem dette Punkt have forskudt sig de  $q - 1$  Punkter:  $Y^1 Y^2 \dots Y^{q-1}$ , og heller ikke flere. Naar  $X$  atter kommer tilbage til  $A$ , maa  $Y^{q-1}$  altsaa netop være falden i  $Y^p$ . Den ved Omløbet bestemte Substitution er altsaa

$$\begin{pmatrix} Y_0^1 & Y_0^2 & \dots & Y_0^{q-1} & Y_0^q & Y_0^{q+1} & \dots & Y_0^p \\ Y_0^{p-q+2} & Y_0^{p-q+3} & \dots & Y_0^p & Y_0^1 & Y_0^2 & \dots & Y_0^{p-q+1} \end{pmatrix}.$$

Intet af Punkterne  $Y$  kan  $X$  under sin Bevægelse møde flere end to Gange, men nogle af dem vil det kun møde én Gang. I Henhold til nysnævnte Skema vil  $X$  nu møde hvert af Punkterne  $Y^1 Y^2 \dots Y^q$  to Gange (hvorved Punktet  $A$  allerede er medregnet), men hvert af de øvrige Punkter  $Y^{q+1} \dots Y^p$  kun én Gang. Fællespunkternes Antal er altsaa

$$2q + p - q = p + q.$$



Hertil kan føjes følgende Bemærkninger:

1) Naar det forlanges, at et Punkt  $Y$  stadig skal bevæge sig i samme Retning og i modsat Retning af  $X$ , forhindrer dette ikke, at Hastigheden et Steds kan være uendelig lille, d. v. s. at et Punkt  $Y$  kan ligge stille, medens det tilsvarende Punkt bevæger sig et endeligt Stykke.

2) Den Betingelse, at to sammenhørende Punkter  $Y$  ikke maa falde sammen, er ikke i alle Tilfælde ubetinget nødvendig. Vi ville her nøjes med at bevise, at Sætningen bevarer sin Gyldighed, naar to sammenhørende Punkter  $Y$  i et Punkt  $A = X_0^1 = Y_0^1 = Y_0^2$  falder sammen med et tilsvarende Punkt  $X$ . I saa Fald vil der nemlig for det første ogsaa i  $A$  falde ét Punkt  $Y$  sammen med to tilsvarende Punkter  $X$ . Denne Paastand er ikke gyldig for enhver Korrespondens, men den gælder her, hvor tilsvarende Punkter  $X$  og  $Y$  bevæge sig i modsatte Retninger. Vælg vi nemlig et Punkt  $B = Y$  meget nær ved  $A$  og f. Eks. tilvenstre for  $A$ , og lade vi  $X$  bevæge sig ud fra  $A$  tilbage, ville de to tilsvarende Punkter  $Y$ , der oprindelig befandt sig i  $A$ , bevæge sig tilvenstre, og de maa altsaa begge overskride  $B$ , medens  $X$  endnu er i Nærheden af  $A$ : til Punktet  $B = Y$  svarer to Punkter  $X$ , der konvergere med  $A$ , naar  $B$  gjør det.

Lad der nu til Punktet  $A = X_1^1 = Y_0^1 = Y_0^2$  foruden  $A$  svare  $p - 2$  Punkter  $Y$  og  $q - 2$  Punkter  $X$ , og lad et Punkt  $X$  bevæge sig én Gang langs Linien fra  $A$  tilbage til  $A$ . Et Raisonnement, der i intet væsentligt er forskjelligt fra det forrige, vil da vise, at Antallet af Sammenfaldspunkter udenfor  $A$  er

$$2(q - 2) + (p - q + 2) = p + q - 2.$$

Sætningen vedbliver altsaa at gælde, naar  $A$  regnes to Gange med.

Det er væsentlig denne grafiske Korrespondensformel — en Sætning, der forøvrigt er af kombinatorisk og ikke af algebraisk Karakter — vi i det følgende ville bruge paa lukkede Kurver. En saadan kan nemlig altid gjensidig éntydig og kontinuertlig afbildes paa en Cirkels Periferi og derigjennem (f. Ex. ved stereografisk Projektion) paa en ret Linie. Dette er klart, naar Kurven ligger helt i det endelige, da der i saa Fald maa findes en Cirkel med samme Omkreds, og efter at man har valgt et Punkt  $A$  paa Kurven og et Punkt  $A_1$  paa Cirklen, kan man lade  $M$  og  $M_1$  svare til hinanden, naar  $\cup AM = \cup A_1 M_1$ .

Det samme er Tilfældet, selv om Kurven indeholder Buer, der gaa i det uendelige, thi hver af disse behøver man blot ved en bestemt men forøvrigt selvvalgt Projektion at reducere til en endelig. Ad denne Vej ses det f. Ex. tydeligt, at et Dobbelpunkt skal regnes for to forskjellige Punkter, eftersom det henregnes til den ene eller den anden af de derigjennem gaaende Buer. Ligeledes ses det, at et vilkaarligt System af Kurver altid

gjensidigt entydig og kontinuerlig kan afbildes paa et andet, saafremt blot Antallet af Kurver er det samme i begge Systemer. Noget andet direkte Analogon til Slægtssætningen eksisterer altsaa ikke for grafiske Kurver.

## § 2.

### Kurven af anden Orden; den elementære Bue.

Vi ville nu gaa over til Kurverne og begynde med Kurven af anden Orden  $G^2$  d. v. s. en lukket kontinuert Kurve, der af en vilkaarlig ret Linie højest skjæres i to Punkter. En Tangent skærer i to paa hinanden følgende Punkter og kan da ikke yderligere skære Kurven. Naar et Punkt  $M$  ud fra en Begyndelsesstilling  $A$  gennemløber Kurven tilbage til  $A$ , maa Linien  $AM$  derfor stadig bevæge sig i samme Retning ud fra Tangenten  $a$  i  $A$  og tilbage til samme Tangent. Enhver ret Linie, der skærer en  $G^2$  i ét Punkt, maa derfor skære i endnu et.

Drejer man en Tangent  $a$  om et af sine Punkter (dog ikke Røringspunktet  $A$ ) til én Side, saa faas en Linie, der ikke skærer Kurven; drejer man derimod til den anden Side, saa optræde adskilte Skæringspunkter, der i hvert Fald til at begynde med bevæge sig i modsatte Retninger paa Kurven<sup>1)</sup>. Det samme er Tilfældet, naar en bevægelig ret Linie  $p$ , der i en af sine Stillinger berører  $G^2$ , i Stedet for at dreje sig om et fast Punkt ruller videre paa en anden Kurve af anden Orden  $G_1^2$ , thi denne Bevægelse er i det første Øjeblik intet andet end en lille Drejning om et Punkt (Røringspunktet med  $G_1^2$ ).

Forbindes alle Kurvens Punkter med to faste Punkter  $A$  og  $B$  af Kurven, faas to gjensidig éntydigt forbundne Liniebundter. Den foregaaende Sætning (1) i § 1 giver da:

- (1) Af en Kurve af anden Orden kunne ikke flere end 5 Punkter vælges aldeles vilkaarligt. (Dette gjælder f. Ex. om Perimetren af en konvex Polygon.)

Kurven er naturligvis først bestemt ved alle sine Punkter.

Sætningen kan ikke vendes om, idet to éntydigt og kontinuerligt sammenparrede Liniebundter kunne frembringe en Kurve af vilkaarlig høj (lige) Orden. En saadan Kurve vil dog skæres i to og kun to Punkter af enhver ret Linie, som skærer enten det ene eller det andet af de to Liniestykker, der bestemmes ved Liniebundternes Centrér.

- (2) Kurven af anden Orden er ogsaa af anden Klasse d. v. s. gennem et vilkaarligt Punkt  $P$  af Planen gaar højest to Tangenter til Kurven. Forbindes nemlig  $P$  med et vilkaarligt Punkt  $X$  af  $G^2$ , vil Linien endnu skære Kurven i et Punkt  $Y$ , og Forbindelsen mellem Punkterne  $X$  og Punkterne  $Y$  er gjensidig éntydig. I Fald der nu

<sup>1)</sup> Denne og de øvrige her følgende Sætninger have ikke aksiomatisk Karakter, naar man erindrer at opfatte Kurven  $G^2$  som en overalt konvex Polygon.

gjennem  $P$  gaar én Tangent til Kurven, ville  $X$  og  $Y$  i Nærheden af dennes Røringspunkt og altsaa overalt gaa i modsat Retning, saa at der netop findes to Sammenfald  $\alpha$ : to Tangenter fra  $P$ . I saa Fald siges  $P$  at ligge udenfor Kurven (og Buen), eller naar  $P$  ligger nær ved Buen, at ligge paa dennes positive Side (medens  $P$  ellers ligger indenfor Kurven og paa Buens negative Side).

I Beviset have vi egentlig ikke forudsat, at Kurven ogsaa er kontinuert som Tangentfrembringelse. I Fald dette ikke er Tilfældet, skulle vi blot regne enhver Linie gennem et fremspringende Punkt, der ikke yderligere skærer Kurven, med mellem Tangenterne, om end som en uegentlig Tangent. Dette Synspunkt spiller særlig en Rolle, naar man vil anvende vore Sætninger paa en brudt Linie, hvor hver Vinkelspids er et fremspringende Punkt.

Ligger  $P$  paa en fuldstændig kontinuert Kurve, blive de to Tangenter paa hinanden følgende (om man vil, sammenfaldende); ellers ligge de to Røringspunkter i en vis Afstand fra hinanden. Overskrider  $P$  Kurven, tabs eller vindes to fra  $P$  udgaaende Tangenter eftersom man gaar fra Buens positive til dens negative Side eller omvendt.

Naar  $m$  i et Punkt  $M$  af  $G^2$  skærer en Bue af en anden Kurve af anden Orden i  $N$ , og naar Buen og  $G^2$  hverken have noget Punkt eller nogen Tangent fælles, vil  $N$  bevæge sig i en bestemt Retning paa Buen, naar  $M$  bevæger sig i en bestemt Retning paa  $G^2$ . Hvis nemlig  $N$  vendte om i  $Q$ , vilde der gennem et Punkt meget nær ved  $Q$  gaa to Tangenter, der vare meget nær ved at falde sammen, hvilket ikke kan være Tilfældet, da  $Q$  efter Forudsætningen ikke kan være meget nær ved  $G^2$ . Det forudsættes herved, at ingen af de betragtede Tangenter  $m$  gaar gennem Buens Endepunkter. Naar en Tangent  $m$  til  $G^2$  skærer Buen i et Punkt  $N$ , maa en Nabotangent til  $m$  skære i et Nabopunkt til  $N$ , med mindre  $m$  enten er en fælles Tangent eller gaar gennem et Endepunkt af Buen. Det tilsvarende kan siges om Skæringspunkterne mellem Tangenterne  $m$  til en Bue  $AB$  af en  $G^2$  og en ret Linie  $p$ , som ikke skærer eller berører Buen (men eventuelt kan indeholde dennes Endepunkter). Naar  $M$  gennemløber Buen i en bestemt Retning fra  $A$  til  $B$ , vil  $N = (mp)$  stadig bevæge sig i en bestemt Retning paa et Stykke af Linien, der er begrænset af Skæringspunkterne  $A_1$  og  $B_1$ , mellem  $p$  og Buens Endetangenter. Gennem intet Punkt af det andet af  $A_1$  og  $B_1$  begrænsede retliniede Stykke gaar altsaa nogen Tangent til Buen.

Om Kurver af anden Orden kan man ved Korrespondenssætningen bevise en Del Sætninger af speciel Karakter. Jeg nævner følgende:

Drages gennem et Punkt  $P$  udenfor en  $G^2$  rette Linier, der skære denne i to Punkter  $X$  og  $Y$ , vil Skæringspunktet mellem Tangenterne i saaledes sammenhørende Punkter gennemløbe en Kurve, der skæres i ét og kun et Punkt af enhver ret Linie, der ikke har noget Punkt fælles med  $G^2$ .

Denne Sætning har i og for sig ingen videre Betydning, men dens Bevis frembyder nogen Interesse, hvorfor det her kort skal skizzeres.

Man skal betragte den undtagelsesløs 2—2-tydige Korrespondens mellem de Punkter  $X_1$  og  $Y_1$ , hvori Linien  $l$  skæres af Kurvens Tangenter i  $X$  og  $Y$ . Her har det ikke nogensomhelst Vanskelighed at bevise, at et Punkt  $X_1$  og et tilsvarende  $Y_1$  altid løbe i modsat Retning, saafremt Linien ikke skærer Kurven, men der kommer den Mærkelighed, at ethvert Sammenfald, der virkelig giver en Løsning paa den stillede Opgave, ifølge Konstruktionen maa regnes dobbelt.

Da der nu i Korrespondensen findes to enkelte Sammenfald, der her give fremmede Løsninger, nemlig Skæringspunkterne mellem Linien og de to Tangenter, der udgaa fra  $P$ , har man foruden disse efter den almindelige Theori ét men ogsaa altid ét Dobbelt-sammenfald, der giver én virkelig Løsning (se 2) S. 13).

Endvidere: Den Opgave, i en Kurve af anden Orden at indskrive en Polygon, hvis Sider gaa gennem hver sit givne Punkt i Planen, har altid to og kun to Løsninger, naar et ulige Antal af de givne Punkter ligge udenfor Kurven; ellers kan Antallet eventuelt være et vilkaarligt lige Tal (nul indbefattet).

Lad os nu betragte to Kurver  $G^2$  og  $G_1^2$  af anden Orden, der ikke have noget Punkt fælles. Det er da muligt, at de heller ikke have nogen Tangent fælles. Hvis de have én saadan, vil Røringspunktet  $A$  mellem den fælles Tangent  $a$  og  $G^2$  ligge udenfor  $G_1^2$ . Fra alle Punkter af  $G^2$  vil der altsaa gaa to Tangenter til  $G_1^2$ . Lad os nu fra et Punkt  $X$  af  $G^2$  drage en Tangent til  $G_1^2$ , og lad den skære  $G^2$  anden Gang i  $Y$ . Forbindelsen mellem  $X$  og  $Y$  er da 2—2-tydig og tilfredsstillende i Henhold til ovenstaaende Bemærkninger de øvrige Betingelser for, at Korrespondenssætningen kan bruges. Man har altsaa:

To Kurver af anden Orden, der ikke skære hinanden, ville have 0 eller 4 fælles Tangenter.

Ligger hver af Kurverne udenfor den anden, maa der altid findes 4 Fællestangenter, thi i saa Fald maa de to Skæringspunkter mellem  $G^2$  og en bevægelig Tangent til  $G_1^2$  i et lille Øjeblik og altsaa til Stadighed gaa i modsatte Retninger, saa at der findes mindst én fælles Tangent.

Dualitetsprincippet kan naturligvis anvendes.

For at finde en almindeligere Relation mellem Antallene af fælles Punkter og fælles Tangenter til Kurver af anden Orden, ville vi først betragte det Tilfælde, at Kurverne have to og kun to Punkter fælles; de maa da nødvendigvis have fælles Tangenter, thi ellers vilde der findes ingen eller fire Skæringspunkter efter den nysnævnte Sætning. Da man derfor altid kan finde Linier, der ikke skære nogen af Kurverne, kan man, i alt Fald efter en Omprojektion, gaa ud fra, at begge Kurver ligge helt i det endelige. I Virkeligheden

benyttes dette dog kun til Afkortning af Udtrykkene, idet man ellers i Stedet for at sige: «det endelige Liniestykke  $AB$ », maatte sige: «det ved  $A$  og  $B$  begrænsede Liniestykke, der ikke indeholder noget Punkt af en bestemt fælles Tangent».

Lad nu de to Kurver være  $\alpha$  og  $\beta$ , der skære hinanden i  $A$  og  $B$  (se Fig. 1). Ved disse Punkter deles Kurven i to Buer henholdsvis  $\alpha_1$  og  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  og  $\beta_2$ , hvor Betegnelserne vælges saaledes, at  $\alpha_1$  ligger udenfor  $\beta$ , og  $\beta_1$  udenfor  $\alpha$ . Buerne  $\alpha_1$  og  $\beta_2$  begrænse da et endeligt bestemt Omraade  $\omega$ , hvis Begrænsning  $\alpha_1 + \beta_2 = \lambda$  i  $A$  og  $B$  har fremspringende Punkter. Enhver ret Linie maa skære den helt i det endelige liggende Kontur  $\lambda$  i et lige Antal Punkter, hvilket vi udtrykke ved at sige, at  $\lambda$  er af lige Orden.

Idet vi stadig gaa ud fra, at  $\alpha$  og  $\beta$  ligge helt i det endelige, er det sikkert, at det endelige Liniestykke  $AB$  — vi ville kalde det  $\overline{AB}$  med en Betegnelse, der fastholdes i det følgende — ligger indeni baade  $\alpha$  og  $\beta$ , og tillige udenfor  $\omega$ , thi  $\omega$  ligger udenfor  $\beta$ , da  $\alpha_1$  gjør det.

Vi ville nu i Kurven  $\beta$  erstatte Buen  $\beta_2$  med  $\overline{AB}$ , saa at dette Liniestykke i Forbindelse med  $\beta_1$  danner en kontinuert, om end ikke fuldstændig kontinuert Linie  $\beta^*$  af anden Orden. Fra hvert Punkt  $M$  af  $\lambda$  udgaa to (egentlige eller uegentlige) Tangenter til  $\beta^*$ , da  $\omega$  ligger udenfor denne Linie. Det almindeligvis fra  $M$  forskellige Skæringspunkt mellem  $\lambda$  og en af disse kalde vi  $P$ , og betragte Forbindelsen mellem  $M$  og  $P$ . Til hvert Punkt  $M$  svarer to Punkter  $P$ :  $P_1$  og  $P_2$  — og omvendt. Punkterne  $M$  og  $P$  kunne aabenbart kun falde sammen derved, at de i Nærheden af Sammenfaldspunktet bevæge sig i modsatte Retninger.

Lad nu Tangenterne i  $A$  og  $B$  skære  $\alpha$  henholdsvis i  $A_1$  og  $B_1$ , hvilke maa ligge paa Buen  $\alpha_1$ . Vi ville antage, at Punkterne  $AA_1B_1B$  paa  $\alpha_1$  følge paa hinanden i denne Orden, idet man ved Prøve let vil se, at der ingensomhelst

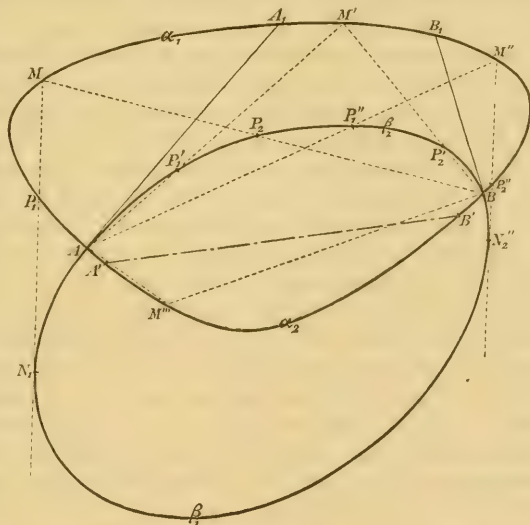


Fig. 1.



væsentlig Forskjel kommer i Slutningsrækken, selv om de nævnte Punkter følge paa hinanden i Ordenen  $AB_1A_1B$ . Vi lade nu  $M$  gjenløbe Buen  $AA_1$  af  $\alpha_1$ , ud fra  $A$ . Fra ethvert Punkt af denne Bue udgaa to Tangenter til  $\beta$ , og Røringspunktet  $N_1$  for den ene  $t_1$  af disse maa ligge paa  $\beta_1$ , medens Røringspunktet  $N_2$  for den anden  $t_2$  ligger paa  $\beta_2$ , thi de to Røringspunkter falde sammen i  $A$ , naar  $M$  falder i  $A$ , og naar  $M$  flytter sig, ville de derudfra bevæge sig i modsatte Retninger. Den fra  $t_1$  forskellige fra  $M$  udgaaende Tangent  $t_2$  til  $\beta^*$  maa være Linien  $MB$ ; denne Linie skærer nemlig baade  $\alpha_1$  og  $\beta_2$  i hver et Punkt, saa at  $B$  maa være et Punkt, der skal regnes dobbelt som Skæringspunkt mellem Linien  $MB$  og Kurven  $\lambda$  af lige Orden. Linien  $MA$  er derimod ikke Tangent, da den udenfor  $M$  og  $A$  hverken skærer  $\alpha_1$  eller  $\beta_2$ , saa at  $A$  kun skal regnes som et enkelt Skæringspunkt. Lad  $t_1$  skære  $\alpha_1$  i  $P_1$ , og  $t_2$  skære  $\beta_2$  i  $P_2$ . Begge Punkterne  $P$  bevæge sig i modsat Retning af  $M$ ;  $M$  og  $P_1$  bevæge sig nemlig i modsatte Retninger, fordi Røringspunktet  $N_1$  ligger udenfor  $\alpha$ , og  $M$  og  $P_2$  i modsatte Retninger, fordi  $P_2$  bevæger sig ud fra  $A$  ind paa  $\beta_2$ , medens  $M$  bevæger sig ud fra  $A$  ind paa  $\alpha_1$ . Naar  $M$  nu ved Bevægelsen i samme Retning paa  $\alpha$  overskrider  $A_1$ , vil  $N_2$  vedblive at ligge paa  $\beta_2$ , men ogsaa  $N_1$  vil nu rykke ind paa  $\beta_2$ , da Tangenten i  $A$  overskrides. Begge Tangenterne  $t_1$  og  $t_2$  udgaaende fra et Punkt af Buen  $A_1B_1$  af  $\alpha_1$ , ere altsaa uegentlige og falde henholdsvis i Linierne  $MA$  og  $MB$ . Punkterne  $P_1$  og  $P_2$  bevare imidlertid samme Bevægelsesretning som før. Dette er selvfølgelig for Punktet  $P_2$ 's Vedkommende; hvad Punktet  $P_1$  angaar, følger det deraf, at dette Punkt falder i  $A$ , naar  $M$  falder i  $A_1$ , og dernæst bevæger sig ind paa Buen  $\beta_2$ , thi Linien  $MA$  kan ikke yderligere skære  $\alpha$ . Dette vedbliver nu til Punktet  $M$  naar  $B_1$ , hvorefter  $N_2$  gaar over paa  $\beta_1$ , saa at  $t_2$  bliver egentlig,  $t_1$  vedblivende uegentlig Tangent; at  $P_1$  og  $P_2$  stadig bevæge sig i modsat Retning af  $M$  ses, som ovenfor ved  $M$ 's Bevægelse paa Buen  $AA_1$ . Gaar endelig  $M$  over  $B_1$  ind paa Buen  $\beta_2$ , blive begge de fra  $M$  udgaaende Tangenter til  $\beta^*$  uegentlige, og  $P_1$  ligger fast i  $A$ ,  $P_2$  fast i  $B$ . Naar  $M$  altsaa gjenløber  $\lambda$  i en bestemt Retning, ville Punkterne  $P$  gaa i modsat Retning, eller ligge stille — og omvendt paa Grund af Gjensidigheden i  $P$ 's Bestemmelse ved  $M$  og  $M$ 's ved  $P$ . Da tillige to sammenhørende Punkter  $P$  (eller  $M$ ) ikke kunne falde sammen, er Brugen af Korrespondenssætningen sikkert, og i den 2—2 tydlige Korrespondens mellem  $M$  og  $P$  maa der findes 4 Sammenfaldspunkter. Men to af disse falde i  $A$  og  $B$ , thi naar  $M$  langs  $\alpha_1$  konvergerer med  $A$ , vil Skæringspunktet mellem  $\beta_2$  og Linien  $MB$  ligeledes konvergere mod  $A$  — og paa samme Maade for  $B$ 's Vedkommende. Der findes derfor to og kun to Fællestangenter til Kurverne  $\alpha$  og  $\beta$ , thi Røringspunkterne for saadanne kunne i hvert Fald ikke ligge paa  $\alpha_2$  eller  $\beta_2$ , saa at Udeladelsen af disse Buer, henholdsvis af  $\alpha$  og  $\beta$ , ikke kan paavirke Resultatet.

Lad os nu gaa over til at antage, at de to Kurver  $\alpha$  og  $\beta$  baade have fælles



Tangenter og fælles Punkter i vilkaarligt Antal. Man er da som før nævnt berettiget til — for Korthedens Skyld — at gaa ud fra, at begge Kurverne ligge helt i det endelige. Er dette opnaaet, vide vi, at ethvert endeligt Liniestykke, som forbinder to Punkter, der ligge indeni en af Kurverne ikke yderligere kan have noget Punkt fælles med denne Kurve, og at den endelige Forbindelseslinie mellem de to Skæringspunkter ligger indeni begge Kurver. Lad nu  $A$  og  $B$  være to Skæringspunkter, der følge paa hinanden paa  $\alpha$ . En Bue  $a'$  af  $\alpha$ , der forbinder dem (og ikke indeholder andre Skæringspunkter) maa da ligge helt udenfor eller helt indeni  $\beta$ . I det sidste Tilfælde lade vi et Punkt, der gaar langs  $a'$  fra  $A$  til  $B$ , overskride  $B$  og bevæge sig langs en Bue  $\alpha_1$  af  $\alpha$  til det næste Skæringspunkt  $C$ ; denne Bue  $\alpha_1 = BC$  maa da nødvendigvis ligge udenfor  $\beta$ . Da nu  $\alpha$  og  $\beta$  ligge helt i det endelige, maa Skæringspunkternes Antal være lige; vi se altsaa, at Benævnelsen  $A_1 A_2 B_1 B_2 C_1 C_2 \dots$  af Skæringspunkterne kan vælges saaledes, at Buerne  $A_1 A_2 = \alpha_1$ ,  $B_1 B_2 = \beta_1$ ,  $C_1 C_2 = \gamma_1$ ,  $\dots$  af  $\alpha$  alle ligge udenfor  $\beta$ .

Ved en Bue begrænset af to Punkter skal stadig forstaaes den, der ikke indeholder andre Skæringspunkter. Lad nu et ved  $A_1$  eller  $A_2$  nærliggende Punkt af  $\alpha$ , der ikke ligger paa  $\alpha_1$ , være henholdsvis  $A'$  eller  $B'$  (se Fig. 1). Disse ligge indenfor  $\beta$  og forbindes med et endeligt Liniestykke  $\overline{A'B'}$ , der ikke har noget Punkt fælles med  $\beta$ . Buen  $\alpha_1$ , i Forbindelse med  $\overline{A'B'}$  danner en kontinuert Linie  $\alpha^*$  af anden Orden; en vilkaarlig ret Linie skærer nemlig  $\alpha_1$  i højest to Punkter, og en ret Linie, der skærer  $\overline{A'B'}$  i ét Punkt,  $S$ , vil desuden skære  $\alpha_1$  i ét Punkt, thi da  $S$  ligger indeni  $\alpha$ , vil Linien skære  $\alpha$  i to Punkter, der ere skilte ved  $A'$  og  $B'$ , saa at et og kun ét af Skæringspunkterne vil ligge paa  $\alpha_1$ .

De to Kurver  $\beta$  og  $\alpha^*$  have nu to og kun to Punkter fælles, og man kan anvende det nysfundne Resultat. At  $\alpha^*$  ikke er fuldstændig kontinuert spiller nemlig ingen Rolle, thi man udelader dog den Bue af  $\alpha^*$ , der ligger inden i  $\beta$ . Der findes altsaa to og kun to Røringspunkter for fælles Tangenter til  $\alpha$  og  $\beta$  paa Buen  $\alpha_1$ . Det samme gælder for de andre Buer  $\beta_1$ ,  $\gamma_1$ ,  $\dots$ . Hermed har man faaet alle fælles Tangenter til  $\alpha$  og  $\beta$ , thi intet Røringspunkt kan ligge paa de Buer af  $\alpha$ , der ligge indeni  $\beta$ . Man har altsaa følgende Sætning:

Naar to Kurver af anden Orden ingen fælles Punkter have, ville de (i) have 0 eller 4 fælles Tangenter. Have de ingen fælles Tangenter, ville de have 0 eller 4 fælles Punkter. I alle andre Tilfælde ville de to Antal være lige store — men hver for sig kan det være et vilkaarligt nok saa stort lige Tal.

En sammenhængende af to Endepunkter begrænset Del af en kontinuert Kurve af anden Orden ville vi kalde en elementær Bue, der dog ikke behøver at være fuldstændig kontinuert. Den ved Dualitetsprincippet tilsvarende Bue har den samme Karakter. I Virkeligheden vil dette ikke sige andet end, at vi ved en elementær Bue vil forstaa en vilkaarlig Del af en (projektivt opfattet) konveks Polygon.

Vi have i det foregaaende nævnt, at enhver af os betragtet Kurve skal være sammensat af et vist Antal Buer; vi ville nu præcisere dette derhen, at enhver af disse sammensættende Buer skal være en elementær Bue.

Naar man nu sammensætter to fuldstændig, kontinuerte elementære Buer  $AB$  og  $BC$  til et nyt fuldstændig kontinuert Buestykke, maa Tangenterne i  $B$  til  $AB$  og  $BC$  falde sammen i én Linie  $b$ . Der bliver da kun 4 Muligheder, der med sædvanlige Navne give Anledning til 1) et sædvanligt Kurvepunkt, 2) et Infleksionspunkt (med Vendetangent), 3) en Spids af 1ste Art, 4) en Spids af anden Art (ligeledes med Vendetangent). Se Formerne i Fig. 1. Naar nemlig de ved  $B$  tilstrækkelig nærliggende Dele af  $AB$  og  $BC$  falde paa modsatte Sider af en gennem  $B$  dragen fra  $b$  forskjellig Linie  $b'$ , have 1) eller 2), eftersom Buernes positive Sider enten støde op til hinanden eller skilles ved Buen. Paa tilsvarende Maade skjælnes 3) og 4) fra hinanden, naar de nævnte Dele ligge paa samme Side af  $b'$ .

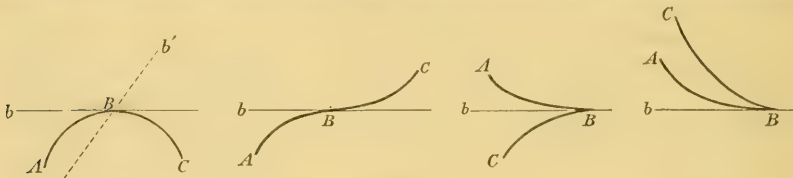


Fig. 2.

Af den elementære Bues Egenskaber faas da de følgende Sætninger (der altsaa ikke have aksiomatisk Karakter). Hermed forudsættes det bevægelige Punkt  $P$  stadig at ligge saa nær ved Tangenten  $b$ , at et saadant Røringspunkt for en fra  $P$  udgaaende Tangent til  $AC$ , der oprindeligt ligger i  $B$ , ikke ved  $P$ 's kontinuerlige Bevægelse falder udenfor nogen af Buerne  $AB$  eller  $BC$  — og vi betragte udelukkende disse Tangenter. Naar  $P$  overskrider  $b$  uden at gaa gennem  $B$ , vil der hverken vindes eller tabes nogen Tangent fra  $P$  til  $AC$  i Tilfældene 1) og 3), men derimod vil der i Tilfældene 2) og 4) vindes eller tabes to Tangenter. Overskrider  $P$  Punktet  $B$ , men ikke i Tangenten  $b$ 's Retning, vil der i Tilfældene 2) og 3) hverken vindes eller tabes nogen Tangent, men derimod vindes eller tabes to i de andre Tilfælde. Overskrider endelig  $P$  Punktet  $B$  i  $b$ 's Retning, vindes eller tabes ingen Tangent i Tilfældene 1) eller 2), medens der ellers vindes eller tabes to. Efter vore Forudsætninger er det tilmed sikkert, at man ikke paa andre end paa de her angivne Maader kan vinde eller tabe Tangenter udgaaende fra et Punkt.

Naar  $P$  gennemløber Buen  $AC$  og i  $B$  overskrider et Vendepunkt eller en Spids af første Art, vil Røringspunktet  $M$  for den fra  $P$  udgaaende Tangent, der ved  $P$ 's kontinuerlige Bevægelse falder i  $b$ , naar  $P$  falder i  $B$ , i Nærheden af  $B$  bevæge sig i modsat Retning af  $P$ . Det samme gjælder, naar  $P$  bevæger sig paa en bestemt af de to Buer,

der stode sammen i en Spids af anden Art.  $P$  og  $M$  kunne endvidere kun falde sammen i et af de her nævnte Punkter.

Paa alle disse Sætninger kan man anvende Dualitetsprincippet. Anvendes dette, bevare Punkterne 1) og 4) deres Karakter, medens 2) og 3) ombyttes.

Ruller en Tangent  $m$  paa en Kurve, idet Røringspunktet  $M$  bevæger sig i samme Retning, vil et af Skæringspunkterne  $P$  med en anden Kurve — eventuelt selve Kurven — stadig kunne holdes adskilt fra de andre Skæringspunkter, indtil  $m$  gaar gennem en Spids, eller indtil  $m$  bliver en fælles Tangent — eventuelt en Dobbelttangente — i hvilket Tilfælde to sammenhørende Punkter  $P$  rykke sammen i modsatte Retninger og derefter forsvinde. Saalænge man kan fastholde et enkelt Punkt  $P$ , bevarer dette sin Omløbsretning uforandret, indtil  $M$  overskrider et Infleksionspunkt eller et Skæringspunkt med den anden Kurve — eventuelt et Dobbelt punkt paa selve  $M$ 's Kurve; kun paa denne Maade kan  $P$ 's Bevægelsesretning skifte, medens  $M$ 's Retning bevares.

I denne Afhandling betragtes næsten udelukkende kun Afhængigheder mellem et Kurvepunkt  $M$  og dets Tangentialpunkter  $P_1 P_2 \dots$ . Her gjælder det som en Hovedregel, at et Punkt  $M$  og et tilsvarende Punkt  $P$  udelukkende kun da kunne falde sammen, naar disse kort inden Sammenfaldet bevæge sig i modsatte Retninger paa Kurven. Det samme gjælder om to Tangentialpunkter svarende til samme Røringspunkt.

Endelig følger det af ovenstaaende, at et Punkt, der løber ikke i, men langs med en lukket fuldstændig kontinuert Kurve og stadig nær ved denne, men uden at skære den, ved Røringspunktet for en Vendetangente 1) og 4), og kun der, vil gaa over fra en Bues positive til dens negative Side.

Til en Kurves Singulariteter henregne vi foruden Vendetangenter og Spidser tillige de Punkter, hvorigjennem Kurven gaar flere end én Gang (Dobbeltpunkter), og de Tangenter, der berøre flere end én Gang (Dobbelttangenter). En Bue uden Singulariteter kan dog godt gaa én Gang gennem et Dobbelt punkt og gennem det ene Røringspunkt af en Dobbelttangente til den Kurve, hvoraf Buen er en Del.

Enhver Kurve, vi betragte, er sammensat af elementære Buer, og vi ville nu først fremsætte nogle Sætninger om saadanne.

En kontinuert Bue uden Singulariteter, der ikke af nogen ret (5) Linie skæres i flere end to Punkter, maa være en elementær Bue.

Forbindes nemlig et fast Punkt  $P$  af Buen med et bevægeligt  $M$ , der løber i en bestemt Retning fra Buens ene Endepunkt  $A$  til det andet  $B$ , vil Linien  $PM$  paa Grund af den gjensidige entydige Afhængighed mellem Punkt  $M$  og Straale  $PM$  stadig dreje sig i samme Retning. Af de to Stykker, hvori den rette Linie  $AB$  deles af  $A$  og  $B$ , vil altsaa det ene  $(AB)_1$  skæres af Linien  $PM$ , medens det andet  $(AB)_0$  slet ikke skæres af disse. Da en Linie  $MP$  ligesaa vel kan tænkes udgaaende fra  $M$  som fra  $P$ , vil den for-

skjellige Betydning, som  $(AB)_1$  og  $(AB)_0$  have for Buen, være uafhængig af Valget af  $P$ . Heraf følger, at den givne Bue sammen med  $(AB)_0$  danner en lukket kontinuert Linie, der er af anden Orden.

I Fald den givne Bue er fuldstændig kontinuert, kan man give Liniestykket  $(AB)_0$  en saadan Krumning og knytte det saaledes i  $A$  og  $B$  til den givne Bue, at ogsaa den hele Gren af anden Orden bliver fuldstændig kontinuert; gennem  $A$  og  $B$  gaa nemlig ingen Tangenter til den givne Bue.

Fra et vilkaarligt Punkt i Planen udgaa højest 2 Tangenter til Buen. Disse tabes begge, naar Punktet overskrider Buen fra dennes positive til dens negative Side. Der tabes eller vindes derimod én Tangent, naar Punktet overskrider en Tangent til Buen  $AB$  i et af dennes Endepunkter.

Man har endvidere:

- (6) En fuldstændig kontinuert Bue uden Singulariteter, der ikke skæres af Tangenterne i dens Endepunkter, maa være en elementær Bue.

Det kommer væsentligt an paa at vise, at ingen Tangent atter kan skære Buen. Lad os da antage, at en Tangent  $m$  i  $M$  yderligere skærer i  $P$ . Dette Punkt maa enten falde paa Buestykket  $AM$  eller paa  $MB$ ; lader os antage, at det falder paa  $AM$ , hvilket ene Tilfælde det er tilstrækkeligt at betragte. Man kan da forskyde  $M$  langs Buen og lade  $m$  og  $P$  følge med.  $P$  maa derved stadig bevæge sig i samme Retning, saafremt  $M$  gjør det, og de to Punkters Bevægelsesretninger maa enten være den samme eller være modsatte. I det første af disse Tilfælde forskyde vi  $M$ , til det falder i  $B$ ;  $P$  kan derved efter det tidligere nævnte ikke have overskredet  $M$  og maa altsaa endnu befinde sig paa Buen  $AM$ , hvilket er mod Forudsætningen.  $M$  og  $P$  kunne heller ikke begge samtidig konvergere med  $B$ , da dette er et sædvanligt Kurvepunkt. Bevæge  $M$  og  $P$  sig derimod i modsatte Retninger, forskyde vi  $M$ , til det falder i  $A$ ; herved maatte  $M$  og  $P$  have truffet hinanden paa Buen, hvilket vilde give en Singularitet.

Lad nu  $Q$  være et vilkaarlig fast Punkt af Buen, paa hvilken det bevægelige Punkt  $M$  bevæger sig fra  $Q$ 's Nabopunkt  $Q_1$  til et af Buens Endepunkter f. Ex.  $B$ . Linien  $QQ_1$  vil kun skære Buen i disse to Punkter, og der kan ikke ske nogen Forandring i Antallet af Skæringspunkter mellem Buen og den bevægelige Linie  $QM$ , uden derved at Linien  $QM$  gaar gennem  $B$  eller gennem  $A$ , inden  $M$  endnu har naaet  $B$ . Men rykker et nyt Skæringspunkt ind over  $B$ , maatte dette gaa i modsat Retning af  $M$  og vilde kræve en gennem  $Q$  gaaende Tangent, hvilket er umuligt efter det foregaaende. Skulde endvidere et nyt Skæringspunkt  $N$  rykke ind over  $A$ , maatte det endnu befinde sig paa Buen, naar  $M$  er falden i  $A$ , thi  $N$  kan ikke overskride  $Q$ , uden at der gik en Tangent gennem et Punkt  $M$ . En Linie  $p$  gennem  $B$  skar da i to Punkter  $Q$  og  $N$ . Dette er umuligt, thi hvis disse, naar  $p$  drejer sig om  $B$ , bevæge sig i modsatte Retninger, vilde der kræves

en Tangent gennem  $B$ , og hvis de gik samme Vej (altsaa begge i Retningen fra  $A$  til  $B$ ), vilde Tangenten i  $B$  skære Kurven paany. Efter den foregaaende Sætning er altsaa Buen elementær.

Dualitetsprincippet giver, at en Bue uden Singulariteter, til hvilken der (7) ikke gaar nogen Tangent fra Buens Endepunkter, maa være elementær.

Men man kan for at afgjøre, om en Bue uden Singulariteter er elementær, ogsaa nøjes med alene at betragte Forholdene ved Buens ene Endepunkt, idet man har Sætningen:

En fuldstændig kontinuert Bue  $AB$  uden Singulariteter, der ikke (8) skæres af Tangenten i  $A$ , og til hvilken der ikke gaar nogen Tangent ud fra  $A$ , maa være elementær.

Det kommer kun an paa at bevise, at Tangenten i  $B$  heller ikke skærer Buen. Antager man nemlig, at der findes et eller flere saadanne Skæringspunkter, og lader man et Punkt  $M$  gennemløbe Buen ud fra  $B$ , vil Tangenten  $m$  i  $M$  skære Kurven i hvert Fald i ét Punkt  $P$ , der eksisterer, naar  $M$  ligger nær ved  $B$ . Under  $M$ 's Bevægelse kan det betragtede Punkt  $P$  ikke forsvinde uden ved at gaa gennem  $A$  eller  $B$ , og saalænge det forefindes, kan dets Bevægelsesretning ikke skifte, naar  $M$ 's Retning bevares. Punktet  $P$  kan nu ikke bevæge sig i modsat Retning af  $M$ , thi  $P$  kan her kun forsvinde ved at overskride  $B$ , og det kan ikke naa  $B$  uden at overskride  $M$ , men  $M$  kan det ikke overskride uden at give Buen en Singularitet. Bevæger  $P$  sig derimod i samme Retning som  $M$ , kan det ikke forsvinde inden det naar  $A$ , og  $M$ , der ikke kan have overskredet  $P$ , vil, naar  $P$  falder i  $A$ , være Røringspunktet for en fra  $A$  udgaaende Tangent, hvilket er mod Forudsætningen. Buen er altsaa efter det foregaaende en elementær Bue.

Vi kunne nu besvare et Spørgsmaal, som i det her benyttede System er væsentligt. Efter vore Forudsætninger skal jo enhver Kurve sammensættes af elementære Buer. Lad nu  $A$  være et vilkaarligt Punkt paa Kurven, og lad der være valgt en bestemt Omløbsretning paa denne; man kan da spørge om, hvor langt en fra  $A$  i den valgte Retning udgaaende Bue kan forlænges uden at ophøre med at være elementær. En Bue  $AM$  kan i hvert Fald ikke være elementær, naar Tangenten  $a$  i  $A$  skærer den, og lige saa lidt, naar der gaar en Tangent til den ud fra  $A$ . Men naar et Punkt  $M$  ud fra  $A$  gennemløber Buen og ikke overskrider nogen Spids eller noget Infleksionspunkt og ligesaa lidt noget Dobbelpunkt to Gange, eller begge Røringspunkterne for en Dobbelttangente, og Linien  $AM$  den første Gang, den er bleven Tangent i  $M$ , endnu ikke har overskredet  $a$  vil denne Bue  $AM$  være elementær efter det foregaaende og tillige saa udvidet som muligt. Det samme gjælder om Buen  $AM$ , naar Linien  $AM$  første Gang har naaet Stillingen  $a$  uden under Vejs at have været Tangent til den gennemløbne Bue. I Fald der paa den herved bestemte Bue findes Spidser og Infleksionspunkter, ender den største fra  $A$  udgaaende Bue i det første saadanne Punkt, der naas i den valgte Retning.







derved, at Punktet  $M$  passerer  $B$ , nu befinde sig paa Stykket  $(AB)_0$ . Vælges  $M$  tilstrækkelig nær ved  $B$ , ville  $M$  og  $S$  ligge saa nær ved hinanden, at der heller ikke fra  $M$  kan udgaa nogen Tangent, der berører i endelig Afstand fra  $B$ , og ingen Tangent, der udgaar fra  $M$ , kan berøre i et Nabopunkt til  $B$ , da  $B$  er et sædvanligt Kurvepunkt. Men endvidere kan  $MA$  ikke være uegentlig Tangent til  $I'$  i  $A$ , thi da en saadan Linie foruden i  $M$  endnu maatte skære Kurven i et andet ved  $B$  nærliggende Punkt  $M_1$ , vilde ogsaa  $M_1B$  være en uegentlig Tangent i  $B$ , hvilket er umuligt, da  $M_1$  ligger paa selve Linien  $I'$ .  $MB$  kan ikke være uegentlig Tangent i  $B$ , da der fra  $M$  maa udgaa 0 eller 2 (egentlige og uegentlige) Tangenter til  $I'$ . Men af dette følger, at  $M$  ligger indeni  $I'$ . Da nu Kurven skal være lukket og uden Dobbelpunkter, maa den nødvendigvis have mindst et Punkt  $C$  fælles med  $(AB)_0$ , fordi den skal gaa fra  $M$  indeni  $I'$  til  $N_1$  udenfor samme.

Bevæger nu et Punkt  $M$  sig paa Kurven, men ikke ad den elementære Bue, fra  $B$  til  $C$ , vil Tangenten  $m$  i  $M$ , saalænge  $M$  er i Nærheden af  $B$ , nødvendigvis skære den Del af Kurven, der er nær ved  $C$ , i et Punkt  $P$ , om hvilket man kan bevise, at det ligger indeni  $I'$ . Man skal altsaa vise, at der fra  $P$  ikke udgaar nogen Tangent — egentlig eller uegentlig — til  $I'$ . Fra  $P$  kan der nu for det første ikke udgaa nogen egentlig Tangent til den elementære Bue  $AB$ , der berører i en endelig Afstand fra  $A$  eller  $B$ , thi i saa Fald vilde der ogsaa fra  $C$  udgaa en saadan Tangent, medens dog  $C$  er et Punkt af  $I'$ . Et ved  $B$  nærliggende Røringspunkt mellem  $I'$  og en Tangent fra  $P$  kan ikke eksistere, da den Tangent, der berører Kurven nær ved  $B$ , har et Røringspunkt  $M$ , der ikke ligger paa  $I'$ , og ligesaa lidt kan der findes et ved  $A$  nærliggende Røringspunkt, da Tangenten i  $A$  danner en endelig Vinkel med Linien  $AC$  og  $AP$ . Endvidere er  $PB$  ingen uegentlig Tangent, thi dennes Nabolinie  $PM$  skærer  $I'$  i Nærheden af  $B$  i ét og kun ét Punkt  $S$ . Linien  $PA$  kan endelig ikke være uegentlig Tangent, da man ved at overskride  $I'$  i  $C$  nødvendigvis maa have tabt to eller vundet to Tangenter.

Til at begynde med løbe altsaa  $M$  og  $P$  i modsatte Retninger paa den Bue  $BC$ , der ikke indeholder nogen Del af  $I'$ . Men da Kurven ikke har Singulariteter, kan Punktet  $P$  ikke forsvinde, idet  $M$  bevæger sig, og ligesaa lidt kan  $P$ 's Bevægelsesretning skifte, medens  $M$ 's Retning bevares. Derfor maa  $M$  og  $P$  nødvendigvis en Gang støde sammen, hvilket strider imod, at Kurven hverken har Vendetangenter eller Spidser.

Der findes ingen lukket fuldstændig kontinuert Kurve, der af (2) Singulariteter alene har en enkelt Vendetangent eller en enkelt Spids, eller en enkelt Dobbelttangent eller et enkelt Dobbelpunkt.

Vi nøjes med at bevise Sætningens første Del, idet de øvrige Dele kunne bevises paa aldeles lignende Maade. Lad Vendetangenten være  $a$  med Røringspunktet  $A$ . Tangenten  $m$  i Punktet  $M$ , der ligger nær ved  $A$ , skærer Kurven i et ved  $A$  nærliggende Punkt  $P$ , der vil bevæge sig i modsat Retning af  $M$ . Desuden kan  $m$  skære i flere

Punkter, der kunne bevæge sig i samme eller i modsat Retning af  $M$ . Naar nu  $M$  gennemløber hele Kurven ud fra  $A$  og tilbage til  $A$ , vil  $P$  stadig kunne fastholdes som forskjellig fra de andre Skæringspunkter mellem  $m$  og Kurven, og endvidere vil  $P$  under den givne Forudsætning stadig bevare sin Retning, naar  $M$  gjør det. Men i saa Fald maa  $M$  og  $P$  nødvendigvis en Gang være falden sammen, inden  $M$  er vendt tilbage til  $A$ , d. v. s. Kurven maa have flere Singulariteter end én Vendetangent.

Vi have i det foregaaende vist, at der ikke eksisterer Kurver med kun en enkelt af de betragtede Singulariteter (og ingen andre). Man ser paa samme Maade som i det sidste Bevis, at det samme ogsaa er Tilfældet, naar det ene singulære Punkt er en Spids af anden Art.

Vi ville ved en lukket kontinuert Kurves Orden  $n$  forstaa det højeste Antal af Skæringspunkter, den kan have med en vilkaarlig ret Linie. Kurvens Klasse  $n'$  defineres paa lignende Maade. Antallet af Vendetangenter (heri medregnet Tangenterne i eventuelle Spidser af anden Art) benævnes  $e'$ , og Antallet af Spidser (eventuelt af begge Arter) med  $e$ .

- Da efter Bemærkningerne Side 20 Skæringspunkter mellem en af vore Kurver og en
- (3) bevægelig ret Linie tabs eller vindes parvis, ser man for det første, at enhver ret Linie maa skære en given Kurve enten stadig i et lige eller stadig i et ulige Antal Punkter.

Det tilsvarende gjælder om Tangenter udgaaende fra et Punkt.

Nyttig særlig for Øjet til hurtig Afgjørelse af en i Tegning forelagt Kurves Orden er følgende Hjælpesætning:

- (4) Naar ingen Tangent til en lukket kontinuert Kurve skærer denne i flere end  $n$  Punkter udenfor Røringspunktet, vil ingen ret Linie kunne skære i flere end  $n + 2$  Punkter.

Naar nemlig en ret Linie  $l$  skærer Kurven, maa man sikkert paa  $l$  kunne finde et Punkt  $Q$ , hvorfra der udgaar Tangenter til Kurven; lad disse være  $t_1, t_2 \dots$  med Røringspunkter i  $T_1, T_2 \dots$ . Linien  $t_1$  skærer foruden i  $T_1$  højest i  $n$  Punkter. Drejer man Linien  $t_1$  om  $Q$  i en bestemt Retning, kan der optræde to nye Skæringspunkter, der oprindeligt vare forenede i  $T_1$ , og Linien skærer da i  $n + 2$  Punkter. Den næste Ændring i Skæringspunkternes Antal kan først ske derved, at den bevægelige Linie næste Gang bliver Tangent ved f. Ex. at falde i  $t_2$ . Men ved Fortsættelse af Drejningen i samme Retning kan der ikke herved paany vindes to Skæringspunkter, thi da ingen af de Skæringspunkter, der ikke ligge uendelig nær ved  $T_2$ , herved kunne tabs, vilde  $t_2$  i saa Fald foruden i  $T_2$  skære i  $n + 2$  Punkter.

Herved er der ikke taget Hensyn til, at Kurven kunde have Spidser. For at Sætningen skal være almengyldig, maa man paa dette Sted opfatte enhver gennem en Spids gaaende ret Linie som en Tangent, hvorefter Beviset er gyldigt. Det gjælder

ogsaa, selv om Kurven ikke er fuldstændig kontinuert, saafremt uegentlige Tangenter medregnes.

Lad nu et Punkt  $P$  gjennebløbe en ret Linie, der skærer Kurven i  $n_1$  Punkter. Antallet af Tangenter udgaaende fra  $P$  vil forøges eller formindskes med to, ved at  $P$  overskrider enten Kurven eller en af dennes Vendetangenter — og vil kun forandres ved en af disse Overgange.

Lad os antage, at der vindes Tangenter ved  $\nu$  af den første Slags og  $\varepsilon'$  af den sidste Slags Skæringspunkter, idet Linien gjennebløbes i en bestemt Retning. Da man, naar man har gjennebløbet hele Linien, nu skal have samme Antal af Tangenter som for, maa man altsaa have:

$$2\nu + 2\varepsilon' - 2(n_1 - \nu) - 2(\varepsilon' - \varepsilon) = 0,$$

eller

$$n_1 + \varepsilon' = 2\nu + 2\varepsilon'$$

a: En fuldstændig kontinuert Kurves Orden og Antallet af dens Vendetangenter ere enten begge lige eller begge ulige Tal. (5)

Heraf følger, at ogsaa Kurvens Klasse og Antallet af dens Spidser ere begge lige eller begge ulige.

Vi ville nu erstatte  $P$ 's retlinede Bane med en anden og lade  $P$  gjennebløbe en lukket kontinuert Kurve  $G_1$  i en bestemt Retning fra  $P_0$  tilbage til  $P_0$ .  $G_1$  behøver ikke at være fuldstændig kontinuert, dog maa intet fremspringende Punkt af  $G_1$  ligge paa  $G$  — i hvilket Tilfælde særlige Vedtægter maa træffes. Lad os antage, at der tabes 2 Tangenter udgaaende fra  $P$  ved at  $P$  overskrider  $\varepsilon_1$  af Kurvens Vendetangenter, medens der vindes 2 ved at overskride  $\varepsilon_2$  af dem. Lad der endvidere ved de  $s$  Skæringspunkter mellem  $G_1$  og den givne Kurve  $G$  tabes Tangenter  $\varepsilon_1'$  Gange og vindes Tangenter  $\varepsilon_2'$  Gange. Man faar da som før:

$$2\varepsilon_1 + 2\varepsilon_1' - 2\varepsilon_2 - 2\varepsilon_2' = 0,$$

hvoraf

$$(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + s = 2\varepsilon_2 + 2\varepsilon_2'.$$

Naar nu begge Kurverne  $G_1$  og  $G$  ere af ulige Orden, vil det samlede Antal af Skæringspunkter  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$  mellem den ene Kurve  $G_1$  og den andens Vendetangenter være ulige; i alle andre Tilfælde er  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$  lige. Man har altsaa:

To lukkede kontinuerte Kurver skære hinanden i et ulige Antal Punkter, naar begges Orden er ulige — ellers er Skæringspunkternes Antal lige. (6)

Ogsaa paa denne Sætning kan Dualitetsprincippet anvendes.

Man kan finde en i visse Tilfælde anvendelig almindelig Sætning om Antallet af fælles Tangenter til to Kurver  $C$  og  $L$ . Man har nemlig:

- (7) Naar en Kurve  $C$  hverken skærer  $I'$  eller nogen af dennes Vendetangenter eller Dobbelttangenter og yderligere ingen fælles Tangent til  $I'$  og  $C$  skærer  $C$  udenfor Røringspunktet, vil Antallet af fælles Tangenter være 0 eller  $2(m-1)n$ , hvor  $n$  betyder Antallet af Tangenter til  $I'$  udgaaende fra et vilkaarligt Punkt af  $C$ , og  $m$  Antallet af Skæringspunkter mellem  $C$  og en saadan vilkaarlig Tangent til  $I'$ , der overhovedet skærer  $C$ .

Herved maa det bemærkes, at en Tangent til  $I'$ , der udgaar fra en Spids af  $C$ , medregnes mellem de fælles Tangenter, og at i Overensstemmelse dermed heller ingen saadan Tangent maa skære  $C$  udenfor selve Spidsen; hvorledes  $I'$  ligger i Forhold til  $C$ 's singulære Tangenter er ligegyldigt.

Nu vil der fra hvert Punkt  $M$  af  $C$  udgaa det samme Antal af  $n$  Tangenter til  $I'$ , da  $C$  hverken skærer  $I'$  eller nogen af dennes Vendetangenter (eller Dobbelttangenter), og hver saadan Tangent vil foruden i  $M$  endnu skære  $C$  i  $m-1$  Punkter  $P$ , da ingen eventuel fælles Tangent yderligere skærer  $C$ . Til hvert Punkt  $M$  svarer altsaa  $(m-1)n$  Punkter  $P$  og omvendt. Endvidere vil intet Punkt  $P$  kunne skifte Retning paa  $C$ , naar  $M$  bevarer sin Retning, og to sammenhørende Punkter  $P$  kunne ikke falde sammen, hvoraf følger, at alle de sidstnævnte Punkter indbyrdes maa gaa i samme Retning; men naar der overhovedet findes en fælles Tangent, saa maa i Nærheden af dennes Røringspunkt med  $C$  tilsvarende Punkter  $M$  og  $P$  bevæge sig i modsatte Retninger.

Sætningen følger derefter umiddelbart af Korrespondancesætningen; den er mest brugbar, naar  $m=2$ .

Den dualistisk tilsvarende Sætning kan ogsaa opstilles.

En lukket Kurve, der deler Planen i to adskilte Dele, maa være af lige Orden, thi gaar man langs en ret Linie fra et Punkt  $P$ , der ikke ligger i Kurven  $G$ , tilbage til  $P$ , maa man derved have traadt lige mange Gange ind i og ud af det Rum, hvori  $P$  ikke ligger. Omvendt har man ogsaa:

- (8) Enhver lukket kontinuert Kurve af lige Orden uden Dobbeltpunkter deler Planen i to adskilte Dele.

Lad  $P$  og  $Q$  være to Punkter i Planen; vi paastaa da, at  $P$  og  $Q$  ikke høre til samme (plane) Rum, naar et Liniestykke  $PQ$  skærer Kurven  $G$  i et ulige Antal Punkter, medens det hører til samme Rum, naar der paa Stykket  $PQ$  findes et lige Antal Skæringspunkter. Da hele Linien skærer  $G$  i et lige Antal Punkter, er det ligegyldigt, hvilket af de to Liniestykker  $PQ$  vi vælge, f. Ex. det endelige.

For at godtgjøre Berettigelsen til denne Paastand, maa det eftervises, a) at man i det førstnævnte Tilfælde ikke ad nogen anden kontinuert Vej kan komme fra  $P$  til  $Q$  uden at skære  $G$ , b) at man i det sidstnævnte Tilfælde virkelig kan finde en Vej fra  $P$  til  $Q$ , der ikke skærer  $G$ .

a) Betragtes en vilkaarlig kontinuert Vej  $\mu$ , der fører fra  $P$  til  $Q$ , vil denne i Forbindelse med Liniestykket  $PQ$  danne en lukket Linie, der altsaa skærer  $G$  i et lige Antal Punkter; da imidlertid et ulige Antal af disse ligge paa Liniestykket, maa der ligge mindst ét paa  $\mu$ . Man kunde naturligvis ogsaa have begyndt med at antage, at  $\mu$  skærer i et ulige Antal Punkter, hvorefter ogsaa  $PQ$  maatte gjøre det.

b) Lad Linien  $PQ$ 's Skæringspunkter med  $G$  være  $A, B \dots K \dots$ , hvor Betegnelserne ere valgte saaledes, at man langs Linien og uden at skære Kurven kan komme fra  $A$  til  $P$  og fra  $K$  til  $Q$ ; Stykket  $KQ$  antages tillige endelig, hvilket altid kan opnaas. Vi kunne da lade et Punkt  $M$  bevæge sig langs den rette Linie, og uden at skære Kurven fra  $P$  til et Punkt  $A_1$ , der ligger nær ved  $A$ ; og derfra langs Kurven (i en selvvalgt Retning) uden at skære denne, men stadig meget nær ved den, til et Punkt  $K_1$  af Linien  $PQ$  i Nærheden af  $K$ . Hvis nu  $K_1$  og  $Q$  ikke paa det endelige Liniestykke  $K_1Q$  ere skille ved  $K$ , have vi konstrueret en Vej  $\mu: PA_1 \dots K_1Q$ , der uden Skæring med Kurven føres fra  $P$  til  $Q$ , og dette maa altid være Tilfældet. Hvis nemlig  $K_1$  og  $Q$  vare skille paa det retliniede endelige Stykke ved  $K$ , vilde man ad samme Vej være kommen fra  $P$  til  $Q$  saaledes at Kurven kun var overskredet 1 Gang, og dette er umuligt ifølge a).

Om lukkede Kurver af ulige Orden har man:

En lukket Kurve af ulige Orden uden Dobbelpunkter begrænser ikke (9) nogen Del af Planen.

Vi skulle altsaa bevise, at man altid ad en kontinuert Vej kan komme fra et Punkt  $P$  til et vilkaarligt andet Punkt  $Q$  uden at overskride Kurven. Lad Linien  $PQ$  skære i  $A, B \dots K \dots$ , hvor Betegnelserne ere valgte som ovenfor. Lad os endvidere danne samme Vej  $\mu: PA_1 \dots K_1Q$  som før. Paastanden er da godtgjort, saafremt  $K_1$  ligger paa det endelige Liniestykke  $KQ$ . Hvis dette ikke er Tilfældet, vil det blive det derved, at vi lade  $M$  løbe langs Kurven i modsat Retning af før; thi det Punkt  $K_2$ , vi derved faar i Stedet for  $K_1$ , vil ligge paa den anden Side af den gennem  $K$  gaaende Bue end  $K_1$ . Kurven har nemlig et ulige Antal Vendepunkter og ved at løbe forbi et saadant gaar  $M$  over fra en Bues positive til dens negative Side (eller omvendt). Naar nu det ene Kurvestykke  $AK$  indeholder et lige Antal Vendepunkter, vil det andet indeholde et ulige Antal, og herved er Sætningen aabenbart bevist.

#### § 4.

##### Kurven af tredie Orden.

Vi ville nu gaa over til Kurven af tredie Orden uden Dobbelpunkter eller Spidser; en saadan maa have mindst en Vendetangent. Ingen Vendetangent kan yderligere skære Kurven, thi drejede man Vendetangenten en lille Vinkel, fik man i saa Fald en Linie, der



skar i 4 Punkter. Fra ethvert af Kurvens Punkter udgaar det samme Antal af Tangenter, saafremt Kurven ikke har Dobbeltpunkter, thi ved at lade et Punkt  $M$  gennemløbe Kurven, ville vi i saa Fald hverken overskride Kurven eller nogen Vendetangent udenfor dennes Røringspunkt. For at bestemme Antallet af de gennem et Kurvepunkt  $P$  gaaende («ud-gaaende») Kurvetangenter, der berøre udenfor  $P$ , kunne vi derfor vælge  $P$  i Nærheden af et af de altid eksisterende Infleksionspunkter. Fra  $P$  udgaar der da sikkert én Tangent, hvis Røringspunkt  $R$  ogsaa falder i Nærheden af Infleksionspunktet. Forbindelseslinien mellem  $P$  og et bevægeligt Punkt  $X$  af Kurven skærer i endnu ét Punkt  $Y$ , og naar  $X$  vedbliver at løbe i en bestemt Retning, maa  $Y$  ogsaa gøre det, da ingen gennem  $P$  gaaende Tangent yderligere kan skære Kurven. Men i Nærheden af  $R$  løbe  $X$  og  $Y$  i modsat Retning. Man har altsaa:

- (1) Gennem hvert Punkt af en Kurve af tredje Orden uden Dobbelt-punkter og Spidser udgaa to Tangenter til Kurven.

Vi ville nu bestemme Antallet af Vendetangenter og drage i et vilkaarligt Punkt  $X$  af Kurven en Tangent, der endnu skærer i et Punkt  $Y$ . Til hvert Punkt  $Y$  svarer omvendt to Punkter  $X$ , hvilke aldrig kunne falde sammen; de to Punkter  $X$  maa derfor bevæge sig i samme Retning paa Kurven derved, at  $Y$  flytter sig i en bestemt Retning. Men de to Retninger maa være modsatte, hvilket ses ved at lade  $X$  overskride et Infleksionspunkt (af hvilke altid mindst 1 eksisterer). Korrespondancesætningen giver da:

- (2) Enhver Kurve af tredje Orden uden Dobbeltpunkter og Spidser har tre Vendetangenter.

Af en foregaaende Sætning følger derefter endvidere, at enhver saadan Kurve er sammensat af tre elementære Buer. Lad disse Buer være  $AB$ ,  $BC$  og  $CA$ , hvor  $A$ ,  $B$  og  $C$  ere Infleksionspunkterne. Af Røringspunkterne for de to Tangenter, der udgaa fra et Punkt  $P$  paa en af disse Buer, maa der ligge ét paa hver af de andre Buer. Vælges nemlig et Punkt  $M$  af Buen  $AB$  nær ved  $A$ , findes der sikkert én Tangent, der berører Buen  $AC$ , og vælges  $M$  nær ved  $B$ , sikkert én Tangent, der berører  $BC$ . Disse Forhold kunne dernæst ikke forandres ved, at  $M$  flytter sig paa Buen  $AB$ , thi derved overskrides hverken nogen af de andre Buer og ligesaa lidt nogen Endetangent til dem. Ogsaa fra et Punkt, der kan naas fra  $AB$  uden at overskride nogen Vendetangent eller Kurven, maa der altsaa gaa én Tangent til hver af Buene  $AC$  og  $BC$ .

Man kan give Carnots Sætning en speciel Form, i hvilken den ogsaa gjælder om en vilkaarlig lukket grafisk Kurve. Vi kunne nøjes med at betragte en Trekant  $ABC$ , af hvis Vinkelspidser ingen ligger paa Kurven. Siden  $BC$  dreje vi om et af dens Punkter (valgt udenfor  $B$  eller  $C$ ), indtil den falder meget nær ved  $A$ , saaledes at der dannes en ny Trekant  $AB_1C_1$ , hvor Kurven kun skærer Forlængelsen af de tre Sider  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$ . Her vil Produktet af de Forhold, hvori Siderne deles af Skæringspunkterne med



Kurven, være positivt. Men dette vedbliver at gjælde, ogsaa naar Siden  $B_1C_1$  drejes tilbage til sin oprindelige Stilling  $BC$ , thi Forandring i en Faktors Fortegn kan kun ske ved, at en af Vinkelspidserne ved Drejningen overskrider Kurven, men derved skifter tillige en og kun en af de andre Faktorer sit Fortegn. Dette forandres tilmed ikke derved, at to af Skæringspunkterne mellem Kurven og den bevægelige Linie rykke sammen i et Røringspunkt og derefter forsvinde, d. v. s. man har: Produktet af de Forhold, hvori (3) Siderne i en Trekant (eller en vilkaarlig Polygon) deles ved Skæringspunkterne med en vilkaarlig lukket grafisk Kurve er positivt.

Heraf følger specielt, at de tre Vendepunkter paa en Kurve af tredje Orden enten alle ligge paa Forlængelsen af Siderne i den af Vendetangenterne dannede Trekant eller kun det ene paa en Forlængelse, medens de to andre ligge paa selve Siderne. Naturligvis er der intet i Vejen for, at de tre Vendetangenter ogsaa kunne gaa gennem samme Punkt.

Man vil nu have et ret fuldstændigt Overblik over de mulige Former af grafiske Kurver af tredje Orden uden Dobbelpunkt; det er i saa Henseende i Virkeligheden tilstrækkeligt at henvise til Formerne af de algebraiske Kurver<sup>1)</sup>.

Vi ville nu betragte Kurven af tredje Orden med Dobbelpunkt. Det ses straks, at Kurven ikke kan have flere end et saadant. Lader man her et Punkt  $M$  løbe langs Kurven i en bestemt Retning ud fra Dobbelpunktet  $O$  og tilbage til  $O$ , vil det have gennemløbet en Del  $G_1$  af Kurven; fortsættes Bevægelsen i samme Retning, til  $M$  paany falder i  $O$ , vil det have gennemløbet en anden Del  $G_2$ , og hele Kurven vil repræsenteres ved  $G_1 + G_2$  (d. v. s. Samlingen af de to Dele eller Grenene). Af disse to Grenene vil den ene skære en vilkaarlig ikke gennem  $O$  gaaende ret Linie i et lige Antal, den anden i et ulige Antal Punkter. Den ene Gren, lad os sige  $G_2$ , skæres altsaa af enhver ret Linie i et lige Antal Punkter og højst i to; den maa derfor være af anden Orden, og vi ville kalde den Sløjfen; den anden Del  $G_1$  kalde vi den ulige Gren. Hver Gren før sig fremstiller en lukket kontinuert Kurve. Et Infleksionspunkt maa i hvert Fald ligge paa den ulige Gren, thi  $G_2$  er af anden Orden. Man ser nu som ovenfor ved Kurven uden Dobbelpunkt, at der gennem hvert Punkt  $M$  af Kurven maa gaa 2 eller 0 Tangenter (der røre udenfor  $M$ ). Dette kan præciseres saaledes, at der gennem et vilkaarligt Punkt af Sløjfen ikke udgaar nogen Tangent (en saadan vilde skære  $G_1 + G_2$  i fire Punkter), medens der udgaar to Tangenter fra hvert Punkt  $M$  af den ulige Gren. Vælger man nemlig  $M$  nær ved Dobbelpunktet, findes i hvert Fald en Tangent (og altsaa to), og ved at forskyde  $M$  langs  $G_1$  kan ingen fra  $M$  udgaaende Tangent tabes. Af de to Tangenter vil én og kun én berøre Sløjfen. Dette ses nemlig straks, naar  $M$  vælges i umiddelbar Nærhed af  $O$  (thi intet Punkt af  $G_1$  kan aabenbart ligge indeni  $G_2$ ), og dette Forhold kan ikke for-

<sup>1)</sup> Se særlig Prof. Zeuthens Afhandling: Om Udseendet af Kurver af tredje og fjerde Orden, Tidsskrift f. Mathem. 1873. S. 97.



være Forbindelseslinien med Dobbelpunktet). Lad Røringspunktet for en saadan være  $A$ . Gjennem  $A$  kan nu ingen Tangent gaa uden de to, der falde sammen i Kurvens Tangent i  $A$ . Men paa hele Linien  $PA$  vil der kun findes to Punkter, i hvilke Antallet af Tangenter udgaaende fra et bevægeligt  $M$  paa Linien kan undergaa nogen Forandring (derved, at to tabs eller vindes), nemlig det ene fra  $A$  forskellige Skæringspunkt  $B$  med Kurven og Skæringspunktet  $C$  med Kurvens eneste Vendetangent. Af de to Stykker, hvori Linien deles af Punkterne  $A$  og  $P$ , vil der nu aabenbart altid være ét, der højst indeholder et enkelt af Punkterne  $B$  og  $C$ . Fra det vilkaarlige Punkt  $P$  udgaar altsaa højst fire Tangenter. At dette Antal kan naas, ses ved f. Ex. at vælge et passende Punkt nær ved Dobbelpunktet.

Paa en aldeles lignende Maade, nemlig ved at forbinde  $P$  med Spidsen, ses, at der til en  $G^3$  med Spids højst kan udgaa 3 Tangenter fra  $P$ , 5:

Klassen for en fuldstændig kontinuert Kurve af tredie Orden uden (5) Dobbelpunkt eller Spids er 6 eller 4; for en Kurve med Dobbelpunkt er Klassen 4 og med Spids er den 3.

Om den almindelige Kurve kan man sige noget mere. Vi ville herved ved et Gebet med Indeks  $r$  forstaa et Gebet, fra hvis Punkter der udgaa  $r$  Tangenter. Lad nu  $ABC$  være den Trekant, der dannes af Vendetangenterne. Om enhver af Vinkelspidserne f. Ex.  $A$  ligge 4 Rum begrænsede af Vendetangenter og Kurvebuer, der i den Orden, hvori de følge paa hinanden, maa have Indices 0, 2, 4, 2 eller 2, 4, 6, 4, idet de øvrige Muligheder let ses at stride mod, at man samtidig maa tabe (eller vinde) to Tangenter ved i to nærliggende Punkter af en Vendetangent, der ikke ere skilte ved Infleksionspunktet, at overskride Vendetangenten i én og samme Retning. Da man altid langs en Vendetangent kan komme fra en af Vinkelspidserne i Trekant  $ABC$  til enhver anden uden at overskride Kurven, ville de tre Vinkelspidser enten alle karakteriseres ved Indices 2, 4, 6, 4 eller ved 0, 2, 4, 2. Da enhver Del af Kurven endvidere maa ligge i en Trekant (begrænset af Vendetangenter), fra hvis Punkter der enten udgaar 2 eller 4 Tangenter, vil man aldrig ved Overskriden af Kurven alene kunne naa over i et Gebet med Indeks 6 eller med Indeks 0.

Kurven  $G^3$  ligger nu i 3 af de 4 Trekanter, hvori Planen deles af de 4 Vendetangenter. Fra Punkterne af den Trekant  $\triangle$ , hvori Kurven ikke ligger, vil der altsaa udgaa enten 0 eller 6 Tangenter. I det første Tilfælde er  $G^3$  af 4de Klasse.

Lad nu  $P$  være et Punkt, hvorfra ingen Tangent udgaar. Alle gennem  $P$  gaaende Linier maa da skære Kurven i det samme Antal Punkter, men dette Antal maa være 1, thi en Linie gennem  $P$  og et af Punkterne  $A$ ,  $B$ ,  $C$  kan aabenbart kun skære i ét Punkt, (der specielt kan være et Infleksionspunkt). I dette Tilfælde kan man altsaa i den ovennævnte Trekant  $\triangle$  indtegne en Oval  $G^2$ , saaledes, at ingen ret Linie skærer  $G^3 \mp G^2$  i flere end 3 Punkter. Man har altsaa:

- (6) Kurverne af 3die Orden kunne henføres til to Typer, den ene er af fjerde, den anden af sjette Klasse. Til en Kurve  $G^3$  af den første Type kan man føje en Kurve  $G^2$  af anden Orden, saaledes at  $G^2 + G^3$  er af tredie Orden og sjette Klasse.

Gaa Vendetangenterne gennem samme Punkt, kan Kurven ikke være en Del af en sammensat Kurve af tredie Orden. Vi kunne endnu opstille Sætningen:

- (7) Naar en Kurve  $G^2$  af anden Orden hverken skærer en Kurve  $G^3$  af tredie Orden eller nogen af dens Vendetangenter, vil Antallet af Kurvernes fælles Tangenter være  $2n$ , naar der udgaar  $n$  Tangenter til  $G^3$  fra et vilkaarligt Punkt af  $G^2$ .

Da det nævnte Tal efter Sætning (7) i § 3 maa være 0 eller  $2n$ , kommer det blot an paa at se, at der overhovedet findes mindst én fælles Tangent. Men dette er sikkert, thi da  $G^3$  er af ulige Orden, maa den ligge helt udenfor  $G^2$ , saa at en Tangent til  $G^3$ , der skærer  $G^2$ , maa skære den i to Punkter  $P_1$  og  $P_2$ , der bevæge sig i modsatte Retninger, naar Tangenten bevæger sig;  $P_1$  og  $P_2$  maa derfor nødvendigvis have Sammenfald.

Det er interessant, at man i de grafiske Kurvers Theori kan vende flere af de foregaaende Sætninger om. Vi ville her nøjes med at bevise den almindeligste af dem:

- (8) En lukket fuldstændig kontinuert Kurve, der ikke har andre Singulariteter end tre Vendetangenter, maa være af tredie Orden (se Fig. 5).

Kurven  $G$  deles af Røringspunkterne  $A$ ,  $B$  og  $C$  for de tre Vendetangenter  $a$ ,  $b$  og  $c$  i tre Buer  $AB$ ,  $BC$  og  $CA$ . Det kommer nu først an paa at bevise, at disse ere elementære Buer, hvilket efter det foregaaende vil være godtgjort, naar vi bevise, at ingen Vendetangent kan skære en af de Buer, den berører.

Lad et Punkt  $M$  gennemløbe Kurven. Tangenten  $m$  i  $M$  maa i hver af sine Stillinger skære Kurven i det samme Antal Punkter, da  $G$  hverken har Dobbelttangenter eller Spidser; Skæringspunkternes Folgeorden paa  $G$  maa endvidere stadig være den samme, da intet Sammenfald mellem dem kan finde Sted. Lad os nu antage, at Vendetangenten  $a$  foruden i  $A$  skærer i  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_{2n}$ , hvilke Punkter antages at følge paa hinanden i denne Orden, idet man gennemløber Kurven ved først at gennemløbe Buen  $AB$  uden at overskride  $C$ . (Paa denne Maade skal det stadig forstaaes, naar vi sige, at et Punkt gennemløber en af Buerne). Naar nu  $M$  gennemløber Buen  $AB$  fra  $A$  til  $B$ , ville alle Punkterne  $R$  hver for sig bevare deres Omløbsretning. Lad os antage, at  $R_1$  falder paa Buen  $AB$ .  $R_1$  kan da ikke bevæge sig i modsat Retning af  $M$ , thi i saa Fald maatte det et Sted paa denne Bue falde sammen med  $M$ , til Trods for, at Buen er uden Singulariteter. Det kan imidlertid heller ikke bevæge sig i samme Retning, thi da maatte  $M$ , der i  $B$  skal falde sammen med  $R_1$ , her bevæge sig i samme Retning som  $R_1$ , hvilket er imod

**Infleksionspunktets Definition.** Der kan altsaa ikke eksistere noget Skæringspunkt mellem  $a$  og Buen  $AB$ . Da det tilsvarende maa gjælde om de andre Vendetangenter, er det nu bevist, at Kurven er sammensat af tre elementære Buer. (Allerede heraf følger det, at  $G$  højest er af 5te Orden.)

Fra et Infleksionspunkt  $C$  udgaar nu ingen Tangent til Buerne  $AC$  og  $BC$ , men 0, 1 eller 2 Tangenter til Buen  $AB$ ; 0 eller 2 Tangenter er imidlertid her umulige, da Kurvens Klasse er lige ( $e = 0$ ). Linien  $AC$  kan endelig skære hver af Buerne  $AB$  og  $BC$  i højest ét Punkt forskjelligt fra  $A$  eller  $C$ , men da Kurvens Orden maa være ulige ( $e = 3$ ), kunne vi antage, at Betegnelserne ere valgte saaledes, at Linien  $AC$  skærer Buen  $BC$  i ét Punkt (udenfor  $C$ ) medens den ikke skærer Buen  $AB$  udenfor  $A$ .



Fig. 5.

Lad  $b$  skære Linien  $AC$  i  $B_2$  (se Fig. 5). Hvis Punktet  $M$  nu atter gennemløber Buen  $AB$ , vil Skæringspunktet  $N$  mellem  $m$  og Linien  $AC$  gennemløbe et bestemt af de to Stykker, hvori denne Linie deles af Punkterne  $A$  og  $B_2$ , thi Buen er elementær og har intet Punkt (udenfor  $A$ ) fælles med Linien. Det paa denne Maade udhævede Liniestykke  $AB_2$  maa være det, der indeholder  $C$ , thi fra  $C$  udgaar en Tangent  $m_2$  til Buen  $AB$ . Naar nu  $M$  vælges i en Stilling  $M_1$  (paa Buen  $AB$ ) og nær ved  $A$ , vil af de tre eventuelle Skæringspunkter mellem  $m_1$  og Kurven i hvert Fald ét ligge paa Buen  $AC$  efter Vendepunktets Definition. Men der kan heller ikke ligge flere. Hvis der nemlig fandtes endnu et Skæringspunkt  $P_1$ , vilde man almindeligvis ved at forskyde  $M_1$  tilbage til  $A$  faa



et fra  $A$  forskjelligt Skæringspunkt mellem  $a$  og Buen  $AC$ , hvilket er umuligt. Dog kunde det endnu tænkes, at  $a$  netop gik gennem  $C$ , saa at  $P_1$  vilde falde i  $C$ , naar  $M_1$  flyttedes tilbage til  $A$ . Men heller ikke dette er muligt, thi af Vendetangentens Egenskaber følger det, at, naar der gennem et Punkt  $P_1$ , der ligger nær ved en Vendetangent  $a$  (men ikke ved dennes Røringspunkt), gaar en Tangent til Buen  $AB$ , der rører i et ved  $A$  nærliggende Punkt, vil der ogsaa gennem  $P_1$  gaa en Tangent, der berører Buen  $AC$ ; dette er her umuligt, da den sidstnævnte Bue er elementær. Vi have altsaa set, at, naar Tangenten  $m_1$  skærer  $G$  i 3 Punkter (foruden i  $M_1$ ), maa nødvendigvis ét og kun ét falde paa Buen  $AC$ . Disse Forhold kunde endvidere ikke ændres ved, at  $m$  gaar fra Stillingen  $a$  over  $m_1$  til  $m_2$ , thi under denne Bevægelse er Punktet  $C$  slet ikke overskreden. Naar  $m$  nu mere og mere nærmer sig Stillingen  $m_2$ , maa af de eventuelle to Skæringspunkter mellem  $m$  og Buen  $BC$  enten intet konvergere mod  $C$  — hvilket er umuligt, da Buen  $BC$  i saa Fald af  $m_2$  vilde skæres i 3 Punkter — eller det ene maatte konvergere mod  $C$ . Det sidste er imidlertid ogsaa umuligt, thi Liniens Skæringspunkt med Buen  $AC$  konvergerer ogsaa mod  $C$ , og Kurven har hverken Dobbelttangenter eller Spidser.

Det er altsaa bevist, at en Tangent til Buen  $AB$ , der ligger mellem Stillingerne  $a$  og  $m_2$ , kun kan skære Kurven i ét Punkt, men deraf følger, at enhver Kurvetangent netop vil skære i endnu ét Punkt (foruden i Røringspunktet). Efter Sætning 4 i § 3 vil Kurven da være af tredje Orden.

Ved denne Sætning har den grafiske Kurve af 3die Orden faaet sin fuldstændige Beskrivelse.

Vi ville nu til Slutning tage Hensyn til, at Kurven har fremspringende Punkter medens den vedbliver at være kontinuert som Punktforebringelse. Fremspringende Punkter ere af tre væsentlig forskjellige Arter (se Figs. 6, 7, 8).

I et fremspringende Punkt  $O$  støde nemlig to Buer sammen, hvis Tangenter i  $O$  danne en vis endelig Vinkel med hinanden. Nu er det muligt, at Tangenten i et ved  $O$  nærliggende Punkt af den ene Bue skærer den anden Bue i et ved  $O$  nærliggende Punkt — enten for begge Buers Vedkommende, eller kun for den enes, eller endelig for ingen af Buernes Vedkommende. Svarende til hver af disse Muligheder ville vi (henholdsvis) sige, at Punktet  $O$  er af 1ste, 2den eller 3die Art. Naar Tangenten  $m$  i  $M$  til den ene Bue skærer i den anden Bue i  $P$ , vil  $P$  bevæge sig indad mod  $O$ , naar  $M$  gjør det, og i  $O$  ville  $M$  og  $P$  falde sammen.

Bestemmelsen af en saadan Kurve skal nu ske ved først at gjøre den fuldstændig kontinuert ved en vis Ændring i Nærheden af det fremspringende Punkt og ved dernæst igjen at ophæve Ændringen for at vende tilbage til den oprindelige Kurve (se Fig. 6, 7, 8). Operationen, at udføre denne Ændring, ville vi kalde at afrunde det fremspringende Punkt. Lad dette være  $O$ . Vi udelade da af de to Buer, der gaa herigjennem, to smaa

elementære Buer  $OM_1 = \mu_1$  og  $OM_2 = \mu_2$ , og forbinde dernæst atter  $M_1$  og  $M_2$  ved en lille elementær Bue  $\sigma$ , der ikke skærer  $\mu_1$  eller  $\mu_2$ , af den Beskaffenhed, at den i  $M_1$  og  $M_2$  berører de oprindelige Buer, og i disse Punkter danner Spidser med  $\mu_1$  og  $\mu_2$ . Disse Buer sammen med det endelige Liniestykke  $M_1M_2$  begrænse et endeligt Rum  $\omega_1$ ; ligesaa vil  $\sigma$  i Forbindelse med  $M_1M_2$  begrænse et endeligt Rum  $\omega_2$ . Da der nu i  $M_1$  findes en Spids, dannet af  $\sigma$  og  $\mu_1$ , ville Nabopunkterne paa disse Buer til  $M_1$  ligge paa samme Side af Linien  $M_1M_2$ ; heraf følger, at de endelige velbegrænsede Rum  $\omega_1$  og  $\omega_2$  begge ligge paa samme Side af Linien  $M_1M_2$ . Nu skal  $\sigma$  udtrykkelig vælges saaledes, at Rummet  $\omega_2$  ligger helt indeni  $\omega_1$ , hvilken Betingelse altid kan tænkes opfyldt, fordi  $\sigma$  kan vælges lige saa nær ved  $M_1M_2$ , som man selv vil. Rummet  $\omega_1$  sammensættes altsaa af  $\omega_2$  og et Rum  $\omega_3$ , der begrænses af  $\sigma + \mu_1 + \mu_2$ .

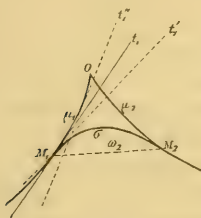


Fig. 6.

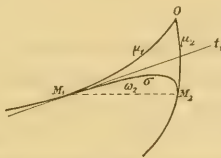


Fig. 7.

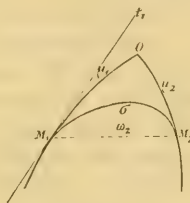


Fig. 8.

Vi skulle nu vise, at den ændrede Kurve  $G'$  er af samme Orden som den oprindelige  $G$ .

Lad først en ret Linie  $l$  skære  $\sigma$  i to Punkter; den kan da ikke skære  $M_1M_2$ , da denne i Forbindelse med  $\sigma$  danner en (ikke fuldstændig kontinuert) Linie af lige Orden. Linien  $l$  maa derfor ved Forlængelse komme ind i Rummet  $\omega_3$ ; og dernæst, da dette er endeligt, skære Begrænsningen  $\mu_1 + \mu_2$  i mindst to Punkter. En Linie, der skærer  $\sigma$  i ét og kun ét Punkt, ses dernæst umiddelbart at maatte skære  $\mu_1 + \mu_2$  i mindst ét Punkt, da  $\sigma + \mu_1 + \mu_2$  er hele Begrænsningen af  $\omega_3$ .

Efter dette er det sikkert, at ingen ret Linie kan skære den ændrede Kurve  $G'$  i flere Punkter end den oprindelige. Men Ordenen  $n$  af  $G$  kan heller ikke være bleven formindsket ved Afrundingen, naar vi blot vælge Buerne  $OM_1$  og  $OM_2$  tilstrækkelig smaa, thi  $G$  maatte saa være af den Beskaffenhed, at den af hver Linie, der ikke gaar gennem  $O$ , skæres i færre end  $n$  Punkter, men af en eller flere Linier gennem  $O$  i  $n$  Punkter; dette er aabenbart ikke muligt ved de her benyttede Bestemmelser af Skæringspunkternes Antal (hvor et Røringspunkt regnes for to Skæringspunkter med Tangenten o. s. v.)

Hvad Kurverne af tredie og fjerde Orden angaar, kan Umuligheden af ved Afrunding

at formindske Ordenen allerede ses deraf, at man ikke paa den Maade kan nedbringe Ordenen til at være henholdsvis 1 eller 2.

Vi skulde nu undersøge, hvilken Art af Spids der ved Afrunding fremkommer i  $M_1$  (og  $M_2$ ) (se Fig. 6, 7, 8). Lad Tangenten i  $M_1$  være  $t_1$ , og lad  $t_1'$  være en Nabotangent til  $t_1$ , der berører  $\sigma$ . Linien  $t_1'$ , der forbinder to Nabopunkter af  $\sigma$ , maa efter det ovenstaaende nødvendigvis skære  $\mu_1 + \mu_2$  i mindst to Punkter. Af disse Skæringspunkter kan højst ét falde paa  $\mu_2$ , da ellers ogsaa  $t_1$  vilde skære  $\mu_2$  i to Punkter, hvilket er mod Definitionen af de Buer, der støde sammen i  $O$ , naar disse vælges tilstrækkelig smaa; mindst ét af dem maa altsaa nødvendigvis falde paa  $\mu_1$ . Men intet Skæringspunkt mellem  $t_1'$  og  $\mu_1$  kan falde i endelig Afstand fra  $M_1$ , da saa ogsaa  $t_1$  maatte skære  $\mu_1$  i endelig Afstand fra  $M_1$ , hvilket er umuligt, da  $\mu_1$  er en elementær Bue. Vi se altsaa, at en Nabotangent til  $t_1$ , der berører  $\sigma$ , i alle Tilfælde maa skære  $\mu_1$  i et Nabopunkt til  $M_1$ . Det analoge gjælder om en Tangent til  $\sigma$  i Nærheden af  $M_2$ .

En Nabotangent  $t_1''$  til  $t_1$ , der berører  $\mu_1$ , behøver derimod ikke at skære  $\sigma$  i et Nabopunkt til  $M_1$ . Lad os først betragte det Tilfælde, at  $t_1$  skærer  $\mu_2$  i et Punkt, hvilket kan indtræffe ved et fremspringende Punkt af første Art og ved (den ene Bue af) et Punkt af anden Art (se Fig. 6, 7). Her vil  $t_1''$  skære  $\sigma$  i ét Punkt, da den maa skære  $\mu_1 + \mu_2 + \sigma$  i et lige Antal Punkter, og dette Punkt maa være et Nabopunkt til  $M$  paa  $\sigma$ , thi  $t_1''$  kan ikke skære  $\mu_2$  i to Punkter, eller  $\mu_1$  i et enkelt Punkt i endelig Afstand fra Røringspunktet, uden at ogsaa  $t_1$  vilde skære paa samme Maade, hvilket som ovenfor nævnt er umuligt.

I dette Tilfælde vil altsaa  $\mu_1$  og  $\sigma$  i  $M_1$  danne en Spids af første Art. Men  $\mu_1$  og Forlængelsen af denne Bue (langs den oprindelige Kurve) udover  $M_1$  danner der et sædvanligt Kurvepunkt; derfor maa den nævnte Forlængelse i Forbindelse med  $\sigma$  i  $M_1$  danne en Infleksion.

Lad os dernæst antage, at  $t_1$  ikke skærer  $\mu_2$  (se Fig. 8). Nabotangenten  $t_1''$  til  $t_1$  berørende  $\mu_1$  vil da ikke skære  $\mu_2$ , lige saa lidt som den vil have noget Punkt fælles med  $\mu_1$  udenfor Røringspunktet. Men  $t_1''$  vil heller ikke skære  $\sigma$ . Den kan nemlig ikke skære  $\sigma$  i ét og kun ét Punkt, da den i saa Fald maatte skære  $\mu_1 + \mu_2$  i et ulige Antal af enkelte Punkter til Trods for, at den her kun har Røringspunkt fælles med  $\mu_1 + \mu_2$ . Men den kan heller ikke skære  $\sigma$  i to Punkter, thi  $t_1''$  vil i sit Røringspunkt ikke træde ud af eller ind i Rummet  $\omega_2$ , hvilket i saa Fald maatte være nødvendigt efter det foregaaende. I dette Tilfælde danne altsaa  $\mu_1$  og  $\sigma$  i  $M_1$  en Spids af anden Art. Da nu  $\mu_1$  og dens Forlængelse danne et sædvanligt Punkt i  $M_1$ , maa ogsaa  $\sigma$  og den nævnte Forlængelse sammesteds danne et sædvanligt Kurvepunkt.

Naar nu Kurven paa den anførte Maade er gjort fuldstændig kontinuert, skal den have 3 Infleksionspunkter. Af disse forsvinde efter det udviklede, naar vi ophæve Ændringen, 0, 1 eller 2 eftersom det fremspringende Punkt er af 3die, 2den eller 1ste Art. Man har altsaa:

En Kurve af tredie Orden, der med Undtagelse af et enkelt fremspringende Punkt er fuldstændig kontinuert, vil have 1, 2 eller 3 Vendetangenter, eftersom Punktet er af 1ste, 2den eller 3die Art.

Hvad nu Formerne af Kurverne angaar, er der meget lidt at tilføje, naar Formen af den fuldstændig kontinuerte Kurve forudsættes vel bekendt, idet man nemlig begynder med at tegne de afrundede Kurver (se Fig. 9, 10, 11).

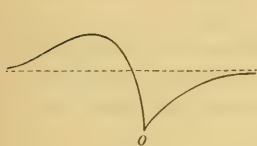


Fig. 9.

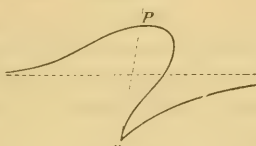


Fig. 10.

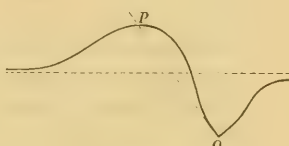


Fig. 11.

Nyttigt er det dog og nødvendigt for Læren om Kurverne af fjerde Orden at bevise de følgende Smaasætninger. Herved skal først mindes om, at man ved en uegentlig Tangent i et fremspringende Punkt  $O$  forstaar en vilkaarlig af de gennem  $O$  gaaende Linier af den Beskaffenhed, at den ved en lille Drejning om et af sine (fra  $O$  forskellige) Punkter  $P$  kan bringes til at skære Kurven i to ved  $O$  nærliggende Punkter; begge disse Skæringspunkter forsvinde, naar  $OP$  drejes om  $P$  en lille Vinkel i modsat Retning. En Linie gennem  $O$ , der ikke er uegentlig Tangent, skærer Kurven kun én Gang i  $O$ . Det er klart, at ingen Linie kan være Tangent i to forskellige Punkter til en  $G^3$ , selv om den den ene Gang skulde være uegentlig.

Af Tangenterne i et fremspringende Punkt ville enten begge, (10) eller én af dem, eller ingen af dem yderligere skære Kurven, eftersom Punktet er af 3die, 2den eller 1ste Art.

Naar nemlig en Tangent  $t$  i  $O$  skærer Kurven i et Punkt  $P$ , maa en Nabotangent til  $t$  yderligere skære i et Nabopunkt til  $P$ ; da ingen ret Linie maa skære i flere end 3 Punkter, følger nu Sætningen af den definerende Egenskab ved et fremspringende Punkt af hver af de tre Arter.

Fra et fremspringende Punkt  $O$  udgaa 0, 1 eller 2 Tangenter, der (11) berøre udenfor  $O$ , eftersom Punktet er af 1ste, 2den eller 3die Art.

De selvsamme Slutninger, som benyttedes Side 30 til Bevis for (1) vise, at der ogsaa her fra hvert Kurvepunkt  $P$  udgaa to Tangenter; den eneste Forskel er den, at nu kan den ene af disse være en uegentlig Tangent, dannet ved at forbinde  $P$  med  $O$ . Lad os først antage, at det fremspringende Punkt er af 1ste Art, og lad os vælge et Punkt  $M$  nær ved  $O$ . Her maa Linien  $MO$  være en uegentlig Tangent, thi hvis ikke, saa vil den i



$O$  kun skære 1 Gang, og maatte altsaa skære i endnu et Punkt  $N$ . Men den Tangent  $t$  i  $O$ , der er Nabolinie til  $MO$ , maatte da ogsaa skære Kurven i et Nabopunkt til  $N$ , hvilket efter Sætning (10) ikke er Tilfældet. Fra  $M$  udgaar altsaa kun én egentlig Tangent, der berører udenfor  $O$ , og denne ene falder sammen med en af Tangenterne i  $O$ , naar  $M$  konvergerer med  $O$ .

Hvis  $O$  derimod er af 3die Art, vil  $MO$  ingen uegentlig Tangent være, thi Linien skærer Kurven i et Punkt, der ligger i en endelig Afstand fra  $O$ , nemlig i Nabopunktet til det Punkt  $N$ , hvori den Tangent i  $O$ , der er Nabolinie til  $MO$ , ifølge det ovenstaaende paany skærer Kurven. Fra  $M$  og altsaa ogsaa fra  $O$  udgaar der da to egentlige Tangenter.

Naar  $O$  er af anden Art, kommer den ene eller den anden af de nysnævnte Muligheder til at spille en Rolle, eftersom et Nabopunkt  $M$  til  $O$  vælges paa den ene eller den anden af de to Buer, der gaa gennem  $O$ .

Hvad Antallet af de sammensættende fuldstændig kontinuerte Buer angaar, er dette 2, 3 eller 4, eftersom det fremspringende Punkt er af 1ste, 2den eller 3die Art. Figurerne findes som i Fig. 9, 10, 11 projicerede saaledes, at Kurven faar ét og kun ét uendeligt fjernt sædvanligt Punkt.

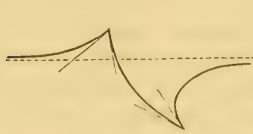


Fig. 12.

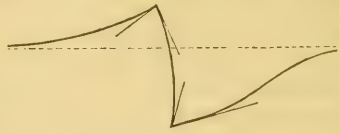


Fig. 13.

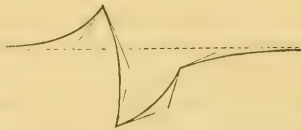


Fig. 14.

Vi ville endnu tage Hensyn til Kurver med flere fremspringende Punkter. Hvad nu først Punkterne af 3die Art angaar, kan der af disse findes lige saa mange, det skal være. Man kan jo simpelt hen omdanne en fuldstændig kontinuert Kurve ved at erstatte to smaa paa hinanden følgende Buer  $AB$  og  $BC$  med de retliniede Stykker  $AB$  og  $BC$ , og dernæst, om man vil, give de sidstnævnte en lille Krumping saaledes, at der ingen Infleksioner dannes. Saadanne Punkter kunne endvidere optræde enten alene eller ogsaa i vilkaarligt Antal sammen med andre fremspringende Punkter. Selv om nu Spørgsmaalet om Punkter af 3die Art ganske vist ikke er fuldstændig udtømt ved denne Bemærkning,



ville vi dog ikke gaa videre ind derpaa, men i det følgende fuldstændig udelade at tage Hensyn til saadanne Punkter. Vi have nu:

En Kurve af tredie Orden kan ikke have flere end ét fremspringende (12) Punkt af 1ste Art.

Afrundes nemlig Spidserne, vil der fremkomme 2 Infleksionspunkter ved hvert fremspringende Punkt af 1ste Art, og den fuldstændig kontinuerte Kurve kan ikke have flere end 3 Infleksionspunkter.

Paa selvsamme Maade ses:

En kontinuert Kurve af tredie Orden med et fremspringende Punkt (13) af 1ste Art, kan højst have ét fremspringende Punkt af 2den Art, og endvidere kan Kurven højst have 3 fremspringende Punkter af 2den Art.

De tre eneste Muligheder, vi behøve at tage Hensyn til, ere altsaa:

En Kurve med et fremspringende Punkt af 1ste Art og et af 2den Art, uden Vendetangenter (Fig. 12),

En Kurve med to fremspringende Punkter af anden Art og 1 Vendetangent (Fig. 13) og

En Kurve med tre fremspringende Punkter af 2den Art uden Vendetangenter (Fig. 14).

Projiceres de som før, bliver deres typiske Form utvivlsom.

Har Kurven et Dobbelpunkt, kan den endnu have et fremspringende Punkt  $O$ , men ogsaa kun et, hvilket maa være af anden Art. Dette ses nemlig straks af den velkjendte Form for den fuldstændig kontinuerte Kurve ved et Dobbelpunkt, idet det fremspringende Punkt afrundes.  $O$  kan ikke ligge paa Sløjfen, og Kurvens Figur, projiceret som før, findes i Fig. 15.

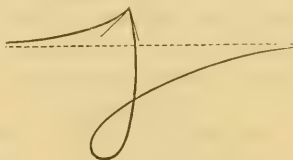


Fig. 15.

Til hver af de ovenfor beskrevne Former kan som før nævnt føjes passende bestemte fremspringende Punkter af 3die Art i vilkaarligt Antal. Saadanne Punkter kunne naturligvis ogsaa godt ligge paa en Sløjfe.

## § 5.

### Kurven af fjerde Orden.

Ved Kurverne af fjerde Orden  $G^4$  viser  $M$  Afbigelsen fra de algebraiske Kurvers Theori sig langt stærkere end ved Kurverne af tredie Orden. Væsentlig maa dette allerede være en Følge af, at her kan Antallet af Dobbelttangenter  $t$ , af Dobbelpunkter  $d$  og af Vendetangenter  $e'$  hver for sig være større end ethvert nok saa stort givet Tal.

Som Eksempel kunne vi tage den brudte Linie, der dannes ved at dele en Cirkel i et ulige Antal Dele ved Punkterne  $A_1, A_2, \dots, A_{2n+1}$  (hvor  $n > 1$ ), idet da den polygonale Linie  $A_1 A_2 A_3 \dots A_{2n+1}$ , der løber Cirklen to Gange rundt, vil være en  $G^4$  med  $2n + 1$  Dobbeltpunkter og lige saa mange Dobbelttangenter; man kan tilmed, om man vil, ved at give Liniestykkerne en passende lille Krumning, ogsaa sørge for, at Linien bliver fuldstændig kontinuert. At en  $G^4$  kan have et ubegrænset Antal Vendetangenter, har man et simpelt Eksempel paa i en forlænget Epicycloide, der løber Cirklen én Gang rundt og hvor det beskrivende Punkt ligger tilstrækkelig nær ved den rullende Cirkels Centrum. Derimod er Antallet af Spidser begrænset. Herved ville vi fastholde som en, om man vil, ny Vedtægt, at en Vendetangent og en Spidstangent altid skal betragtes som en Linie, der skærer i 3 sammenfaldende Punkter, da der altid i vilkaarlig Nærhed af en saadan Linie findes Linier, der skære i 3 adskilte Punkter. I Virkeligheden er denne Vedtægt kun ny paa den Maade, at den forhindrer en Dobbelttangent i samtidig at være Vendetangent og Spidstangent, eller være Vendetangent to Gange, eller Spidstangent to Gange.

Vi ville nu straks bevise:

- (1) En  $G^4$  kan ikke have flere end tre Spidser.

Denne Sætning er indbefattet i en senere, men kan ogsaa ses indirekte. Lad os nemlig antage, at Kurven havde 4 Spidser  $A, B, C$  og  $D$ . En Forbindelseslinie  $AB$  mellem to af Spidserne vil ikke yderligere skære Kurven, og man kan derfor altid — paa Grund af ovennævnte Vedtægt — vælge en Linie i Nærheden af  $AB$ , der ikke har noget Punkt fælles med Kurven. Deraf følger, at man uden Specialisering i projektiv Forstand kan gaa ud fra, at Kurven eller i hvert Fald en Projektion af den ligger helt i det endelige. Lad nu Spidsernes Benævnelser være valgte saaledes, at  $D$  ikke ligger i den endelige Trekant  $ABC$ . Men Kurven maa netop ligge i denne, da den f. Eks. skal gaa gennem  $C$  og maa ligge helt paa den ene Side af  $AB$ . En fjerde Spids er altsaa en Umulighed. Opgiver man den særlige Vedtægt, bliver 4 Spidser mulige, hvorpaa Hypocycloiden med 4 Spidser afgiver Eksempel.

En Kurve  $G^4$  kan derimod have lige saa mange Berøringspunkter mellem to Grene, som det skal være.

Naar et af adskilte Kurver dannet System skal være af fjerde Orden, paalægges der endvidere ikke derved Antallet af de enkelte Kurver nogen Begrænsning. Man behøver f. Eks. kun at vælge et vilkaarligt Antal Punkter, af hvilke ikke tre ligge ud i ret Linie, og omgive disse Punkter med tilstrækkelig smaa (sædvanlige) Ovaler. Det maa som en følge deraf anses for naturligt, at vi i det følgende udelukkende holde os til en enkelt usammensat Kurve.

Vi ville nu til at begynde med lade Kurver med Spidser og Dobbeltpunkter ude af Betragtning og bevise:

Har en fuldstændig kontinuert  $G^4$  ikke Dobbeltpunkter eller Spidser, (2) ville de to Røringspunkter for en Dobbelttangent altid være Endepunkter for en Bue, der indeholder to og kun to Infleksionspunkter af Kurven.

Lad en Dobbelttangent  $t$  røre i  $A$  og  $B$ . Man kan da altid finde en Linie, der ikke skærer Kurven og kan derfor altid gaa ud fra — eventuelt efter en Omprojektion — at Kurven ligger helt i det endelige, og udelukkende paa den ene Side af  $t$ . Enhver af de to Dele  $G_1$  og  $G_2$ , hvori Kurven deles ved Punkterne  $A$  og  $B$ , ville i Forbindelse med det endelige Liniestykke  $AB$  — vi ville kalde det  $(AB)$  — begrænse en endelig Del ( $\sigma_1$  og  $\sigma_2$ ) af Planen<sup>1)</sup>. Vi kunne antage, at  $\sigma_1$ , til hvis Begrænsning  $G_1$  hører, ligger indeni det andet  $\sigma_2$ ;  $G_1$  ville vi da kalde den indre,  $G_2$  den ydre Bue (se Fig. 16).

Man ser nu for det første, at der ikke kan findes nogen fælles Tangent  $t_1$  til  $G_1$  og  $G_2$ . Da nemlig  $t_1$  i hvert Fald ikke er en Vendetangent, maa den Del af  $t_1$ , der ligger nær ved Røringspunktet  $T_1$  med den ydre Bue, ligge paa en bestemt Side af denne, enten udenfor eller i  $\sigma_2$ . Men  $t_1$  skal i hvert Fald gaa ind i  $\sigma_2$  til et Punkt af  $G_1$ ; derfor maa hele Linien  $t_1$  skære Begrænsningen af  $\sigma_2$  i mindst to Punkter udenfor  $T_1$ . Da der nu af disse højst ét kunde falde paa  $(AB)$ , vilde  $t_1$  skære  $G_1 + G_2$  i mindst 5 Punkter.

Paa aldeles lignende Maade ses Umuligheden dels af en Dobbelttangent til  $G_1$ , dels af et Skæringspunkt mellem en Vendetangent til  $G_1$  og selve  $G_1$ . Af det sidste følger, at der fra ethvert Punkt af  $G_1$  udgaar det samme Antal Tangenter til  $G_1$ . Fra  $A$  og fra  $B$  maa der da ogsaa udgaa lige mange fra  $t$  forskellige Tangenter til  $G_1$ . Det er umuligt, at der ingen saadan Tangent findes, thi paa Buen  $G_1$  vilde der i saa Fald heller ikke findes noget Infleksionspunkt, da der fra et Kurvepunkt i dets Nærhed vilde udgaa mindst én Tangent til  $G_1$ . Men hele  $G_1$  maatte da være en elementær Bue, hvad der strider mod, at en saadan Tangent til  $G_1$ , hvis Røringspunkt ligger nær ved  $A$ , nødvendigvis maa skære  $G_2$  og altsaa ogsaa  $G_1$  i et Punkt nær ved  $B$ .

Der findes altsaa mindst én Tangent fra  $A$  og  $B$  til  $G_1$ , men der vil heller ikke findes flere end én.

Lad os nemlig dreje Linien  $AB$  om Punktet  $A$  i den Retning, at  $B$  i det første Øjeblik bevæger sig paa  $G_1$  i Retningen fra  $B$  til  $A$ .

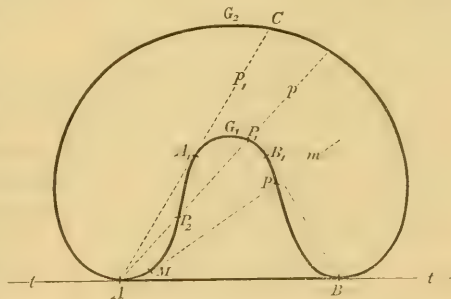


Fig. 16.

<sup>1)</sup> Selve Punkterne  $A$  og  $B$  regnes egentlig hverken med til  $G_1$  eller til  $G_2$ . Naar vi f. Ex. tale om  $A$  paa  $G_1$ , menes egentlig Nabopunktet paa  $G_1$  til  $A$ .

Til at begynde med skærer da den bevægelige Linie  $p$  Buen  $G_1$  i to Punkter, et Punkt  $P_2$  nær ved  $A$  og et Punkt  $P_1$  nær ved  $B$ . Det er nødvendigt, at  $P_2$  falder paa  $G_1$ , hvilket følger af, at Rummet  $\sigma_1$  ligger indeni  $\sigma_2$ . Linien  $p$  maa altsaa, indtil Tangenten  $p_1$  naas, skære  $G_1$  i to Punkter, og begge disse maa tabes, naar  $p$  overskrider  $p_1$ . Denne Linie skærer  $G_2$  i endnu ét Punkt  $C$  og  $G_1 + G_2$  i 4 Punkter. Men nu deles  $\sigma_2$  af det endelige Liniestykke  $AC$  i to fuldstændig adskilte Dele, og  $G_1$  ligger i den ene Del og kan ikke overskride  $p_1$ . Fortsætter  $p$  sin Drejning om  $A$  over  $p_1$ , vil den altsaa slet ikke mere kunne skære  $G_1$  inden  $p$  naar  $t$ , da  $G_1$  ikke kan dannes af flere Buer, der stode op til hinanden i  $B$ ;  $\therefore$  fra  $A$  udgaar kun én Tangent, og ligeledes fra  $B$ . Lad den første af disse berøre i  $A_1$  den anden i  $B_1$ .

Lad nu et Punkt  $M$  gennemløbe  $G_1$  fra  $A$  til  $B$ . Tangenten  $m$  i  $M$  maa begynde med at skære  $G_1$  i et Punkt  $P$ , der ligger nær ved  $B$ , og det Punkt vil bevare sin Bevægelsesretning, naar  $M$  gjør det, da ingen Vendetangent til  $G_1$  atter kan skære  $G_1$ .  $P$  vil altsaa kun kunne forsvinde som et Punkt af  $G$ , derved, at det overskrider Endepunktet  $A$ .

Vi skulle nu se, at Punkterne  $A$ ,  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $B$  følge paa hinanden i denne Orden. I Fald  $M$  nemlig først naar  $B_1$ , maa der derved vindes eller tabes et Skæringspunkt mellem  $m$  og  $G_1$ . Men det maa her vindes, thi det ovennævnte Punkt  $P$  (til at begynde med det eneste enkelte Skæringspunkt med  $G_1$ ) maa første Gang tabes i  $A$ , da det stadig fjerner sig fra  $B$ . Efter at  $M$  har overskredet  $B_1$ , vilde man altsaa have en Linie  $m$ , der skar  $G_1$  i 4 Punkter,  $G_1 + G_2$  altsaa mindst i 5 Punkter.  $M$  maa derfor nødvendigvis først træffe  $A_1$ .

Naar nu  $M$  løber fra  $A$  til  $A_1$ , vil  $P$  have løbet fra  $B$  til  $A$  og kun én Gang have truffet  $M$   $\therefore$  paa Buen  $AA_1$  findes ét og kun ét Infleksionspunkt. Det samme er Tilfældet paa Buen  $BB_1$ . Mellem  $A_1$  og  $B_1$  kan endelig intet Infleksionspunkt findes, thi det nysnævnte Punkt  $P$  er forsvunden og intet nyt Skæringspunkt mellem  $m$  og  $G_1$  kan optræde, inden  $M$  har overskredet  $B_1$ .

Man ser, at Sætningen er uafhængig af, om der paa  $G_2$  findes Infleksionspunkter eller Spidser eller fremspringende Punkter, blot disse ikke have noget at gjøre med  $G_1$ .

To Infleksionspunkter paa en vilkaarlig fuldstændig kontinuert Kurve af fjerde Orden, der ligge paa en af Røringspunkter med en Dobbelttangent begrænset Bue, som ikke indeholder andre Singulariteter end disse, ville vi kalde et Infleksionspar, og den tilhørende Dobbelttangent en Dobbelttangent af første Art.

I Almindelighed kan der paa  $G^4$  optræde Infleksionspunkter, der ikke høre til Infleksionspar (isolerede Infleksionspunkter), og Dobbelttangenter, der ikke ere af første Art (men af anden Art). Paa dette Sted har vi imidlertid:

- (3) Alle Infleksionspunkter paa en fuldstændig kontinuert  $G^4$  uden Dobbeltpunkter og Spidser ordne sig i Infleksionspar.

Lad  $R$ ,  $S$  og  $T$  være tre paa Kurven paa hinanden følgende Infleksionspunkter (se Fig. 17). Man skal da vise, at  $S$  enten med  $R$  eller med  $T$  danner et Infleksionspar. Ved en Bue bestemt ved to af Kurvens Punkter f. Ex.  $A$  og  $B$  forstaa vi i det følgende den Bue, der i Retningen  $RST$  gaar fra  $A$  til  $B$ . Hvis nu et Punkt  $M$ , der i denne Retning gennemløber Buen  $RS$ , overskrider Røringspunktet for en Dobbelttangent, kunne vi vise, at  $S$  og  $T$  danne et Infleksionspar. Vi ville først vise, at, naar der paa Buen  $RS$  findes ét Røringspunkt for en Dobbelttangent, vil der paa samme Bue findes endnu ét og kun ét lignende. Efter at  $M$  nemlig har overskredet det første saadanne Punkt  $A$ , vil Tangenten  $m$  i  $M$  ikke kunne have noget fra  $M$  forskjelligt Punkt fælles med Kurven, men naar  $M$  er naaet hen til et Punkt nær ved  $S$ , vil  $m$  sikkert skære i endnu et Punkt; der maa derfor mellem  $A$  og  $S$  findes et Røringspunkt for en ny Dobbelttangent. Lad dette Røringspunkt være  $B$ , og lad samme Dobbelttangent anden Gang berøre i  $C$ . Nu kan der ikke mellem  $B$  og  $S$  findes et Røringspunkt for en yderligere Dobbelttangent. Idet nemlig  $M$  gaar fra  $B$  til  $S$ , ville Retningerne for de to enkelte Skæringspunkter mellem  $m$  og Kurven ikke kunne skifte, og de ere indbyrdes modsatte overalt, da dette finder Sted i Nærheden af  $B$ . Næste Gang et Røringspunkt for en Dobbelttangent skulde overskrides, maatte de to enkelte Skæringspunkter mellem  $m$  og  $G^4$  tilsammen have gennemløbet hele Kurven, og derfor maatte ét af dem have overskredet  $M$ , der bevæger sig fra  $B$  til  $S$ ; dette er imidlertid umuligt, saa at der mellem  $B$  og  $S$  ikke findes noget Infleksionspunkt.

De to Punkter  $B$  og  $C$  maa nu paa  $G^4$  efter den foregaaende Sætning begrænse en indvendig Bue indeholdende to og kun to Infleksionspunkter. Disse to maa netop være  $S$  og  $T$ , thi den Bue, der fra  $B$  gaar over  $R$  til  $C$  kan ikke være den indre Bue, da der paa den findes Røringspunktet  $A$  for en Dobbelttangent.

Paa samme Maade ses, at den Dobbelttangent, hvis Røringspunkt er  $A$ , bestemmer en indre Bue med to Infleksionspunkter, hvoraf det ene er  $R$ .

Lad os dernæst antage, at Buen  $RS$  ikke indeholder noget Røringspunkt for en Dobbelttangent. (Læser man i Teksten  $R'$ ,  $S'$ ,  $T'$  i Stedet for  $R$ ,  $S$ ,  $T$ , kan man atter benytte sig af Fig. 17).

Man kan da vise, at Buen  $ST'$  nødvendigvis maa indeholde saadanne. Naar  $M$  nemlig i dette Tilfælde gennemløber Buen  $RS$ , maa af de to enkelte Punkter  $P_1$  og  $P_2$ , som  $m$  her nødvendigvis stadig har fælles med Kurven, det ene  $P_1$  — det, der i  $R$  falder sammen

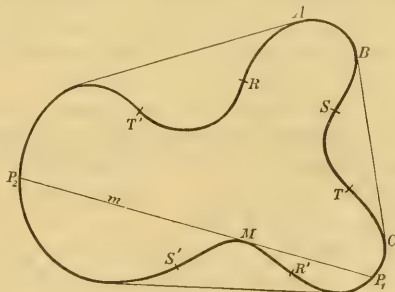


Fig. 17.



med  $M$  — til at begynde med og derfor under hele denne Bevægelse løbe i modsat Retning af  $M$ . Det andet Punkt  $P_2$  maa imidlertid ogsaa gaa i modsat Retning af  $M$ . Under den nye Forudsætning kunne nemlig hverken  $P_1$  eller  $P_2$  forsvinde, og lige saa lidt gaa forbi hinanden, medens  $M$  løber fra  $R$  til  $S$ , og naar  $M$  falder i  $S$ , maa det derfor være  $P_2$ , som  $M$  nu falder sammen med, og paa det Sted løbe  $M$  og  $P_2$  i modsat Retning. Gaar  $M$  nu videre og gennemløber Buen  $ST$ , bevarer  $P_2$  sin Retning, medens Retningen for  $P_1$  skifter. Under denne Del af Bevægelsen løbe altsaa  $M$  og  $P_1$  i samme Retning. Men det er umuligt, at under hele denne Bevægelse  $P_1$  og  $P_2$  have eksisteret som adskilte Punkter, thi naar  $M$  falder i  $T$ , maa det være  $P_1$ , som  $M$  der skal falde sammen med, da  $P_1$  og  $P_2$  ikke kunne have krydset hinanden, hvorefter Umuligheden følger deraf, at  $M$  og  $P_1$  bevæge sig i samme Retning.

I det foregaaende have vi vel udtrykkelig antaget, at Kurven har mindst 3 Infleksionspunkter, men den sidste Del af den ovenstaaende Udvikling viser tillige, at én og kun én af de to Buer, hvori en Kurve med to Infleksionspunkter deles af disse, vil indeholde noget Røringspunkt for en Dobbelttangente; derefter viser den foregaaende Sætning, at  $G^4$  ikke kan have flere end én Dobbelttangente. Vor Sætning er altsaa fuldstændig godtgjort, og man ser, at en  $G^4$  uden Dobbeltpunkter og Spidser maa mindst have én Dobbelttangente.

Man er nu i Stand til at give en næsten fuldstændig Beskrivelse af Formen for disse Kurver  $G^4$ . Da der nemlig altid findes en Dobbelttangente, vil der ogsaa altid findes Linier, der ikke skære Kurven. Der ligger altsaa ikke noget specielt i, at vi lade Kurven ligge helt i det endelige. Efter at dette er opnaaet, eventuelt ved en Projektion, erstatte vi de til Dobbelttangenterne hørende indre Buer ved det endelige Stykke af den tilhørende Dobbelttangente. Denne Operation ville vi kalde at lukke for Infleksionsparrene.

Hvad der nu er tilbage vil være en kontinuert Kurve af anden Orden  $G^2$ . Selve Dobbelttangente kan nemlig ikke have noget Punkt udenfor det nævnte endelige Stykke fælles med Kurven, og ingen enkelt Tangente kan skære i noget Punkt udenfor Røringspunktet, da ingen Skiften i Antallet af eventuelle saadanne Skæringspunkter kan finde Sted (se Sætning 4 § 3).

For at konstruere den almindeligste Kurve af fjerde Orden uden Dobbeltpunkter og Spidser — Kurver af den første Hovedtype — behøver man altsaa kun at begynde med en vilkaarlig Kurve af anden Orden og dernæst erstatte Korder i denne, der ikke skære hinanden, med passende bestemte indadgaende Buer. De ere passende bestemte, naar en Vendetangente kun skærer i ét enkelt Punkt, og naar to forskellige af disse Buer ingen fælles Tangente have.

Idet vi nu gaa over til Kurven med Dobbeltpunkt, bevises først:

Gjennem et Dobbelpunkt af en Kurve af fjerde Orden udgaa enten (4) to eller ingen Tangenter, der berøre udenfor Dobbelpunktet.

Herved er det forudsat, at Dobbelpunktet ikke er Infleksionspunkt paa nogen af de to Buer, der gaa derigjennem.

Lad  $O$  være et Dobbelpunkt. Forbindes  $O$  med et bevægeligt Kurvepunkt  $M$ , vil Forbindelseslinien endnu skære i et Punkt  $M_1$ , der gennemløber hele Kurven én Gang, naar  $M$  gjør det, da  $M$  og  $M_1$  gjensidig éntydigt bestemme hinanden; af samme Grund ville de to ogsaa enten stadig løbe i samme Retning eller stadig i modsat Retning. Findes der én Tangent fra  $O$ , maa de løbe i modsat Retning, og der vil da desuden findes én og endnu kun én Tangent udgaaende fra  $O$ .

De Dobbelttangenter, hvorfra der ikke udgaa nogen Tangent, skulle siges at være af første Art, de andre af anden Art. Herved maa det bemærkes, at et Dobbelpunkt  $O$ , der tillige er et Infleksionspunkt, altid regnes for at være af anden Art; Vendetangenten regnes, om man vil, for at berøre i et Nabopunkt til  $O$ .

Man maa erindre, at det, der er bestemt, er Antallet af de Linier, der gaa gennem  $O$  og desuden skære i to sammenfaldende Punkter. Mellem de fra  $O$  udgaaende Tangenter medregnes derfor en Forbindelseslinie mellem  $O$  og en Spids, og mellem  $O$  og et fremspringende Punkt  $P$ , saafremt  $OP$  i  $P$  er «uegentlig Tangent». Da Sætningen ogsaa gjælder, naar  $O$  selv er en Spids, have vi her det tidligere nævnte Bevis for, at en Kurve af fjerde Orden ikke kan have flere end tre Spidser.

Af væsentlig Betydning for det følgende er det nu:

Alle Dobbelpunkter paa en Kurve af fjerde Orden maa nødvendigvis (5) være af samme Art, med mindre der findes 3 Dobbelpunkter.

Lad os nemlig antage, at der fra et Dobbelpunkt  $O_1$  udgaa to Tangenter, fra et andet  $O_2$  derimod ingen. Et Punkt  $M$  af Kurven forbindes med  $O_1$  og  $O_2$ , og lad  $O_1M$  og  $O_2M$  desuden skære henholdsvis i  $M_1$  og  $M_2$ . Naar nu  $M$  gennemløber hele Kurven, maa  $M_1$  og  $M_2$  hver for sig gjøre det samme, og efter det forrige ville  $M$  og  $M_1$  løbe i modsat Retning, men  $M$  og  $M_2$  stadig i samme. Derfor løbe  $M_1$  og  $M_2$  i modsat Retning og maa nødvendigvis falde sammen. Dette kan kun ske i et nyt Dobbelpunkt — da Linien  $O_1O_2$  ikke yderligere skærer Kurven — men her vil ogsaa finde to virkelige Sammenfald Sted mellem  $M_1$  og  $M_2$ , svarende til, at  $M$  bevæger sig paa den ene eller paa den anden af de to Buer gennem Dobbelpunktet. Da der overhovedet kun kan findes to Sammenfald, er det altsaa sikkert, at der i det antagne Tilfælde findes netop tre og kun tre Dobbelpunkter. Saadanne Kurver indtage derfor en Særstilling i topologisk Henseende; idet i dette Tilfælde Dobbelpunkterne ikke behøve at være af samme Art.

Naar man vil undersøge Formen af Kurver med Dobbelpunkt, er det nyttigt at tænke sig Kurven sammensat af to Dele, der hænge sammen i et Dobbelpunkt  $O$ . Man

kommer utvetydigt til en saadan Del eller Gren ved ud fra et Dobbelpunkt  $O$  at gjenne-  
løbe hele Kurven til man første Gang paany naar  $O$ . Hver af disse Dele ere fuldstændig  
kontinuerte undtagen i  $O$ . Hele Kurven forudsættes nemlig fuldstændig kontinuert, og  
hver af de sammensættende Dele maa, idet Dobbelpunktets Tangenter forudsættes adskilte,  
have et fremspringende Punkt i  $O$ ; thi man kan ikke, den første Gang man vender tilbage  
til  $O$ , bevæge sig i samme Retning som den, hvori man gik ud; Kurven vilde nemlig i  
saa Fald være grafisk sammensat, hvilket her skal være udelukket.

Svarende til hvert Dobbelpunkt kan Kurven saaledes deles i to «Grene»<sup>1)</sup>. Den  
benyttede Operation ville vi kalde at overskære eller dele Kurven i et Dobbelt-  
punkt (se f. Ex. Figur 21) og de to Grene, der herved dannes, skulle siges at høre til  
Dobbelpunktet.

Vi ville nu ved den anden Hovedtype for Kurver af fjerde Orden forstaa  
Samlingen af de Kurver, hvis Dobbelpunkter alle ere af 1ste Art.

Om disse har man:

- (6) En Kurve af fjerde Orden med lutter Dobbelpunkter af første Art  
har foruden Dobbelttangenter af første Art med tilhørende Infleksionspar  
ikke andre Singulariteter end lige saa mange Dobbelttangenter af anden  
Art som Dobbelpunkter (se Fig. 18 og 19).

De to Grene  $G_1$  og  $G_2$ , hvori Kurven deles ved Overskæring i et Dobbelpunkt  
 $O$ , maa her være af lige Orden. Ellers vilde de nemlig være af tredje Orden, og der vilde  
da fra  $O$  udgaa Tangenter til Kurven. Dette er vist tidligere i § 4 for de Kurvers Ved-  
kommende, hvor det fremspringende Punkt er af 2den eller 3die Art; men det er almen-  
gyldigt, thi naar  $O$  paa den ene Gren er af 1ste Art, maa det paa den supplerende Gren  
være af 3die Art. Denne sidste Bemærkning gjælder ikke, naar en af Buerne gennem  $O$   
der har et Infleksionspunkt, men dette indtræffer ikke her, da  $O$  i saa Fald ikke skal  
regnes som et Dobbelpunkt af første Art.

Dobbelpunkter paa Kurven kunne enten fremkomme ved, at de to Grene  $G_1$  og  
 $G_2$  hørende til samme Dobbelpunkt skære hinanden, eller derved, at der findes Dobbelt-  
punkter paa hver af Grenene for sig. Den sidste Mulighed kan ikke indtræffe  
for Kurverne af den Gruppe, vi i dette Øjeblik betragte. Lad nemlig  $O_1$  være  
et Dobbelpunkt paa  $G_1$ , der ikke ligger paa  $G_2$ . Enhver ret Linie gennem  $O_1$  skærer  
 $G_2$  i det samme Antal Punkter, thi en Ændring i dette Antal kan under Drejning om  $O_1$   
kun ske enten ved at overskride en fra  $O_1$  til  $G_2$  udgaaende Tangent, og saadanne eksistere  
her ikke — eller muligvis ved at overskride Forbindelseslinien med det fremspringende

<sup>1)</sup> Da vi overhovedet ikke betragte Kurver, der ere sammensatte af flere helt adskilte og hver for sig  
fuldstændig kontinuerte Dele, kan en Forveksling med en anden Sprogbrug indenfor de algebraiske  
Kurvers Omraade ikke befragtes.

Punkt  $O$ . Ved den sidste Overgang kan der imidlertid heller ingen Ændring ske, da  $G_2$  kun har et enkelt fremspringende Punkt, og Ændringer i Antallet af Skæringspunkter i hvert Fald maatte ske et lige Antal Gange svarende til en Drejning paa  $180^\circ$ . Enhver ret Linie gennem  $O_1$  skærer derfor  $G_2$  i mindst to Punkter, da man altid kan skaffe en Linie, der skærer i ét Punkt, og  $G_2$  er af lige Orden. Dette maatte da ogsaa gjælde om de to Dobbelpunktstangenter i  $O_1$  til  $G_1$ , men en saadan Linie vilde da skære  $G_1 + G_2$  i mindst 5 Punkter, hvilket er umuligt.

Lad en Tangent  $t_1$  i  $O$  skære Kurven udenfor  $O$  i et Punkt  $N_1$ , der antages at ligge paa Grenen  $G_1$  (se Fig. 18 og 19). Naar nu en Linie  $m_1$  drejer sig om  $O$  ud fra Stillingen  $ON_1$  til den ene eller den anden Side, vil der optræde et Skæringspunkt  $M_2$  mellem  $m_1$  og Kurven  $G_1 + G_2$  enten paa den ene eller paa den anden Side af  $O$  d. v. s. enten paa  $G_1$  eller  $G_2$ . Lad os antage, at et Punkt  $M_1$ , bevæger sig paa Grenen  $G_1$  til en saadan Side, at det fjerde Skæringspunkt  $M_2$  ogsaa til at begynde med befinder sig paa  $G_1$ , og lad  $M_1$  bevæge sig fra  $N_1$  indtil det første Gang falder i  $O$ . Den sidste Stilling for  $m_1 = OM_1$  bliver da den anden Tangent  $t_2$  i  $O$ ). Under denne Bevægelse kan  $M_1$  ikke have overskredet sin Begyndelsesstilling  $N_1$ ; men deraf følger, at Linien  $m_1 = OM_1$  ikke kan have overskredet Stillingen  $t_1$  uden at skære Kurven i flere end 4 Punkter, hvilket er umuligt. Men lige saa lidt kan  $m_1$  ved sin Bevægelse have overskredet  $t_2$ , thi da Linien  $OM_1$ , naar der ingen Tangent udgaar fra  $O$ , stadig maa dreje sig i samme Retning om  $O$ , saa maatte den for til Slut at ende i  $t_2$  nødvendigvis ogsaa en Gang have overskredet  $t_1$ , hvilket, som ovenfor sagt, er umuligt. Men da Punktet  $M_2$  kun over  $O$  kan gaa over fra Grenen  $G_1$  til  $G_2$ , saa maa det fra  $O$  forskellige Skæringspunkt mellem  $t_2$  og Kurven ogsaa blive paa  $G_1$ . Vi have altsaa bevist, at begge Tangenterne  $t_1$  og  $t_2$  skære den samme Gren  $G_1$ . Den derved bestemte  $G_1$  kalde vi den ydre Gren, medens  $G_2$  er den indre.

Lad et Nabopunkt  $M$  til  $O$  paa  $G_2$  være saaledes bestemt, at  $OM$  bliver Nabolinie til  $t_1$ . Tangenten  $m$  i  $M$  maa da skære den anden gjenne  $O$  gaaende Bue i et Nabopunkt  $P_1$  til  $O$ . Men  $P_1$  maa udtrykkelig ligge paa  $G_1$ , thi  $m$  berører  $G_2$  i  $M$  og vides desuden at skære  $G_1$  i et enkelt Punkt  $N'_1$ , der er Nabopunkt til det ovenfor nævnte Punkt  $N_1$ ; den maa derfor skære  $G_1$  i endnu et Punkt. Det selvsamme gjælder, naar vi

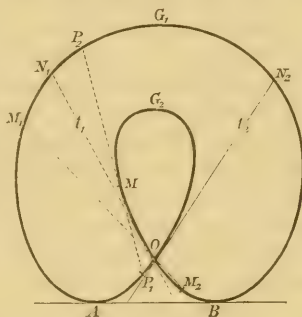


Fig. 18.

<sup>1)</sup> Den sidste Stilling kan ikke være  $t_1$ , thi  $m_1$  vilde under Drejningen paa  $180^\circ$  da have overskredet  $t_2$ , der i saa Fald maatte skære i flere end 4 Punkter.

vælge et saadant Nabopunkt  $M$  til  $O$  paa  $G_1$ , at  $OM$  bliver Nabolinie til  $t_2$ . Ifølge Definitionerne Side 36 se vi altsaa, at Punktet  $O$  paa den ydre Gren maa være et fremspringende Punkt af 1ste Art og paa den indre af 3die Art.

Lad os nu betragte den indre og den ydre Gren hver for sig, og lad os paa begge afrunde det fremspringende Punkt paa den tidligere Side 36 beskrevne Maade. Herved vil der paa den ændrede nu fuldstændig kontinuerte indre Gren  $G_2$  ikke optræde noget nyt Infleksionspunkt, saa at alle eventuelle Infleksionspunkter paa  $G_2$  saavel før som efter Ændringen maa tilhøre Infleksionspar, og alle eventuelle Dobbelttangenter maa være af 1ste Art. Paa den ydre Gren vil der derimod, da det fremspringende Punkt  $O$  her er af 1ste Art, optræde to nye Infleksionspunkter, der ligge lige saa nær ved  $O$ , som man selv vil. Disse maa tilhøre samme Infleksionspar; hvis dette nemlig ikke var Tilfældet, saa vilde de skilles ved et Røringspunkt for en Dobbelttangent til den ændrede Kurve, hvilket er umuligt, thi, naar der ingen Tangent gaar fra  $O$  til  $G_1$ , saa kan der heller ingen Tangent gaa i vilkaarlig Nærhed af  $O$ , der berører i et Punkt i endelig Afstand fra  $O$ . Til dette Infleksionspar hører en aldeles bestemt Dobbelttangent, der berører i to saadanne Punkter  $A$  og  $B$ , at der paa den indre Bue  $AB$ , hverken findes noget Røringspunkt for en Dobbelttangent eller noget fra de 2 tilkomne forskjelligt Infleksionspunkt. Ophæves nu Ændringen, bliver  $AB$  den eneste Dobbelttangent, der ikke er af 1ste Art, og det af de to Buer  $OA$  og  $OB$  (med henholdsvis udelukket  $B$  og  $A$ ) sammensatte Kurvestykke, bevarer den nysnævnte Egenskab ved den indre Bue.

Vi mangle endnu at vise, at der ikke findes andre Dobbelttangenter af anden Art end de nysnævnte, hvoraf der findes én svarende til hvert Dobbeltpunkt.

Vi ville herved først betragte Bevægelsen af de to Punkter  $P_1$  og  $P_2$ , hvori Kurven skæres af Tangenten  $m$  i et Punkt  $M$ , der paa den ovennævnte Bue  $OA$  bevæger sig fra  $O$  til  $A$ . De to Punkter befinde sig, naar  $M$  er nær ved  $O$ , efter det tidligere nævnte, begge paa  $G_1$ , og dette vil blive ved, thi ingen Tangent gaar gennem  $O$  eller berører  $G_2$ . De to Punkter maa endvidere stadig bevæge sig i indbyrdes modsatte Retninger, thi dette finder Sted, naar  $M$  er i Nærheden af  $A$ , og Buen  $OA$  indeholder intet Infleksionspunkt.

Lad dernæst et Punkt  $M$  bevæge sig paa Fortsættelsen af Buen  $AO$  fra  $O$  ind paa den indre Gren  $G_2$ , indtil et nyt Dobbeltpunkt naas. Til at begynde med maa de to Skæringspunkter  $P_1$  og  $P_2$  mellem Kurven og Tangenten  $m$  i  $M$  atter begge befinde sig paa  $G_1$ , men de to Punkter maa nu bevæge sig i samme Retning; det ene og kun det ene af de to Punkter  $P$  har nemlig skiftet Bevægelsesretning, idet Punkt  $M$  paa en kontinuert Bue har overskredet  $O$ .

Lad os nu først tage Hensyn til det Tilfælde, at Kurven kun har det ene Dobbeltpunkt  $O$ . Af det nysnævnte følger da, at den indre Gren  $G_2$  maa være af anden Orden, og at denne ingen fælles Tangenter kan have med  $G_1$ ;  $M$  paa  $G_2$  kan



nemlig ikke falde sammen med  $P_1$  eller  $P_2$ , der begge ligge paa  $G_1$ , og lige saa lidt kunne  $P_1$  og  $P_2$  falde sammen, da de bevæge sig i samme Retning.

Man er nu sikker paa Formen af en Kurve af fjerde Orden med ét Dobbeltpunkt af 1ste Art (se Fig. 18). Da der nemlig findes mindst én Dobbelttangent, kan man uden Specialisation gaa ud fra, at Kurven ligger helt i det endelige. Er dette opnaaet, bliver det en veldefineret Operation at lukke for Infleksionsparrene. Saa-danne findes efter det nysnævnte kun paa den ene  $G_1$  af de to til Dobbeltpunktet  $O$  hørende Grene. Udelades den anden Gren  $G_2$ , og erstatter man paa  $G_1$  de oftnævnte Buer  $OA$  og  $OB$  med det endelige Liniestykke  $AB$ , faar man en Kurve af 2den Orden, hvilket ses aldeles som tidligere Side 46. Konstruktionen bliver altsaa følgende: man begynder med en (i det endelige beliggende) Kurve  $\Gamma$  af anden Orden, der er fuldstændig kontinuert med Undtagelse af et retliniet Liniestykke  $AB$ . Indeni Kurven vælges et Punkt  $O$  og derigjennem to Linier  $t_1$  og  $t_2$ , der skulle være Tangenter i  $O$ ; disse skulle vælges som Linier, der skære det endelige Liniestykke  $AB$ , thi  $t_1$  (og  $t_2$ ) skærer  $\Gamma$  i to Punkter, men  $G_1$  i ét Punkt. Dernæst erstattes Liniestykket med to elementære Buer  $OA$  og  $OB$ , der i  $A$  og  $B$  berøre  $\Gamma$ , og i  $O$  de to Linier  $t_1$  og  $t_2$  saaledes, at der i  $O$  kommer et frem-springende Punkt af 1ste Art. Dernæst tilføjes helt inden for  $\Gamma$  en anden Grads Kurve (som Sløjfe), der i  $O$  slutter sig kontinuert til Buerne  $OA$  og  $OB$ . Paa den ydre Bue kan man dernæst ligesom ved Kurverne af første Gruppe tilføje passende bestemte Infleksionspar paa den Bue  $AB$ , der ikke indeholder  $O$ .

Lad os dernæst antage, at Kurven har flere end ét Dobbeltpunkt; den kan da for det første atter i al Almindelighed antages at ligge helt i det endelige (se Fig. 19). Deles Kurven ud fra et Dobbeltpunkt  $O$  i to Grene  $G_1$  og  $G_2$ , hvor  $G_1$  er den ydre Gren, og lukke vi for eventuelle Infleksionspunkter og erstatte endelig ligesom i det nysnævnte specielle Tilfælde Buerne  $OA$  og  $OB$  med det endelige Liniestykke  $AB$ , vil dette i Forbindelse med den eventuelt ved Udeladelse af Infleksionsparrene ændrede Gren  $G_1$  danne en Kurve  $\Gamma$  af 2den Orden. Da nu  $G_2$  skal begynde og ende i  $O$ , der ligger inden i  $\Gamma$ , maa  $G_1$  skære  $\Gamma$  i et lige Antal Punkter, og af disse kan intet ligge paa Liniestykket, da Kurven er af fjerde Orden.

Man har altsaa:

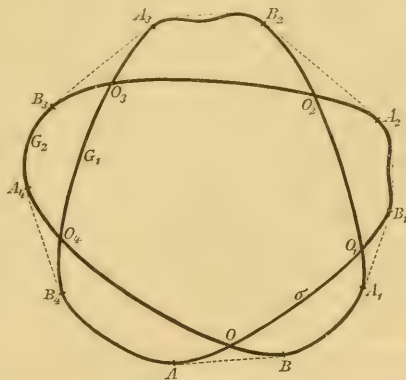


Fig. 19.

- (7) Naar en Kurve af fjerde Orden skal have lutter Dobbelpunkter af 1ste Art, maa disses Antal være ulige.

Lad nu Dobbelpunkterne tage i den Orden, hvori de følge paa hinanden f. Ex. paa  $G_2$  være  $O, O_1, O_2, \dots O_{2n-1}, O_{2n}$ . Vi kunne da vise, at der paa den Bue af  $G_2$ , der ligger mellem  $O$  og  $O_1$  (med Udelukkelse af  $O_2 \dots$ ), hverken findes noget Infleksionspunkt eller noget Røringspunkt for en Dobbelttangente. Dette er nemlig en Følge af det ovenfor Side 50 beviste, at de to Skæringspunkter  $P_1$  og  $P_2$  mellem Kurven og Tangenten  $m$  i et Punkt  $M$  af  $G_2$ , naar dette er nær ved  $O$ , begge ville befinde sig paa  $G_1$  og endvidere bevæge sig i samme Retning, hvilket Forhold kun kan ændres ved, at  $M$  overskrider Røringspunktet for et nyt Dobbelpunkt. Udelade vi derfor af hele Kurven den nævnte Bue  $OO_1$ , tabes derved sikkert nok hverken noget Infleksionspunkt eller nogen Dobbelttangente. Ud fra  $O_1$  kan man nu paany dele Kurven i en ydre og en indre Gren. Til den sidste horer den nys betragtede Bue  $O_1O$  efter Kjendetegnene paa en saadan, nemlig at de tidligere nævnte Punkter  $P_1$  og  $P_2$  bevæge sig i modsatte Retninger paa Kurven, naar  $M$  bevæger sig paa Buen. Fra  $O_1$  til det næste Dobbelpunkt  $O_2$  gaa dernæst en anden Del af samme indre Bue, hvilken heller ikke indeholder hverken noget Infleksionspunkt eller noget Røringspunkt for en Dobbelttangente. Man kan altsaa uden at ændre hverken Antallet af Infleksionspunkter eller af Dobbelttangenter stadig udelade Buer af indre Grene, der forbinde  $O$  med  $O_1$ ,  $O_1$  med  $O_2 \dots O_{2n-1}$  med  $O_{2n}$ ,  $O_{2n}$  med  $O$ . Den Restkurve  $R^4$ , der bliver tilbage, dannet af Buer af Grene, der ere ydre svarende til de Dobbelpunkter, de indeholde, er nu en kontinuert Kurve, der har  $2n + 1$  fremspringende Punkter af 1ste Art. Afrundes disse, faar man en fuldstændig kontinuert Kurve, der kun har Dobbelttangenter af 1ste Art og kun Infleksionspunkter i Infleksionspar. Som før, ser man nu, at de to nye Infleksionspunkter, der ved Afrundingen fremkomme ved et fremspringende Punkt, høre til samme Infleksionspar. Ophæves derfor Afrundingen, optræde paa den ændrede Kurve  $R^4$ , og altsaa ogsaa paa den oprindelige, lige saa mange Dobbelttangenter af 2den Art, som der findes Dobbelpunkter. Endvidere optræde ogsaa alle Infleksionspunkter kun i Infleksionspar. Den i (6) opstillede Sætning er nu endelig fuldstændig bevist, men tillige have vi vundet tilstrækkelig Herredomme over Figuren til at kunne give en Beskrivelse af den almindeligste Kurve af den anden Hovedtype (se Fig. 19).

Kurven kan for det første antages at ligge helt i det endelige. Dernæst kan man lukke for eventuelle Infleksionspar og yderligere tilføje de endelige Stykker  $AB, A_1 B_1 \dots A_{2n} B_{2n}$  af Dobbelttangenterne af 2den Art, der ligge mellem Røringspunkterne  $A$  og  $B, A_{2n}$  og  $B_{2n}$ . Udelader man endelig som ovenfor Bueparrene  $OA$  og  $OB$  og de dermed analoge  $O_1 A_1$  og  $O_1 B_1 \dots O_{2n} A_{2n}$  og  $O_{2n} B_{2n}$ , dannes en Kurve  $I'$  af anden Orden; Betegnelsen  $A$  og  $B$  kunne tænkes valgte saaledes, at Punkterne  $A, B, A_1 \dots A_{2n} B_{2n}$  følge paa hinanden i denne Orden paa  $I'$ . Erindrer man nu den ovenstaaende Dannelse

af en Restkurve  $R^4$  ved Udeladelse af indre Buer  $OO_1$ ,  $O_1O_2$  ses det, at man gaar langs Kurven fra  $A$  til  $O$ , dernæst fra  $O$  til  $O_1$  og endelig fra  $O_1$  til  $B_1$  uden at træffe hverken noget Infleksionspunkt eller noget Roringspunkt for en Dobbelttangente. Denne Bue  $AOO_1B_1$  maa være elementær, da Tangenterne i Buens Endepunkter ere Dobbelttangenter til Kurven, der altsaa ikke kunne skære Kurven i noget enkelt Punkt.

Konstruktionen af Kurven (se Fig. 19) faar man altsaa ved at begynde med en helt i det endelige beliggende Kurve  $I'$  af anden Orden, der er fuldstændig kontinuert med Undtagelse af et vist ulige Antal af retlinede Stykker, der i den Ordeu, hvori de findes paa  $I'$ , benævnes  $AB$ ,  $A_1B_1 \dots A_{2n}B_{2n}$ . Man forbinder dernæst  $A$  med  $B_1$  ved en elementær Bue  $\sigma$ , der i  $A$  og  $B_1$  slutter sig kontinuert til Buerne  $B_{2n}A$  og  $B_1A_2$ . Den søgte Kurve gaar dernæst udover  $\sigma$  videre langs Buen  $B_1A_2$  af  $I'$ , dernæst langs en elementær Bue fra  $A_2$  til  $B_3$  og saaledes videre til man ender i  $A$ . Det i Forbemærkningerne Side 42 til dette Afsnit nævnte Eksempel paa en Kurve af fjerde Orden med et vilkaarligt stort Antal af Dobbelpunkter er, som man ser, i Virkeligheden det typiske Eksempel paa en almindelig Kurve med luttet Dobbelpunkter af 1ste Art.

Naturligvis kan man efter Udførelsen af den ovennævnte Konstruktion tilføje Infleksionspar. Disse maa efter vor Theori alle ligge paa Buerne  $BA_1$ ,  $B_1A_2 \dots B_{2n}A$ ; man behøver blot af disse Kurvedele at afskære en vilkaarlig Bue ved en Korde, og dernæst erstatte Korden med en tilstrækkelig lidt indadgaende Bue  $\alpha$ . Den er tilstrækkelig lidt indadgaende, naar ingen Tangent til  $\alpha$  skærer nogen anden ydre Bue paa Restkurven  $R^4$  og heller ikke nogen anden Bue  $\alpha$  beliggende paa samme Bue  $B_iA_{i+1}$ .

Denne Konstruktion er i Virkeligheden i Praksis meget brugbar til at tegne en Kurve af den her behandlede Art med et opgivet Antal af Dobbelpunkter. Den ligger, som man ser, paa hvad man kan kalde den omskrevne Kurve af anden Orden. Der findes dog ogsaa andre, idet man kan gaa ud fra den af Dobbelpunkterne dannede Polygon, der maa være konveks. Dette bevises aldeles som ved Kurverne af den fjerde Hovedtype (se Side 75).

Det er muligt, at to Skæringspunkter mellem en indre og en ydre Gren svarende til samme Dobbelpunkt kunne falde sammen i  $O_r$ . Man kan da sige, at to Dobbelpunkter falde sammen i ét Punkt samtidig med, at to Dobbelttangenter falde sammen i en Linie  $t_r$ . Man kan imidlertid ogsaa sige, at  $O_r$  er et enkelt Dobbelpunkt med sammenfaldende Dobbelpunktstangenter og Dobbelttangente  $t_r$  regnes da ogsaa kun for enkelt.

Holde vi ubetinget fast ved, at de Kurver, vi ville behandle, skulle være grafisk usammensatte, kan ikke hvert af Kurvens Dobbelpunkter have sammenfaldende Tangenter. Konstruktionen faas let af den ovenstaaende.

Vi ville endnu undersøge, hvilke Kurver med Spids, der kunne findes i den første Hovedgruppe. Af Sætning (4) følger, at disse Kurver højst kunne have én Spids. Deres

Form kan vel bestemmes direkte, men simplere er det at gjøre Brug af den følgende lille Hjælpeopstilling, der ogsaa for de andre Formers Vedkommende skal benyttes paa samme Maade. Herved ville vi ved en Sløjfe forstaa en saadan til et Dobbeltpunkt  $O$  hørende Gren, der ikke gaar gennem noget yderligere Dobbeltpunkt, men naturligvis i  $O$  har et fremspringende Punkt.

- (8) Naar en Kurve (af fjerde Orden) har en Spids, kan man altid ved en lille Ændring af Kurven i Nærheden af Spidsen, men uden yderligere at forandre den, skaffe en Kurve med Sløjfe.

Operationen bestaar i, at man løsner Forbindelsen mellem de to Buer, der i Spidsen  $O$  støde sammen og trykke disse lidt ind mod hinanden og endelig forbinder de



Fig. 20.

frie Ender  $A$  og  $B$  med en lille elementær Bue, der i  $A$  og  $B$  uden at danne Spidser slutte sig kontinuert til den øvrige Kurve (se Fig. 20). Derved dannes en Sløjfe, der omslutter  $O$ . At Kurvens Orden ikke forøges ved Ændringen, følger af, at en vilkaarlig Linie gennem  $O$  højest skærer den oprindelige Kurve i to Punkter med endelig Afstand fra  $O$ , og en Nabolinie til Spidstangenten i højest ét saadant Punkt; det samme maa nemlig ogsaa gjælde om Linier, der ligge tilstrækkelig nær ved de nævnte. Af Definitionen for fremspringende Punkter (se Side 36) følger, at Sløjfens fremspringende Punkt vil være af 1ste eller 2den Art, eftersom Spidsen er af 1ste eller 2den Art.

Da man ved de hidtil betragtede Kurver kun da kan have en Sløjfe, naar Kurven kun har et enkelt Dobbeltpunkt, har man:

- (9) Naar en Kurve af fjerde Orden skal have en Spids, hvorfra ingen Tangenter udgaar, vil den ikke yderligere kunne have Dobbeltpunkter af 1ste Art, og af Dobbelttangenter én af 2den Art foruden et vilkaarligt Antal af 1ste Art med tilhørende Infleksionspar.

Formen, der er utvivlsom ifølge Fig. 18, ligner i alt væsentlig Kardoidens bekjendte Figur.

Forstaa vi ved  $t_1$  og  $t_2$  Antallet af Dobbelttangenter henholdsvis af 1ste og 2den Art, ved  $d$  Antallet af Dobbeltpunkter og ved  $e'$  Antallet af Infleksionspunkter, har man efter det udviklede

$$t_1 = \frac{1}{2}e' \text{ og } t_2 = d,$$

altsaa

$$t_1 + t_2 = t = d + \frac{1}{2}e'$$

- (10)  $\alpha$ : Antallet af Dobbelttangenter er lig med Antallet af Kurvens Dobbeltpunkter forøget med det halve Antal af Infleksionspunkter.

Spids regnes ved disse Kurver som ét Dobbelpunkt; hvad Berøringspunkter mellem to Grene angaar, kan man efter frit Valg benytte enten den ene eller den anden af de nederst Side 53 nævnte Opfattelser.

Vi skulle, efterhaanden som vi faa samtlige Kurveformer bestemte, ellers, at denne Relation er gyldig i alle Tilfælde, hvor der overhovedet findes Dobbelttangenter. Dette er nemlig ikke altid Tilfældet, som vi skulle se ved Kurverne af den næste Type.

Vi ville ved Kurverne af den tredje Hovedtype forstaa Samlingen af de Kurver, hvor de Grene, der høre til et Dobbelpunkt, kunne være af ulige altsaa af tredje Orden. Man kan ikke sige, at en saadan Kurve ubetinget skal sammenisættes af to Grene af ulige Orden, thi selv om dette finder Sted ved Overskæring i ét Dobbelpunkt, er det muligt, at Kurven ved Overskæring i et andet Dobbelpunkt deles i to Grene af lige Orden.

Man har her følgende Sætning:

En Kurve af fjerde Orden, der kan deles i to Grene af 3die Orden, (11) maa have mindst 2 og højst 3 Dobbelpunkter.

Tænke vi os Delingen i de to Grene  $G_1$  og  $G_2$  af ulige Orden foretagen ud fra et Dobbelpunkt  $O$ , ville begge være fuldstændig kontinuerte undtagen i  $O$ , hvor de have et fremspringende Punkt. Afrundes nu dette paa den tidligere Maade, ville de nydannede Kurver ikke længere have noget Punkt fælles i  $O$ ; de maa derfor have mindst ét Skæringspunkt udenfor  $O$ . Grenene  $G_1$  og  $G_2$  maa altsaa have mindst ét Punkt udenfor  $O$  fælles. Men flere end ét Punkt kunne de ikke have fælles; hvis nemlig  $O_1$  og  $O_2$  vare to fra  $O$  forskellige Skæringspunkter, vilde Linien  $O_1 O_2$  skære saavel  $G_1$  som  $G_2$  i et nyt Punkt, d. v. s. Kurven  $G_1 + G_2$  i 6 Punkter, hvilket er umuligt.

Et tredje Dobbelpunkt kan derimod optræde ved, at en af Grenene selv faar et Dobbelpunkt med en sædvanlig Sløjfe. Begge Grene kunne dog ikke have Dobbelpunkt, thi Forbindelseslinien mellem disse to Dobbelpunkter vilde skære  $G_1 + G_2$  i 6 Punkter.

Gruppen indeholder altsaa to adskilte Samlinger, nemlig Kurver med to og Kurver med tre Dobbelpunkter. Om de første har man:

En Kurve af fjerde Orden, der er sammensat af to Grene af ulige (12) Orden og har to Dobbelpunkter, har, foruden disse, ikke andre Singulariteter end 4 (isolerede) Infleksionspunkter.

Kurven kan for det første ingen Dobbelttangenter have, thi en saadan vilde skære Kurven i 6 Punkter.

Lad os endvidere først antage, at ingen af de gennem det ene Dobbelpunkt  $O$  gaaende Buer dér har et Infleksionspunkt; Punktet  $O$  maa da enten paa begge de to til  $O$  hørende Grene være fremspringende af 2den Art, eller paa den ene Gren af 1ste og paa den anden af 3die Art. I begge Tilfælde forefindes efter Sætning (9) i § 4 fire



Infleksionspunkter paa begge Grene tilsammen. Infleksionspar forekomme ikke, da der ingen Dobbelttangenter findes.

Det samme vil gjælde, selv om der falder et Infleksionspunkt i  $O$ , thi de Tilfælde, hvor der synes at ville komme flere end 4 Infleksionspunkter i alt, kunne vises at være umulige. Det er nemlig umuligt, at en Vendetangent, der berører i  $O$ , paany kan skære Kurven. Efter Sætning (10) i § 4 kan der altsaa ikke findes noget Infleksionspunkt faldende i  $O$ , naar dette Punkt er fremspringende af 2den Art paa begge Grene, eller naar det er fremspringende af 3die Art paa én af Grenene. Disse Tilfælde, der ere de eneste, hvor en af to Grene af tredie Orden kontinuert sammensat Kurve kunde have flere end 4 Infleksionspunkter, ere altsaa her udelukkede, da Kurven skal være af fjerde Orden.

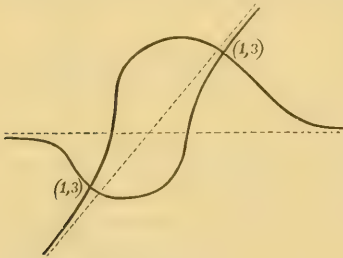


Fig. 21.

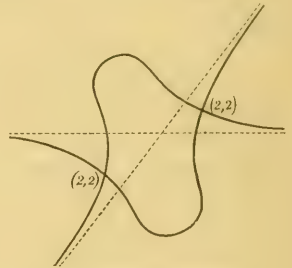


Fig. 22.

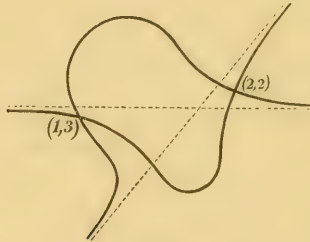


Fig. 23.

Idet vi nu ville angive Figuren af Kurverne af den tredie Type, ville vi for Kortheds Skyld udelade de Kurver, hvor der falder noget Infleksionspunkt i et Dobbeltpunkt. Disse Former ligne, som man hurtigt ser, i høj Grad de angivne. Der bliver da efter vort Inddelingsprincip tre Muligheder:

1) Ved Overskæring i begge Dobbeltpunkter dannes én Gren med et fremspringende Punkt af 1ste Art (og én med et Punkt af 3die Art). Formen findes i Fig. 21 projiceret

saaledes (her som i de fleste af Figurerne), at Kurven faar to uendelig fjerne sædvanlige Kurvepunkter. De to Tal, der findes ved et Dobbelpunkt i Figuren, angive Arten af de to Punkter, der dannes ved Overskæring i Punktet, f. Ex. (2, 2), betyder at der kommer to fremspringende Punkter af anden Art; den er sammensat af to Kurver af Form som i Fig. 9 og Fig. 11 (Side 39).

2) Ved Overskæring i begge Dobbelpunkter dannes et fremspringende Punkt af 2den Art (se Fig. 22).

3) Ved Overskæring i det ene Dobbelpunkt  $O$  dannes et fremspringende Punkt af 1ste (og et af 3die) Art; ved Overskæring i det andet et fremspringende Punkt af 2den Art (se Fig. 23).

Tegningen er simpelt hen sket ved at sammenføje to fra den forrige § velkjendte Former; tillige maa man dog udtrykkelig sørge for, at der ikke bliver nogen fælles Tangent til de to Grene, i hvilket Tilfælde det ifølge Sætn. 4 i § 3 er sikkert, at Kurven er af fjerde Orden<sup>1)</sup>.

En Kurve af fjerde Orden, der er sammensat af to Grene af ulige (13) Orden og har tre Dobbelpunkter, vil foruden disse ikke have andre Singulariteter end to isolerede Infleksionspunkter.

Kurven kan, som ovenfor nævnt, kun faa 3 Dobbelpunkter derved, at den ene Gren  $G_1$  af de to Grene  $G_1$  og  $G_2$ , hvori Kurven deles ved Overskæring i  $O$ , selv faar et Dobbelpunkt  $O_2$ . Lad os først antage, at Dobbelpunktet  $O$  ikke ligger paa Sløjfen. Det fremspringende Punkt af  $G_1$ , der falder i  $O$ , maa da enten være af 3die eller af 2den Art, thi udelader man Sløjfen af  $G_1$ , vil denne derved faa et fremspringende Punkt af 1ste Art (jfr. § 4 Sætn. 12). Eftersom det ene eller det andet finder Sted, vil  $G_1$  ifølge § 4 Sætn. 9 have henholdsvis ét eller intet Infleksionspunkt. Men svarende til de to Muligheder vil det fremspringende Punkt af  $G_2$ , der falder i  $O$ , være henholdsvis af 1ste eller af 2den Art, og  $G_2$  vil da have enten ét eller to Infleksionspunkter.  $G_1$  og  $G_2$  have altsaa i hvert Fald tilsammen to Infleksionspunkter.

Ligger  $O$  derimod paa Sløjfen af  $G_1$ , maa det paa denne Gren nødvendigvis være fremspringende af 3die Art (da Sløjfen er en kontinuert Kurve af 2den Orden), paa  $G_2$  altsaa af 1ste Art;  $G_1$  og  $G_2$  faa altsaa hver ét og kun ét Infleksionspunkt.

Herved have vi forudsat, at ingen gennem  $O$  gaaende Bue dér har et Infleksionspunkt, men paa aldeles lignende Maade som ovenfor ved Beviset for (12) ses det, at Sætningen ogsaa i saa Fald vedbliver at gjælde.

<sup>1)</sup> De tilføjede Betingelser ere i en Tegning saa lette at tilfredsstille, at man regulært maa gjøre flere Forsøg for at se, at de ikke altid ere nødvendigvis tilfredsstillede af sig selv. Forøvrigt staar Beskrivelsen af Formerne af denne Type i Præcision tilbage for de næsten fuldstændige Beskrivelser af Kurverne af de 3 andre Typer.

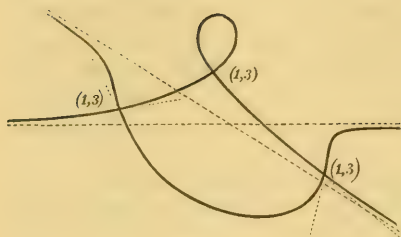


Fig. 24.

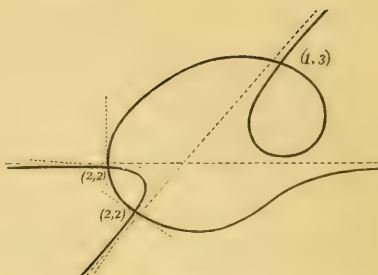


Fig. 25.

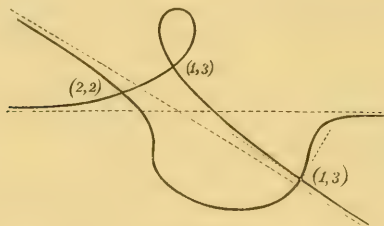


Fig. 26.

For nu at tegne Kurven sammenføjes i én Figur to fra § 4 velkendte Former til en fuldstændig kontinuert Kurve af fjerde Orden, hvorved tillige den Side 57 nævnte Sidebetingelse bliver at tilfredsstille (enhver Tegning viser, at dette sker saare let). Den ene af Grenene skal have en Sløjfe svarende til et Dobbelt punkt  $O$ . Ud fra dette Punkt deles Kurven i to Grene af lige Orden. Forudsætter man nu, at intet af de øvrige Dobbelt punkter ligger paa en Sløjfe, findes der kun 3 Muligheder, naar man benytter Arten af det fremspringende Punkt som Inddelingsgrund, thi paa den Gren  $G_1$ , der har en Sløjfe, kan intet fremspringende Punkt være af 1ste Art.

1) Ved Overskæring i begge Dobbelt punkterne  $O$  og  $O_1$ , dannes en Gren med et fremspringende Punkt af 1ste Art (og af tredie Art). Paa  $G_1$  er det fremspringende Punkt af 3die Art (se Fig. 24).

2) Ved Overskæring i begge Punkterne  $O$  og  $O_1$ , dannes et fremspringende Punkt af 2den Art (se Fig. 25).

3) Ved Overskæring i det ene af Dobbelt punkterne faas et fremspringende Punkt af 1ste og 3die Art, ved Overskæring i det andet et Punkt af 2den Art (se Fig. 26).

I hvert af disse Tilfælde er det aabenbart muligt, at Sløjfen svinder ind, saaledes at Kurven faar en Spids.

Der er endnu den Mulighed tilbage, at det Dobbeltpunkt, hvori Overskæringen sker, ligger paa Sløjfen af den ene af de to herved dannede Grene  $G_1$  og  $G_2$ . Lad os da antage, at vi ved Overskæring i  $O$  faa en Gren  $G_1$ , paa hvis Sløjfe  $\sigma$  Punktet  $O$  ligger. De to andre Dobbeltpunkter ere dels Dobbeltpunktet  $O_2$  paa  $G_1$  (og  $\sigma$ ) dels et enkelt Skæringspunkt  $O_1$  mellem  $G_1$  og  $G_2$ . Det sidstnævnte kan ikke ligge paa  $\sigma$ , thi, som man ser det ved sædvanlig Afrunding af de to fremspringende Punkter i  $O$ , maa  $G_2$  (foruden  $O$ ) have et lige Antal Punkter fælles med  $\sigma$ , og  $G_1$  og  $G_2$  have i det hele ikke flere end ét (fra  $O$  forskjelligt) Punkt fælles.  $O_1$  ligger altsaa paa den ulige Gren  $\sigma'$  af  $G_1$ .

Lad os dernæst overskære Kurven af fjerde Orden i  $O_2$ , hvorved den deles i to Grene  $G_1'$  og  $G_2'$ . Disse maa ogsaa være af ulige Orden, thi en af Grenene maa falde

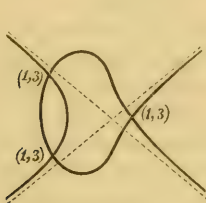


Fig. 27.

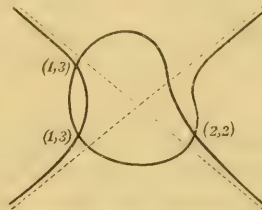


Fig. 28.

sammen med den nysnævnte Kurvedel  $\sigma'$ . Lad denne være  $G_2'$ . Den anden Gren  $G_1'$  vil da gaa ud fra  $O_2$  langs en Bue af  $\sigma$  til  $O$ , dernæst, da  $G_1$  med Undtagelse af det fremspringende Punkt i  $O$  er fuldstændig kontinuert, langs en ulige Gren tilbage til  $O$ , og endelig langs en anden Bue af  $\sigma$  tilbage til  $O_1$ . Deraf følger, at  $O$  ligger paa Sløjfen af den ene af de to Grene, hvori Kurven deles ved Overskæring i  $O_2$ , og det er tilmed samme Kurvedel  $\sigma$ , der i begge Tilfælde udgjør Sløjfen;  $O$  og  $O_2$  spille altsaa samme Rolle for Figuren.

Da nu et fremspringende Punkt paa en Sløjfe, der hører til en Kurve af tredje Orden, kun kan være af 3die Art, maa Grenene af Fjerdegradskurverne baade ved Overskæring i  $O$  og i  $O_1$  faa et saadant fremspringende Punkt. Derimod kunne de fremspringende Punkter, der dannes ved Overskæring i  $O_2$ , enten begge være af 2den Art eller det ene være af 1ste, det andet af 3die Art.

Dette giver altsaa ikke flere projektivt forskellige Muligheder end de to, der henholdsvis findes i Fig. 28 og i Fig. 27.

I Dobbelpunktet  $O_1$  kan den ene af de to derigjennem gaaende Buer eller ogsaa begge have et Vendepunkt. I alle Tilfælde har Kurven imidlertid efter Udviklingerne i Slutningen af den forrige Paragraf to og kun to Infleksionspunkter.

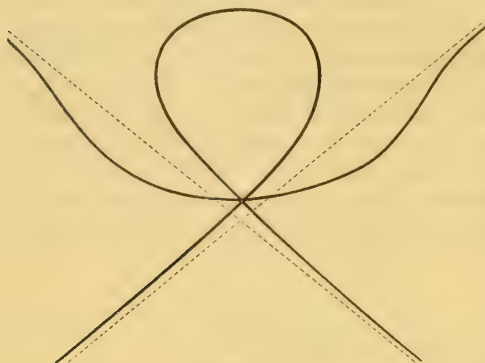


Fig. 29.

Det er muligt, at alle tre Dobbelpunkter falde sammen, saa at man faar en Kurve af tredie Orden ved et tredobbelt Punkt i  $O$ , to Vendetangenter og ingen Dobbelttangente. Dens Form findes i Fig. 29. Det er aabenbart muligt, at Sløjfen kan svinde ind, saaledes at der i  $O$  falder en Spids og en enkelt derigjennem gaaende Gren.

I Figurerne af Kurver af den tredie Hovedtype have vi fundet Eksempler paa Kurver med tre Dobbelpunkter, der ikke ere af

samme Art. Man ser f. Ex. af Fig. 25 og Fig. 26, at begge Kombinationerne: 2 af anden og 1 af første Art, og 2 af første og 1 af anden Art, ere mulige. Vi ville nu bevise, at alle saadanne Muligheder ere udtømte ved Figurerne 21—25. Man har nemlig:

- (14) En Kurve af fjerde Orden, med tre Dobbelpunkter, der ikke alle ere af samme Art, maa nødvendigvis kunne sammensættes af to Grene af tredie Orden, hvoraf den ene har en Sløjfe.

Vi ville føre dette Bevis paa den Maade, at vi gaa ud fra, at Kurven ved Overskæring i et vilkaarligt af de tre Dobbelpunkter  $A$ ,  $B$  og  $C$  deles i Grene af lige Orden, og efterwise, at Dobbelpunkterne i saa Fald ikke kunne være af forskjellig Art.

Lad  $B$  være af 1ste Art, medens Arten af  $A$  er vilkaarlig. Gennemse vi nu Beviset Side 48—49 for, at alle Dobbelpunkterne, undtagen det udhævede Punkt  $A$ , hvori Overskæringen sker, paa en  $G^4$  med lutter Dobbelpunkter af 1ste Art, maa være Skæringspunkter mellem de to Grene, der høre til  $A$ , saa vil man lægge Mærke til, at det i Beviset i Virkeligheden kun benyttes, at det betragtede fra  $A$  forskjellige Dobbelpunkt er af første Art.

Delers man derfor den Kurve, vi nu undersøge, ud fra Dobbelpunktet  $A$  i to Grene  $G_1$  og  $G_2$ , maa  $B$ , der er forudsat at være af første Art, efter det tidligere nødvendigvis være et Skæringspunkt mellem  $G_1$  og  $G_2$ . Men derefter kan man se, at det samme ogsaa maa gjælde om det tredie Dobbelpunkt  $C$ , og det hvad enten dette er af første eller af anden Art. I Fald nemlig  $C$  var et Dobbelpunkt paa en af Grenene f. Ex. paa  $G_1$ , saa



vilde Linien  $BC$  skære  $G_1$  og  $G_2$ , der jo begge ere af lige Orden, foruden i  $B$  og  $C$  i mindst endnu ét Punkt, altsaa Kurven  $G_1 + G_2$  i mindst 5 Punkter, hvilket er umuligt.

Vi kunne dernæst antage, at Betegnelserne ere valgte saaledes, at  $C$  er af anden Art. Der vil da fra  $C$  udgaa to Tangenter til Kurven, og lad os antage, at den ene  $t$  af disse berører f. Eks.  $G_1$ . Denne Linie skærer  $G_2$  i mindst endnu ét Punkt (foruden i  $C$ ) og derfor  $G_1 + G_2$  i flere end 4 Punkter, hvilket er umuligt.

De Kurver, hvis Dobbelpunkter ikke alle ere af samme Art, høre altsaa til vor tredje Hovedgruppe, og i denne ere alle de typiske Former tidligere bestemte.

Vi have altsaa kun tilbage at undersøge de Former, hvor alle Dobbelpunkterne ere af anden Art og hvor tillige alle sammensættende Grene ere af lige Orden. Om disse resterende Kurver ville vi sige, at de danne den fjerde Hovedtype.

Det vil ved en Række indledende Sætninger, som det vil være nødvendigt først at fremsætte, for en væsentlig Del dreje sig om Sløjfer paa Kurven<sup>1</sup>). Herved minde vi om, at vi ved en til et Dobbelpunkt  $O$  hørende Sløjfe ( $O$ ) forstaa en til  $O$  hørende Gren af lige Orden, der ikke indeholder noget fra  $O$  forskjelligt Dobbelpunkt; ( $O$ ) er altsaa en Kurve af almindeligvis fjerde Orden, der med Undtagelse af et fremspringende Punkt i  $O$  er fuldstændig kontinuert.

Naar Kurven har ét og kun ét Dobbelpunkt, vil der til dette høre to Sløjfer; undtages dette Tilfælde, der maa betragtes særskilt, vil der til hvert Dobbelpunkt højest svare én Sløjfe; Forekomsten af Spidser, der efter Sætning (8) er indbefattet i den almindeligere Theori, skal betragtes bagefter.

Vi saa tidligere, at Kurverne af den anden Type i Almindelighed ikke havde Sløjfer, men kun, naar Kurven specielt havde ét og kun ét Dobbelpunkt; dette vil stille sig helt anderledes ved de Former, vi nu skulle behandle.

Fra hvert Dobbelpunkt af en Kurve af den fjerde Type udgaar én og (15) kun én Tangent til hver Sløjfe, der ikke hører til dette Dobbelpunkt.

Lad to Dobbelpunkter være  $O$  og  $O_1$ , og lad os bestemme Tangenterne fra  $O$  til Sløjfen ( $O_1$ ). Forbindes et vilkaarligt Punkt  $M$  af denne med  $O$ , vil Forbindelseslinien skære ( $O_1$ ) i endnu ét og kun ét Punkt. Da Forbindelsen mellem  $M$  og  $M_1$  er ubetinget og gjensidig éntydig, vil der altsaa finde to og kun to Sammenfald Sted, saafremt  $M$  og  $M_1$  bevæge sig i modsatte Retninger. Lad os for at undersøge dette antage, at  $M$  til at begynde med bevæger sig paa ( $O_1$ ) ud fra  $O_1$  i en bestemt Retning. Saafremt da Linien  $OM$  til at begynde med anden Gang skærer ( $O_1$ ) i Punkter, der ogsaa ligge i Nærheden af  $O_1$ , maa Bevægelsesretningerne af  $M$  og  $M_1$  paa dette Sted (og altsaa overalt) være modsatte. Men dette finder Sted, thi Linien  $OO_1$  er en uegentlig Tangent til ( $O_1$ ); ellers

<sup>1</sup>) Man kan følge Beviserne f. Eks. paa en vilkaarlig af Figurerne 32—36.

vilde nemlig samme Linie skære ( $O_1$ ), der jo er kontinuert som Punktfrebringelse, i et Punkt forskjelligt fra  $O_1$ , altsaa hele Kurven af fjerde Orden i 5 Punkter, hvilket er umuligt. Foruden  $OO_1$  gaar altsaa endnu én (egentlig) Tangent fra  $O$  til ( $O_1$ ).

- (16) En Kurve af fjerde Orden kan højst have tre Sløjfer.

Dette følger for de her behandlede Kurveformers Vedkommende umiddelbart af den foregaaende Sætning i Forbindelse med den tidligere, at der fra et Dobbelpunkt højst kan udgaa to Tangenter til Kurven. Sætningen gjælder dernæst ifølge det tidligere almindelig om alle Kurver af fjerde Orden<sup>1)</sup>.

- (17) En Kurve af den fjerde Hovedtype maa mindst have to Sløjfer.

Denne Sætning er selvfølgelig, naar Kurven kun har ét Dobbelpunkt. Findes flere, dele vi Kurven i to Grene  $G_1$  og  $G_2$  svarende til et vilkaarligt af Dobbelpunkterne  $O$ . De andre Dobbelpunkter maa da enten være Skæringspunkter mellem de to Grene eller være Dobbelpunkter paa disse hver for sig, hvilke Muligheder i og for sig ikke udelukke hinanden. Ved Kurverne af anden Hovedtype saa vi, at alle Dobbelpunkterne fremkom ved den første af disse Muligheder. Her kunne vi imidlertid vise, at alle Dobbelpunkter tvertimod maa fremkomme som Dobbelpunkter paa hver Gren for sig. Lad os nemlig antage, at  $G_1$  og  $G_2$  kunde skære hinanden i et Punkt  $O_1$ . Gjennem dette gaar to Tangenter til Kurven, og lad os antage, at den ene  $t$  af disse Tangenter berører f. Ex.  $G_1$ . Linien  $t$  vil da skære baade  $G_1$  og  $G_2$  i det enkelte Punkt  $O_1$  — thi  $t$  kan ikke være Tangent i  $O_1$  — og maa derfor, da Grenene begge ere af lige Orden, skære disse i mindst endnu ét Punkt. Men dette er umuligt, da  $t$  saa vilde skære  $G_1 + G_2$  mindst  $4 + 2 = 6$  Punkter.

Lad os nu antage, at  $G_1$  ikke er en Sløjfe. Lader man da et Punkt  $M$  gennemløbe denne Gren i en bestemt Retning, vil  $M$ , inden det atter vender tilbage til  $O$ , nødvendigvis være kommen til et Punkt  $O_1$ , hvor det har været før (men paa en anden Bue gennem  $O_1$ ), thi ellers var  $G_1$  en Sløjfe. Den Kurvegren, som  $M$  gennemløber fra  $O_1$  tilbage til  $O_1$  i den valgte Retning, vil altsaa sikkert indeholde mindst ét Dobbelpunkt færre end  $G_1$ , og ved Fortsættelse af Operationen maa man altsaa i hvert Fald naa en Sløjfe. Det samme gjælder om Grenen  $G_2$ .

- (18) To Sløjfer, der høre til forskjellige Dobbelpunkter, ville altid have én og kun én egentlig fælles Tangent.

Lad Sløjferne være ( $O_1$ ) og ( $O_2$ ). Fra  $O_1$  udgaar efter (15) én egentlig Tangent til ( $O_2$ ). Dette vil imidlertid ogsaa gjælde for ethvert Punkt af ( $O_1$ ). Lade vi nemlig et Punkt

<sup>1)</sup> Hr. Dr. Heegaard, hvem jeg meddelte denne Sætning, gjorde mig opmærksom paa, at dette uafhængigt af en sammenhængende Theori paa simpel Maade kan indses ved Gebetsinddelinger af lignende Art som de, jeg her har benyttet til det første Bevis for Sætning (1).

$M$  gennemløbe hele Sløjfen  $(O_1)$ , vil en Ændring i Antallet af egentlige Tangenter til  $(O_2)$  udgaaende fra  $M$  kun kunne ske enten derved, at en Vendetangent til  $(O_2)$  skærer  $(O_1)$ , eller derved, at en Dobbeltpunktstangent i  $O_2$  skærer  $(O_1)$ . Begge disse Muligheder ere imidlertid udelukkede, da  $(O_1)$  er af lige Orden, saa at de nævnte Linier vilde skære hele Kurven i flere end 4 Punkter.

Den egentlige Tangent, der fra det bevægelige Punkt  $M$  udgaar til  $(O_2)$ , skærer endnu  $(O_1)$  i et enkelt Punkt  $M_1$ , og Forbindelsen mellem  $M$  og  $M_1$  er gjensidig éntydig. At dernæst  $M$  og  $M_1$  løbe i modsatte Retninger, ses ved at betragte Forholdene i Nærheden af  $O_1$ , idet man lægger Mærke til, at den egentlige Tangent til  $(O_2)$ , der udgaar fra  $O_1$ , maa være en uegentlig Tangent til  $(O_1)$ , hvilket vises aldeles som ovenfor (om Linien  $O_1O$  i Beviset for (15)). Der maa derfor finde ét Sammenfald Sted mellem  $M$  og  $M_1$  udenfor  $O_1$ .

Eftersom der fra et Dobbeltpunkt  $O$  udgaar 0, 1 eller 2 Tangenter (19) til den ene  $G_1$  af de to Grene, der støde sammen i  $O$ , ville Tangenterne  $t_1$  og  $t_2$  i  $O$  skære samme Gren i 0, 1 eller 2 Punkter.

Lad os først antage, at ingen af Tangenterne  $t_1$  og  $t_2$  skære  $G_1$ , men at begge disse skære den anden Gren  $G_2$ . To smaa Buer af  $G_1$ , der begynde i  $O$ , og dér berøre enten  $t_1$  eller  $t_2$ , ville vi kalde henholdsvis  $\sigma_1$  og  $\sigma_2$ . Naar da et Punkt  $M$  i en bestemt Retning gennemløber  $G_1$  fra  $O$  tilbage til  $O$ , vil til at begynde med Linien  $OM$  foruden i  $O$  kun skære  $G_1$  i det ene enkelte Punkt  $M$ , thi  $OM$  er da Nabolinie til  $t_1$ , der skærer  $G_2$  i ét (og kun ét) Punkt. Dette Forhold kan imidlertid ikke forandres ved  $M$ 's yderligere Bevægelse, da et Skæringspunkt mellem  $OM$  og Kurven kun kan rykke fra  $G_2$  ind paa  $G_1$ , ved at  $OM$  overskrider enten  $t_1$  eller  $t_2$  og dette efter Forudsætningen er udelukket. Ingen Linie gennem  $O$  skærer altsaa  $G_1$  i flere end ét Punkt, og der kan derfor ingen Tangenter findes.

Hvis  $t_1$ , men ikke  $t_2$ , skærer  $G_1$ , lade vi  $M$  gennemløbe Grenen  $G_1$ , ud fra  $O$  saaledes, at først  $\sigma_2$  gennemløbes. Indtil  $M$  naar Skæringspunktet  $N_1$  mellem  $t_1$  og  $G_1$ , vil Linien  $OM$  kun skære  $G_1$  i det ene Punkt  $M$ ; overskrides derpaa  $N_1$ , vil  $OM$  nu skære  $G_1$  i to Punkter  $M$  og  $M'$ , thi der maa ved denne Overgang enten være vundet eller tabt et Skæringspunkt mellem  $OM$  og  $G_1$ , og ét Skæringspunkt, nemlig  $M$ , er der jo givet at være. Punktet  $M'$  vil, idet  $N_1$  overskrides af  $M$ , bevæge sig paa Buen  $\sigma_1$ , ud fra  $O$ , og altsaa i modsat Retning af  $M$ .  $M$  og  $M'$  maa derfor nødvendigvis falde sammen i Røringspunktet  $T$  for en fra  $O$  udgaaende Tangent. Derefter bevæger  $M$  sig videre fra  $T$  mod  $O$  og kan nu i hvert Fald ikke paany træffe  $M'$ , inden  $O$  er overskredet, men Operationen standses, naar  $M$  første Gang er naaet tilbage til  $O$ . Der findes altsaa i dette Tilfælde kun én fra  $O$  udgaaende Tangent.

Hvis endelig baade  $t_1$  og  $t_2$  skære  $G_1$ , vil ingen af disse Tangenter skære  $G_2$ ,

og det foregaaende viser da, at ingen af de to fra  $O$  til Kurven  $G_1 + G_2$  udgaaende Tangenter berøre  $G_2$ ; de maa derfor begge berøre  $G_1$ .

Den omvendte Sætning er en direkte Følge af den her beviste.

Sætningen gjælder, om man vil, ogsaa naar  $O$  er Infleksionspunkt paa den ene eller paa begge derigjennem gaaende Buer, idet en Vendetangent i  $O$  baade regnes som en gennem  $O$  gaaende Tangent, der berører udenfor  $O$ , og som en Linie, der skærer i et Punkt udenfor  $O$ , nemlig i et Nabopunkt til  $O$ .

(20) Deto Grene  $G_1$  og  $G_2$ , hvori en Kurve af den fjerde Hovedtype deles ved Overskæring i et Dobbelt punkt  $O$ , have altid to og kun to fælles Tangenter.

Vi ville først antage, at ingen af de to Tangenter  $t_1$  og  $t_2$  i  $O$  skære  $G_1$ , ligesom ogsaa, at ingen af disse ere Vendetangenter; ifølge den sidste Sætning ville da de to fra  $O$  udgaaende Tangenter til hele Kurven begge berøre  $G_2$ .

Vi ville nu betragte et ved  $O$  nærliggende Punkt  $M_1$  af  $G_1$ , om hvilket vi antage, at det ligger paa den Bue  $\sigma_1$  af  $G_1$ , der i  $O$  berører  $t_1$  (den anden ved  $O$  nærliggende Bue af  $G_1$ , der i  $O$  berører  $t_2$ , kalde vi  $\sigma_2$ ). Det kommer da først an paa at indse, at der gennem  $M_1$ , ligesom gennem  $O$ , gaar to og kun to Tangenter til  $G_2$ . Den eneste Mulighed for en Ændring i Antallet er den, at det bevægelige Punkt  $M$  ved langs  $\sigma_1$  at gaa fra  $O$  til  $M_1$ , kunde være kommen over paa den positive Side af  $\sigma_2$ , saa at der til hele Kurven tilkom to Tangenter, af hvilke den enes Røringspunkt ligger paa  $G_1$ , og den andens paa  $G_2$  (nemlig paa hver sin Side af  $O$ ). Nu maa imidlertid Antallet af alle de Linier, der gaa gennem et eller andet Punkt og skære en lukket kontinuert Kurve i sammenfaldende Punkter (forstaaet paa sædvanlig Maade, hvorefter en vilkaarlig Linie gennem et Dobbelt punkt dér ikke skærer i sammenfaldende Punkter) nødvendigvis være lige. Hvis der altsaa ved Overgangen fra  $O$  til  $M_1$  skulde optræde en ny Tangent til  $G_2$ , maatte der endnu findes en fjerde Linie gennem  $M_1$ , der skar  $G_2$  i sammenfaldende Punkter, og dette var kun muligt derved, at Linien  $M_1O$  blev en egentlig Tangent i  $O$  til  $G_2$  (og derved ogsaa til  $G_1$ ). Men Linien  $OM_1$  er en Nabolinie til  $t_1$ , og vil derfor skære  $G_2$  i ét og kun ét Punkt i endelig Afstand fra  $O$ ; denne Linie vilde altsaa skære  $G_2$  i tre Punkter, hvoraf de to faldt sammen i  $O$ , hvilket er umuligt. Men ligesom der fra et Nabopunkt til  $O$  paa  $G_1$  udgaar to og kun to Tangenter til  $G_2$ , vil det samme være Tilfældet med et aldeles vilkaarligt Punkt af  $G_1$ . Bevæger nemlig et Punkt  $M$  sig paa  $G_1$  over  $M_1$  fra  $O$  tilbage til  $O$ , kan ingen Ændring ske i Tangenternes Antal, thi ingen Vendetangent eller Dobbelt tangent til  $G_2$  kan skære  $G_1$ , og lige saa lidt have  $G_1$  og  $G_2$  noget Punkt fælles. Endvidere kan intet Røringspunkt for en fra  $M$  udgaaende Tangent gaa fra  $G_2$  over paa  $G_1$ , thi dette maatte ske ved, at Røringspunktet overskred  $O$ , hvilket er umuligt, da hverken  $t_1$  eller  $t_2$  skære  $G_1$ .



Vi skulle nu se, med hvilken Modifikation det samme vil gjælde, naar den ene  $t_1$  af Tangenterne i  $O$  skærer  $G_1$ . Af de to Tangenter, der udgaa fra  $O$ , vil i dette Tilfælde den ene berøre  $G_1$ , den anden  $G_2$ . Lad os vælge et Nabopunkt  $M_1$  til  $O$  paa Buen  $\sigma_2$ . Vi se da som før, at Linien  $M_1O$  ikke kan være uegentlig Tangent i  $O$ . Men i saa Fald maa der nødvendigvis optræde en ny gennem  $M_1$  gaaende Tangent til  $G_2$ , da Antallet af Linier gennem  $M_1$ , der skære i sammenfaldende Punkter, maa være lige. Gjennemløber nu et Punkt  $M$  hele Grenen  $G_1$  ud fra  $O$  og først langs  $\sigma_2$ , vil der gennem hver Stilling af  $M$  udgaa to og kun to Tangenter til  $G_2$ , lige indtil  $M$  falder i Skæringspunktet  $N_1$  mellem  $G_1$  og  $t_1$ , hvorved et Røringspunkt rykker fra  $G_2$  ind paa  $G_1$ . Men efter at  $M$  har overskredet  $N_1$  vil paa den anden Side Linien  $MO$  nu være uegentlig Tangent i  $O$ , thi  $MO$  var ikke uegentlig Tangent i Stillingen lige inden den naaede  $N_1O$ . Vi se altsaa, at der ogsaa i dette Tilfælde fra hvert Punkt  $M$  af  $G_1$  udgaar to Tangenter til  $G_2$ , saafremt vi medregne  $MO$ , hver Gang den er uegentlig Tangent i  $O$ .

Beviset føres paa en aldeles lignende Maade, naar begge Tangenter  $t_1$  og  $t_2$  skære  $G_1$ , men dette Tilfælde kan desuden — i hvert Fald for den her omhandlede Sætnings Vedkommende — føres tilbage til det første ved Ombytning af Grenenes Benævnelser.

Vi vælge nu paa  $G_1$  et vilkaarligt Punkt  $M$  og drage derigjennem de to Tangenter til  $G_2$ . Skære disse  $G_1$  i de to Punkter  $N_1$  og  $N_2$ , har man paa  $G_1$  en Korrespondens af Punkter  $M$  og  $N$ , hvor der undtagelsesløst til hvert Punkt  $M$  svarer to Punkter  $N$ , og omvendt; to Punkter  $N$  (eller  $M$ ); der svare til samme Punkt  $M$  (eller  $N$ ), kunne ikke falde sammen, da ingen Vendetangent eller Dobbelttangent til  $G_2$  kan skære  $G_1$ , og  $G_1$  og  $G_2$  intet Punkt have fælles. Heraf følger, at naar et Punkt  $M$  gennemløber  $G_1$  i en bestemt Retning, saa maa de to Punkter  $N$  ogsaa gennemløbe  $G_1$  i en bestemt Retning, der er den samme for begge Punkterne. Men denne Retning er tillige den omvendte af Bevægelsesretningen for  $M$ . Man kjender nemlig i Forvejen de to Sammenfald mellem  $M$  og  $N$ , der svare til de to fra  $O$  udgaaende Tangenter til Kurven; at en saadan Tangent  $m$  maa opfattes som fælles Tangent for  $G_1$  og  $G_2$  i udvidet Forstand, følger deraf, at  $m$  nødvendigvis maa være uegentlig Tangent i  $O$ , da  $m$  ellers vilde skære Kurven i flere end 4 Punkter. I Nærheden af et saadant Sammenfald ser man nu straks, at  $M$  og  $N$  bevæge sig i modsatte Retninger; dette maa derfor være Tilfældet overalt, og der maa derfor finde 4 Sammenfald Sted mellem  $M$  og  $N$ . Der findes altsaa altid to egentlige fælles Tangenter til  $G_1$  og  $G_2$ , foruden de to uegentlige, der ere repræsenterede ved Tangenterne fra  $O$  til Kurven  $G_1 + G_2$ .

Sætningen vedbliver at gjælde, ogsaa naar  $O$  er et Infleksionspunkt (én eller to Gange). Hvis f. Ex.  $t_1$  er Vendetangent, kunne vi antage, at  $G_2$  er den Gren, som berøres af den fra  $t_1$  forskellige, fra  $O$  udgaaende Tangent  $m$  til Kurven. Fra et Nabopunkt  $M_1$  til  $O$  paa  $\sigma_1$  vil der da udgaa to Tangenter til  $G_2$ , nemlig dels en Nabotangent til  $m$ , dels



en Nabotangent til  $t_1$ , thi den sidste Røringspunkt falder efter Infleksionspunktets Definition paa  $G_2$ . Derefter føres Beviset som ovenfor.

- (21) Eftersom der fra det fremspringende Punkt  $O$  paa en Sløjfe  $G_1$  udgaar 0, 1 eller 2 Tangenter til denne, vil der paa Sløjfen findes 0, 1 eller 2 isolerede Infleksionspunkter.

Vi bemærkede ovenfor, at en Tangent  $m$  fra  $O$  til Sløjfen  $G_1$  maatte være en uegentlig Tangent i  $O$ . Naar vi nu afrunde det fremspringende Punkt  $O$ , vil af den Grund en Nabolinie  $m'$  til  $m$  blive en Dobbelttangent til den ændrede Sløjfe  $G_1'$ . Da denne er fuldstændig kontinuert, ville alle dens Infleksionspunkter ordne sig i Infleksionspar; ophæve vi derpaa Ændringen, vil dette kun paavirke det Par, der findes paa den til  $m'$  svarende indre Bue, af hvilket ét Infleksionspunkt vil forsvinde i  $O$ . Der bliver altsaa lige saa mange Infleksionspunkter tilbage, der ikke høre til Infleksionspar, som der findes Tangenter til  $G_1$  udgaaende fra  $O$ . I Beviset have vi ikke taget Hensyn til, at Tangenterne  $t_1$  og  $t_2$  i  $O$  kunde være Vendetangenter, men Sætningen vedbliver at være gyldig. Ere de f. Ex. begge Vendetangenter, udgaar der ingen yderligere Tangenter fra  $O$ , og kun de i  $O$  faldende Infleksionspunkter ere isolerede.

Vi ere nu tilstrækkelig udrustede til at kunne karakterisere alle de Former, der høre til den fjerde Hovedtype. Disse maa efter det ovenstaaende deles i to Samlinger, eftersom Kurven har to eller tre Sløjfer.

Vi ville først tage Hensyn til den sidstnævnte Mulighed og bevise:

- (22) En Kurve af fjerde Orden med tre Sløjfer vil ikke have andre Singulariteter end dels de tre fælles Tangenter til to og to af Sløjferne, dels Infleksionspar, der udelukkende ville befinde sig paa Sløjferne (se Fig. 30).

Kurven kan for det første ikke have flere end de 3 til Sløjferne hørende Dobbeltpunkter, da der gennem hvert nyt Dobbelt punkt vilde udgaa mindst 3 Tangenter til Kurven, nemlig én til hver Sløjfe, hvilket er umuligt.

Kurven sammensættes dels af 3 Sløjfer:  $(O_1)$ ,  $(O_2)$ ,  $(O_3)$  svarende til Dobbeltpunkterne  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$ , dels af en Restkurve  $L^4$  af fjerde Orden, der har fremspringende Punkter i  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$  men ellers er fuldstændig kontinuert. Da enhver af Sløjferne f. Ex.  $(O_1)$  har en Tangent fælles med enhver af de andre Sløjfer, ifølge (18), vil der ikke findes nogen fælles Tangent for en af Sløjferne og Restkurven (ifølge (20)). Da der endvidere fra et af Dobbeltpunkterne f. Ex.  $O_1$  udgaar én Tangent til  $(O_2)$  og en til  $(O_3)$ , kan der fra  $O_1$  ikke udgaa nogen Tangent til  $(O_1)$ . Ingen Sløjfe kan derfor ifølge (21) have noget isoleret Infleksionspunkt.

Det staar nu tilbage at vise, at Restkurven er sammensat af tre elementære Buer  $(O_1 O_2)$ ,  $(O_2 O_3)$ ,  $(O_3 O_1)$ , hvilket efter § 2 Sætning (7) er godtgjort, naar vi vise, at den hverken har Dobbelttangenten eller Infleksionspunkter. Vi ville først eftervise, at hvert af

Dobbelpunkterne f. Ex.  $O_1$  maa være et fremspringende Punkt af tredje Art paa sin Sløjfe. Da der nemlig ingen Tangent udgaar fra  $O_1$  til  $(O_1)$ , kan ingen af Tangenterne i  $O_1$  skære  $(O_1)$  ifølge (19), og hver af disse Tangenter maa derfor skære Restkurven i et fra  $O_1$  forskjelligt Punkt  $N$ ; her er det jo sikkert, at Dobbelpunktet paa ingen af de derigjennem gaaende Buer kan være et Infleksionspunkt. Enhver Nabotangent til  $t$  paa Restkurven vil altsaa skære denne i ét og kun ét Punkt, der er i endelig Afstand fra  $O_1$ , og maa derfor endnu skære den i et Punkt, der da maa være et Nabopunkt til  $O_1$ .

En Tangent til  $R^4$ , der berører i et Punkt  $M_1$  paa Buen  $(O_1 O_2)$  nær ved  $O_1$ , maa altsaa skære Buen  $(O_1 O_3)$  i et Punkt  $P_2$  ligeledes nær ved  $O_1$ . Naar nu et Punkt  $M$  gjennemløber hele Buen  $(O_1 O_2)$ , vil det fra  $P_2$  forskjellige enkelte Skæringspunkt  $P_1$

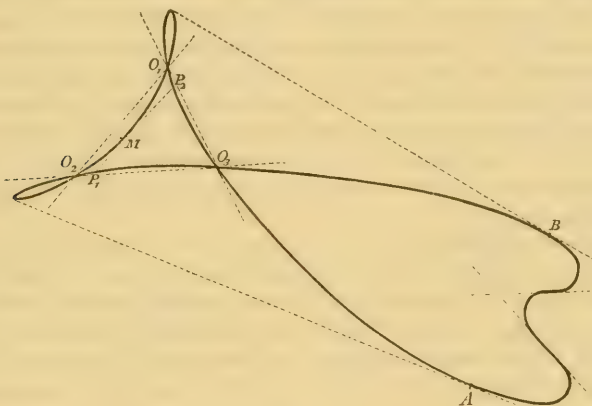


Fig. 30.

mellem Tangenten  $m$  og  $R^4$  stadig befinde sig paa Buen  $(O_2 O_3)$ . Ved  $M$ 's Bevægelse maa nemlig ethvert af Punkterne  $P_1$  og  $P_2$  holde sig paa en bestemt af de tre Buer, hvoraf  $R^4$  er sammensat, thi disse støde kun sammen i Dobbelpunkterne, og gennem et saadant Punkt gaar ingen Tangent til  $R^4$ , der berører udenfor Dobbelpunktet. Men falder  $M$  i et Nabopunkt til  $O_2$  paa  $(O_1 O_2)$  vil et enkelt Skæringspunkt med Kurven findes paa Buen  $(O_2 O_3)$ , da  $O_3$  er fremspringende af 1ste Art paa  $R^4$ , og dette Skæringspunkt maa være det, der benævnedes  $P_1$ . Der kan derfor ingen Dobbelt tangent  $t$  findes til Restkurven, thi en nærliggende Tangent til  $t$  vilde da skære i to enkelte Punkter af samme Bue — og ligesaa lidt nogen Vendetangent, da en nærliggende Tangent saa vilde skære den Bue af  $R^4$ , paa hvilket Røringspunktet ligger, i et enkelt Punkt udenfor Røringspunktet.

For nu nærmere at beskrive Kurven kunne vi, da der findes Dobbelttangenter, uden Specialisering i projektiv Forstand gaa ud fra, at Kurven ligger helt i det endelige, hvilket fastholdes i det følgende. Forbindelseslinien mellem to af Dobbeltpunkterne kan da ikke yderligere skære Kurven. Deraf følger, at hver Sløjfe ligger helt paa den ene Side af hver Forbindelseslinie mellem to Dobbeltpunkter; saaledes maa  $(O_1)$  og  $(O_2)$  ligge helt paa den ene Side af Linien  $O_1 O_2$  og netop paa den Side, der ikke indeholder det tredje Dobbelt punkt  $O_3$ , thi gennem dette Punkt skal Restkurven gaa. Restkurven ligger altsaa helt indeni «Dobbelt punktstrekanten»  $O_1 O_2 O_3$ , og Sløjferne ligge i hver sin af de tre andre Trekanter, der dannes af Dobbelt punktstrekantens Sider i Forbindelse med den uendelig fjerne rette Linie.

Der kan nu ikke være nogensomhelst Tvivl om, hvorledes Kurven skal tegnes (se Fig. 30). Man begynder ved en vilkaarlig Dobbelt punktstrekant  $O_1 O_2 O_3$ , og forbinder dens Vinkelspidser to og to med elementære Buer, der løbe helt indeni Trekanten og blot ere underkastede den Begrænsning ikke at skære hinanden. Derefter tegnes Sløjferne, beliggende i de ovennævnte Trekanter. Berøres en Sløjfe i  $A$  og  $B$  af to Dobbelttangenter, kunne endelig Infleksionspar tilføjes paa den Bue af Sløjfen, der ligger mellem  $A$  og  $B$ , men ikke indeholder Dobbelt punktet. De skulle tegnes saaledes, at ingen af de tilkom mende Vendetangenter skære andre Dele af Kurven end den Sløjfe, hvorpaa Rørings punkt ligger.

For den her beskrevne Kurve gjælder den tidligere nævnte Relation mellem Singulariteterne; er nemlig Infleksionsparrenes Antal  $r$ , bliver Antallet af Dobbelttangenter  $r + 3$ , af Vendetangenter  $2r$ , medens Dobbelt punkternes Antal er 3.

Hver af Sløjferne kan svinde ind og give Anledning til en Spids. Ad den Vej faar man ifølge (8) alle Former med Spids, der kunne høre til denne Type. Spidserne maa her være af 1ste Art, da vi have bevist, at Dobbeltpunkterne paa Restkurven ere fremspringende af 1ste Art.

Det er muligt, at 1, 2 eller 3 af Sløjferne svinde ind til Spidser. Relationen (10) kan siges at være gjældende ogsaa i disse Tilfælde, naar man regner en Tangent gennem en Spids, og Forbindelseslinien mellem to Spidser med blandt Dobbelttangenterne, og tillige regner hver Spids som et Dobbelt punkt.

Vi have her fundet den endelige Sætning om Kurver af fjerde Orden med det højeste Antal Spidser:

- (23) Naar en Kurve af fjerde Orden skal have 3 Spidser, maa disse alle være af 1ste Art, og Kurven kan foruden disse ikke have nogensomhelst andre Singulariteter.

De tre Dobbeltpunkter kunne endvidere aabenbart falde sammen, hvilket giver Formen i Fig. 31. Formerne 29 og 31 med de Underformer, hvor en Sløjfe svinder ind

til en Spids, ere de eneste mulige Former for Kurver af fjerde Orden med et tredobbelt Punkt.

Vi skulle nu gaa over til Kurverne af den næste Samling, hvilke have to Sløjfer. Vi ville her først antage, at Kurven har ét og kun et Dobbelpunkt  $O$ . Fra dette udgaa to Tangenter til Kurven; der bliver derfor to Former, eftersom disse berøre samme eller forskellige Sløjfer. Efter foregaaende Sætninger (19 og 20) har man umiddelbart i begge Tilfælde: en Kurve af fjerde Orden med ét Dobbelpunkt af 2den Art har foruden Infleksionspar med tilhørende Dobbelttangenter to isolerede Vendetangenter og to Dobbelttangenter af anden Art.

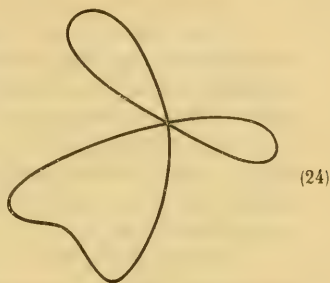


Fig. 31.

Kurven kan uden Specialisation antages at ligge helt i det endelige, hvad vi ville fastholde.

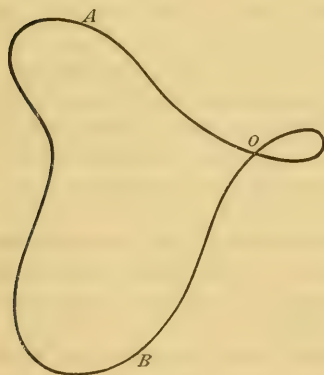


Fig. 32.

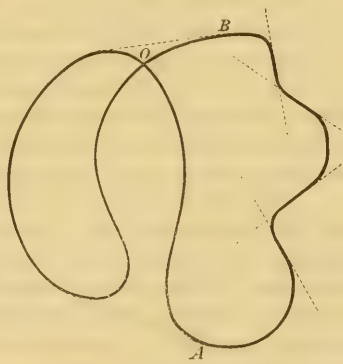


Fig. 33.

Naar nu begge Tangenterne udgaaende fra  $O$  berøre samme Sløjfe  $\sigma$ , vil denne indeholde begge Infleksionspunkterne, og Dobbelpunktet vil paa samme Sløjfe være af første Art. Det sidste — det eneste, der kræver nyt Bevis — ses deraf, at da en vilkaarlig  $t$  af Dobbelpunktets Tangenter skærer  $\sigma$  i ét og kun ét Punkt  $N$  udenfor  $O$ , vil en Nabotangent  $m$  til  $t$  skære  $\sigma$  i Nabopunktet til  $N$  og ikke i andre Punkter i endelig

Afstand fra  $O$ ; det fjerde Skæringspunkt mellem  $m$  og  $\sigma$  maa derfor være et Nabo-punkt til  $O$ .

Formen, der er utvivlsom, findes Fig. 32.

Naar derimod de fra  $O$  udgaaende Tangenter berøre hver sin Sløjfe, vil hver af disse indeholde ét isoleret Infleksionspunkt, og Dobbeltpunktet er paa hver Sløjfe fremspringende af anden Art; Beviset for den sidste Paastand fores analogt med det ovenstaaende. Formen findes Fig. 33.

Infleksionspar kunne tilføjes aldeles efter samme Regel som ved Kurven med 3 Sløjfer. Findes  $r$  Infleksionspar, er Antallet af Dobbelttangenter  $r+2$ , af Infleksionspunkter  $2r+2$ , og der er ét Dobbeltpunkt. Relationen mellem Singulariteterne er derfor gyldig.

Svinder én af Sløjferne ind, faas en Kurve med Spids. Denne kan enten være af 1ste eller af 2den Art. I det første Tilfælde findes ét isoleret Infleksionspunkt, i det andet to saadanne. Som man kunde vente, skal man altsaa i den ovennævnte Relation regne en Spids af 2den Art baade som Dobbeltpunkt og som Infleksionspunkt, noget, der ogsaa gjælder de følgende Former. At man paa denne Maade faar alle Former med Spids, følger af (8).

De Kurver af denne Art, hvor der i  $O$  falder 1 eller 2 Infleksionspunkter, ere lette Overgangsformer mellem de tegnede.

Vi have tilbage at betragte de Kurver med to Sløjfer, hvor Dobbeltpunkternes Antal er større end 1. Lad Dobbeltpunkterne tage i den Orden, hvori de følge paa hinanden, idet man gaar langs en Kurvebue kontinuert fra den ene Sløjfes Dobbeltpunkt  $O_1$  til den andens Dobbeltpunkt  $O_n$ , være  $O_1, O_2, \dots, O_n$ , hvor  $n \geq 2$ . Sløjferne ville vi — med en lille Ændring af de tidligere brugte Betegnelser — betegne ved  $(O_1)$  og  $(O_{n+1})$ .

Lad os nu af Kurven bortskære Sløjfen  $(O_1)$ . Tilbage bliver da en ny Kurve af fjerde Orden og af samme Art, og denne maa efter Beviset for (17) lige saa vel som den oprindelige have to Sløjfer. Den ene af disse er  $(O_{n+1})$ . Den anden, der har  $O_2$  til Dobbeltpunkt, vil desuden have et fremspringende Punkt i  $O_1$ , og den skal kaldes den til  $O_2$  hørende uegentlige Sløjfe, og benævnes  $(O_2)$ . Bortskæres denne af den forrige Restkurve, faar man, naar  $n \geq 3$ , en ny uegentlig Sløjfe  $(O_3)$  o. s. v. Hele den givne Kurve sammensættes altsaa af 2 egentlige og  $n-1$  uegentlige Sløjfer.

Vi have nu de følgende Sætninger.

(25) Forbindelseslinien mellem to vilkaarlige Dobbeltpunkter er en uegentlig Tangent til disses tilhørende Sløjfer.

Forbindelseslinien  $O_r O_s$  er f. Ex. uegentlig Tangent til  $(O_r)$ . Hvis dette nemlig ikke var Tilfældet, vilde Linien skære  $(O_r)$  i et enkelt Punkt i  $O_r$ , og maatte altsaa, da  $(O_r)$  er kontinuert af lige Orden, skære den i mindst endnu ét Punkt; men Linien vilde da skære



den givne Kurve i flere end 4 Punkter. Tillige mindes om, at Dobbeltpunkterne kunne tages i omvendt Orden.

Et fremspringende Punkt paa en af de uegentlige Sløjfer er altid af (26) anden Art undtagen i et Punkt, der ogsaa ligger paa en egentlig Sløjfe, i hvilket Tilfælde det kan være fremspringende af første eller anden Art.

Lad først  $O_1$  være et Dobbeltpunkt paa en egentlig Sløjfe. Fra  $O_1$  udgaar én Tangent til den anden egentlige Sløjfe ( $O_{n+1}$ ), og altsaa højst én til Sløjfen ( $O_1$ ). Efter- som der nu udgaar én eller ingen, vil Punkt  $O_1$  paa ( $O_1$ ) være fremspringende af 2den eller 3die Art. Beviset herfor føres aldeles som ved Formerne med 1 Dobbeltpunkt Side 70. Paa Nabosløjfen til ( $O_1$ ) maa  $O_1$  derfor være af 2den eller af 1ste Art; det Tilfælde, hvor  $O_1$  er Infleksionspunkt paa en af de to derigjennem gaaende Buer, er et let Overgangstilfælde.

Lad nu ( $O_r$ ) være en uegentlig Sløjfe, hvor Index  $r$  er et af Tallene 2, 3 ...  $n+1$ . Vi kunne da bortskære alle Sløjferne ( $O_1$ ) ( $O_2$ ) ... ( $O_{r-1}$ ), hvorefter der bliver en Restkurve tilbage, hvor ( $O_r$ ) vil blive til en egentlig Sløjfe ( $O_r'$ ), naar vi afrunde det fremspringende Punkt, der findes i  $O_{r-1}$ . Fra  $O_r$  udgaar én Tangent til ( $O_{n+1}$ ); der maa altsaa udgaa endnu én til Restkurven. Men da Linien  $O_r O_{r-1}$  er uegentlig Tangent i  $O_{r-1}$  til ( $O_r$ ) og vi afrunde i  $O_{r-1}$ , maa det være en gennem  $O_r$  gaaende Nabolinie til  $O_r O_{r-1}$ , der er denne anden Tangent. Til Sløjfen ( $O_r'$ ) udgaar altsaa én Tangent fra  $O_r$ , og dette maa derfor være et fremspringende Punkt af 2den Art (se som før Side 70). I Nærheden af  $O_r$  er imidlertid ( $O_r'$ ) sammenfaldende med ( $O_r$ ), og Sætningen er bevist.

En Kurve af fjerde Orden med to Sløjfer vil altid have to og kun to (27) isolerede Infleksionspunkter, hvilke enten maa ligge paa de egentlige Sløjfer eller paa de tilstødende uegentlige; ingen Sløjfe (egentlig eller uegentlig) kan have flere end ét isoleret Infleksionspunkt, saafremt  $n > 2$ .

Den egentlige Sløjfe ( $O_1$ ) sammen med Nabosløjfen ( $O_2$ ) danner nemlig en Kurve med ét Dobbeltpunkt, der, naar vi afrunde det fremspringende Punkt  $O_2$ , ifølge det tidligere vil have to isolerede Infleksionspunkter. Ophæve vi derefter Afrundingen, gaar ét Infleksionspunkt tabt, da Punktet  $O_2$  er fremspringende af 2den Art. Enten paa ( $O_1$ ) eller paa ( $O_2$ ) findes altsaa et enkelt isoleret Infleksionspunkt. Tage vi derefter ( $O_3$ ) sammen med ( $O_4$ ), og afrunde de fremspringende Punkter i  $O_2$  og i  $O_4$ , faar man en Kurve som før med to isolerede Infleksionspunkter. Ophæve vi imidlertid Afrundingen, gaar der atter to tabt, saa at der hverken paa ( $O_3$ ) eller paa ( $O_4$ ) vil findes noget isoleret Infleksionspunkt, idet  $n > 5$ . Et nyt isoleret Infleksionspunkt kan overhovedet først komme enten paa ( $O_n$ ) eller paa den egentlige Sløjfe ( $O_{n+1}$ ).

Foruden disse Infleksionspunkter kan Kurven naturligvis have Infleksionspar.

En Kurve af fjerde Orden med to Sløjfer og flere end et Dobbelt- (28)

punkt vil ikke have andre Dobbelttangenter af 2den Art end dels Fælles-tangenten for de to egentlige Sløjfer, dels de fælles Tangenter for to paa hinanden følgende Sløjfer (baade egentlige og uegentlige).

Foruden de i denne Sætning nævnte kan Kurven naturligvis have Dobbelttangenter, der ere af 1ste Art. En Dobbelttangent af 1ste Art maa nødvendigvis berøre en enkelt af Sløjferne to Gange. Omvendt maa enhver saadan Tangent være en Dobbelttangent af 1ste Art. Dette ses ved først at afrunde de fremspringende Punkter i Sløjfen, hvorved faas en fuldstændig kontinuert Kurve uden Dobbelpunkter, og derefter igjen ophæve Afrundingen. Betragtes f. Ex. en uegentlig Sløjfe, gaar ved den sidste Operation én Dobbelttangent over til Forbindelseslinien mellem to paa hinanden følgende Dobbelpunkter ifølge (25), og samtidig forsvinde Infleksionerne i to Nabopunkter til disse (der ere fremspringende af 2den Art paa Sløjfen). Alle de øvrige Dobbelttangenter vedblive at være af 1ste Art efter Afrundingens Ophæven, thi herved ændres Kurven kun i umiddelbar Nærhed af de fremspringende Punkter. Ved en egentlig Sløjfe har man paa lignende Maade at tage Hensyn til den eventuelle fra Dobbelpunktet udgaende Tangent til Sløjfen.

De eneste Dobbelttangenter af 2den Art, der kunne fremkomme, ere altsaa fælles Tangenter for to af Sløjferne (baade egentlige og uegentlige).

Ifølge Sætning (20) kan den egentlige Sløjfe ( $O_1$ ) ikke berøres af flere end to Dobbelttangenter af anden Art, af hvilke den ene er den fælles Tangent med den anden egentlige Sløjfe ( $O_{n+1}$ ). Vi skulle bevise, at den anden Dobbelttangent anden Gang maa berøre i et Punkt af den uegentlige Sløjfe ( $O_2$ ). ( $O_1$ ) og ( $O_2$ ) tagne tilsammen danne imidlertid en Kurve af fjerde Orden med et Dobbelpunkt, der blot i  $O_2$  har et fremspringende Punkt, og Beviset for (20) godtgjør, at der maa findes to og kun to fælles Tangenter til ( $O_1$ ) og ( $O_2$ ), idet uegentlige Tangenter medregnes. En saadan uegentlig Tangent har man nu i Tangenten  $t$  fra  $O_2$  til ( $O_1$ ). Hvis dette nemlig ikke var Tilfældet, vilde  $t$  i  $O_2$  skære ( $O_2$ ) i et enkelt Punkt, og maatte derfor skære ( $O_2$ ) i mindst endnu ét Punkt, altsaa den givne Kurve  $G^4$  i mindst 5 Punkter, hvilket er umuligt. Der bliver altsaa én og kun én egentlig Fællestangent for ( $O_1$ ) og ( $O_2$ ), og denne er den eneste Dobbelttangent til Kurven, for hvilken ( $O_1$ ) kan spille Rolle. Bortskæres nu ( $O_1$ ) af  $G^4$ , bliver en Restkurve  $G_1'$  af samme Art tilbage, der blot i  $O_1$  har et fremspringende Punkt. Her danne ( $O_2$ ) og ( $O_3$ ) en ny Kurve af fjerde Orden med ét Dobbelpunkt, der har to Dobbelttangenter, uegentlige Tangenter medregnede. Men en saadan har man ifølge (25) i Linien  $O_1 O_2$ , og der bliver derfor kun én egentlig Dobbelttangent tilbage, der berører ( $O_2$ ) og ( $O_3$ ), og denne sammen med den forrige ere tilmed de eneste, hvis Røringspunkter kunne ligge paa ( $O_2$ ). Anvendes nemlig Sætning (20) paa Restkurven  $G_1'$ , ser man, at der vil findes to og kun to fælles Tangenter (uegentlige medregnede) for ( $O_2$ ) og den Gren, der dannes ved af  $G_1'$  at udelade ( $O_2$ ); den ene af disse er imidlertid Tangenten fra  $O_1$  til

$(O_{n+1})$ , der som ovenfor ses at være uegentlig Tangent i  $O_1$  til  $(O_2)$ . Da denne Slutningsmaade kan fortsættes, til man naar  $(O_{n+1})$ , er herved Sætningen bevist.

For disse Kurver gjælder ogsaa Relationen mellem Singulariteterne.

Findes nemlig  $n$  Dobbelpunkter og  $r$  Infleksionspar, bliver Antallet af Dobbelttangenter  $r + n + 1$  og af Infleksionspunkter  $2r + 2$ . Betydningen af Spidser er nævnt tidligere.

Det staar endnu tilbage at give en saadan Beskrivelse af Kurven af fjerde Orden med to Sløjfer og flere end ét Dobbelpunkt, at deres Konstruktion bliver utvivlsom.

Da Kurven i hvert Fald har Dobbelttangenter, kunne vi i det følgende uden Specialisering i projektiv Forstand gaa ud fra, at Kurven ligger helt i det endelige.

Kurven med to Dobbelpunkter maa betragtes for sig. Kurven er her sammensat dels af to Sløjfer med fremspringende Punkter i Dobbelpunkterne  $O_1$  og  $O_2$ , dels af to Buer, der forbinde  $O_1$  med  $O_2$ . Vi kunne nu sé, at Sløjferne maa ligge paa den samme Side af Linien  $O_1 O_2$ . Hvis dette nemlig ikke var Tilfældet kunde man vælge et Punkt i hver Sløjfe tilstrækkelig nær ved Dobbelpunktet, og forbinde dem med en ret Linie; denne vilde da skære det endelige Liniestykke  $O_1 O_2$ . Men en saadan Linie vilde da skære Kurven i 6 Punkter (mindst), nemlig hver Sløjfe i to Punkter, og hver af de nævnte Buer i et Punkt (mindst), da hver af disse i Forbindelse med det endelige Liniestykke  $O_1 O_2$  begrænser en endelig Del af Planen. Man begynder altsaa Konstruktionen med at tegne to Sløjfer med fremspringende Punkter i de to Dobbelpunkter  $O_1$  og  $O_2$  beliggende paa samme Side af Linien  $O_1 O_2$  saaledes, at hverken nogen af Tangenterne i et Dobbelpunkt, eller nogen Tangent udgaaende fra et Dobbelpunkt, eller endelig nogen Vendetangent skærer disse Sløjfer. Dernæst forbindes  $O_1$  og  $O_2$  med to Buer, der slutte sig fuldstændig kontinuert til Sløjferne, (hvilke to danne en uegentlig Sløjfe). Naar de to Røringspunkter mellem en Sløjfe (egentlig eller uegentlig) og de to Dobbelttangenter, der berøre denne, ere  $A$  og  $B$ , kunne Infleksionspar i ubegrænset Antal tilføjes paa den af  $A$  og  $B$  begrænsede Bue, der ikke indeholder noget Dobbelpunkt. Disse skulle tilføjes

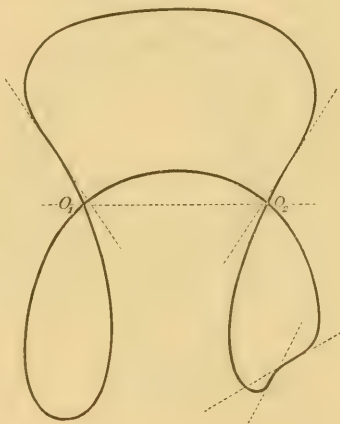


Fig. 34.

paa den Maade, at ingen af Vendetangenterne skærer nogen anden Sløjfe end den, hvorpaa det tilhørende Infleksionspunkt ligger.

Der findes tre typiske Former, i det de to isolerede Infleksionspunkter enten kunne ligge paa hver sin egentlige Sløjfe, eller begge ligge paa den uegentlige Sløjfe, eller endelig det ene paa en egentlig og det andet paa den uegentlige Sløjfe.

I Fig 34 findes Formen svarende til det midterste Tilfælde. Dette er det interessanteste, da man ikke kan have flere end ét isoleret Vendepunkt paa en egentlig eller uegentlig Sløjfe, naar Dobbelpunkternes Antal er større end to.

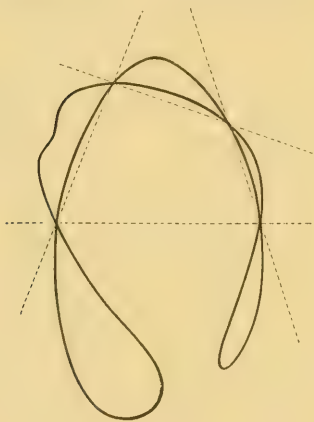


Fig. 35.

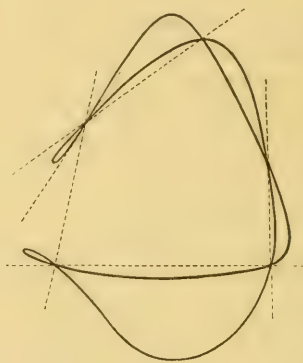


Fig. 36.

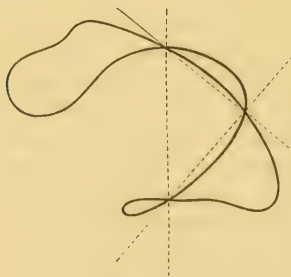


Fig. 37.

Formen af Kurven med flere end 2 Dobbelpunkter karakteriseres væsentligt ved følgende Sætning:

Projiceres Kurven i det endelige, danne paa hinanden følgende (29) Dobbelpunkter Vinkelspidserne i en konveks Polygon, og hele Kurven ligger i de Trekanter, som dannes af en Polygonside og Forlængelsen af de to tilstødende Sider.

Hvis den ved de paa hinanden følgende Dobbelpunkter bestemte Polygon ikke var konveks, vilde der findes mindst én Side, der skærer en anden af Polygonens Sider. Hvis f. Ex. Linien  $O_r O_t$  skærer Siden  $O_r O_{r+1}$ , kunde man vælge et Punkt  $P_i (O_t)$  nær ved  $O_t$  og et Punkt  $O_i (O_r)$  nær ved  $O_t$ , hvis Forbindelseslinie ogsaa skærer Siden  $O_r O_{r+1}$ , men Linien  $TO$  vilde da skære Kurven i flere end 4 Punkter; dette ses aldeles som ovenfor. Kurven kan endvidere ikke have noget Punkt indeni den endelige Polygon, thi drager man gennem et saadant Punkt en Linie, der skærer to af Polygonens Sider, ser man som nys, at den vilde skære Kurven i flere end 4 Punkter. Men Kurvens egentlige og uegentlige Sløjfer kunne da kun ligge som i Sætningen angivet.

Man begynder Konstruktionen ved i én af Trekanterne, lad os sige den, hvor  $O_1 O_n$  er Side, at tegne to Sløjfer, der have fremspringende Punkter dels i  $O_1$  dels i  $O_n$ . Herved skal man blot tage Hensyn til de samme Indskrænkninger som ved Kurven med to Dobbelpunkter. Tegningen af de uegentlige Sløjfer kan ikke give Anledning til nogen Tvivl, og Tilføjelsen af Infleksionspar sker ligeledes efter selvsamme Regel som ovenfor — baade paa en egentlig og paa en uegentlig Sløjfe; det er nemlig ved Afrunding let at vise, at de ovenfor nævnte Punkter  $A$  og  $B$ , ikke kunne skilles ved de to fremspringende Punkter paa en uegentlig Sløjfe.

Der findes tre Typer eftersom de to altid eksisterende isolerede Infleksionspunkter ligge enten paa hver sin egentlige Sløjfe, eller paa hver sin uegentlige (Nabo til en egentlig) eller endelig det ene Infleksionspunkt paa en egentlig, det andet paa en uegentlig Sløjfe. Det ovenstaaende beviser, at disse to Sløjfer ikke kunne være Naboer. Formerne findes Fig. 35, 36 og 37.

De Former, hvor der falde Infleksionspunkter i et Dobbelpunkt, ere let overskuelige Overgangstilfælde.

Svinder en egentlig Sløjfe ind, faar man Former med en Spids, der ifølge det foregaaende er af 1ste eller af 2den Art, eftersom Sløjfen indeholder intet eller ét isoleret Infleksionspunkt. Der kan altsaa f. Ex findes Former med to Spidser af 2den Art og desuden et vilkaarligt stort Antal Dobbelpunkter.

Svinder en uegentlig Sløjfe ind, faar man Former med Selvberøringspunkt. Af saadanne Punkter kan der findes et vilkaarligt stort Antal.



# Introduction à l'étude des courbes graphiques

par

C. Juel.

## § 1. Introduction: principe graphique de correspondance.

Dans certaines parties de la géométrie auxquelles se rattache ce qui suit, un infiniment petit doit être considéré comme un suffisamment petit. On définira donc le point comme une aire infiniment petite, une courbe comme une ligne brisée à côtés infiniment petits. On pourra définir, d'après ce même ordre d'idées, les tangentes aux courbes, reconnaître qu'une correspondance est continue, etc. Il est vrai que dans cette hypothèse les éléments des figures ne sont pas exactement définis dans le sens ordinaire, mais cela n'infirme aucunement l'exactitude des considérations.

Par la suite nous aurons souvent à considérer des correspondances entre les points d'une ligne fermée; ces correspondances sont toujours supposées continues.

Si la correspondance est univoque, on a les deux théorèmes que voici.

- (1) Dans une correspondance univoque on ne peut pas prendre tout à fait au hasard plus de trois paires de points correspondants.

En effet on ne peut pas prendre les points  $A_1, B_1, C_1, D_1$ , pour correspondants de  $A, B, C, D$ , si,  $ABC$  et  $ABD$  déterminant le même sens de la figure fermée,  $A_1B_1C_1$  et  $A_1B_1D_1$  déterminent des sens contraires.

- (2) Si dans une correspondance univoque sur une ligne fermée les deux sens correspondants sont contraires, on aura toujours deux points correspondants qui se confondront et deux seulement.

Facile à démontrer, ce théorème rentre dans le suivant que nous appellerons, dans la suite, principe graphique de correspondance.

- (3) Si sur une même ligne fermée on suppose entre des points  $X$  et  $Y$  une correspondance telle qu'à chaque point  $X$  correspondent  $q$  points  $Y$  et qu'à chaque point  $Y$  correspondent  $p$  points  $X$  ( $p > q$ ); si, en outre, deux points  $X$  (ou  $Y$ ) correspondants à un même  $Y$  (ou  $X$ ) ne peuvent jamais coïncider [hypothèses qui permettent déjà de reconnaître que chaque point  $X$  (ou  $Y$ ) décrit un arc dans un sens déterminé si tel est le cas pour  $Y$  (ou  $X$ )]; si, troisièmement, les deux sens correspondants sont contraires, alors on aura  $p + q$  points correspondants qui se confondront, dits points doubles.

Démonstration. On aura évidemment au moins un point double  $A$ . Supposons maintenant que le point  $X$  parcoure la courbe entière en partant de  $A = X_0^1 = Y_0^1$ ,

passant par les points  $Y_0^2, Y_0^3 \dots Y_0^p$  qui correspondent à  $X_0^1$  et se suivent dans cet ordre sur la courbe, et s'arrêtant finalement en  $A$ . A ce dernier moment les points du groupe  $Y$  occuperont les mêmes places qu'occupaient originellement les points de ce même groupe, leur ordre étant le même, mais un point  $Y$  ne se trouvera pas à sa place primitive. Or, puisqu'au point  $Y_0^p$ , comme à tout autre point fixe de la courbe, doivent correspondre  $q$  points  $X$ , il faut que les  $q - 1$  points  $Y^1, Y^2, \dots, Y^{q-1}$ , aient passé par ce point et non pas d'autres.  $X$  étant revenu en  $A$ ,  $Y^{q-1}$  se confondra donc avec  $Y_0^p$ . L'acheminement du point  $X$  transformera donc le groupe des  $Y$  par la substitution.

$$\left( \begin{array}{ccccccc} Y_0^1, & Y_0^2, & \dots & Y_0^{q-1}, & Y_0^2, & \dots & Y_0^p, \\ Y_0^{p-q+2}, & Y_0^{p-q+3}, & \dots & Y_0^p, & Y_0^1, & \dots & Y_0^{p-q+1} \end{array} \right).$$

Ce tableau montre que le point  $X$  a rencontré deux fois chacun des points  $Y^1 Y^2 \dots Y^q$ , y compris le point  $A$ , et une fois chacun des autres points  $Y^{q+1} \dots Y^p$ .

Le nombre des points doubles sera donc

$$2q + p - q = p + q.$$

Le théorème reste encore vrai si, les autres conditions maintenues, un point  $Y$  demeure immobile pendant qu'un point correspondant parcourt un arc fini.

Ce théorème sera la base de presque tous nos raisonnements. Il nous servira surtout à définir par une méthode régulière toutes les formes possibles des courbes de quatrième ordre.

## § 2. Courbe de second ordre; arc élémentaire.

Nous allons nous occuper des courbes graphiques, c. à d., des courbes planes, tracées au crayon sur le papier, ou formées par des projections de différents arcs de ces courbes.

L'ordre d'une pareille courbe est le nombre maximum de points d'intersection avec une droite; sa classe est le nombre maximum de tangentes passant par un même point.

Une courbe de second ordre ne passe pas par plus de cinq points (1) pris tout à fait arbitrairement.

En joignant deux points fixes, mais arbitraires, de la courbe avec un point mobile, on aura deux faisceaux à correspondance univoque. Le théorème découle donc de § 1 (1).

Pour déterminer la courbe il faut en connaître tous les points.

Une courbe de second ordre est aussi de seconde classe. (2)

C'est une conséquence de notre principe appliqué à la correspondance entre les points  $X$  et  $Y$  en lesquels la courbe coupe les droites passant par un point fixe  $P$ . S'il passe deux tangentes par  $P$ , le point est extérieur à la courbe ou du côté positif de l'arc; dans l'autre cas, il est intérieur à la courbe ou du côté négatif de l'arc voisin.

Ce théorème est vrai, même quand la courbe a des points saillants, à tangentes différentes. En ce cas nous dénommons tangente impropre toute droite passant par un point  $A$  et infiniment rapprochée d'une droite qui couperait la courbe en deux points infiniment voisins de  $A$ . On regarde comme complètement continue toute courbe continue n'ayant ni point saillant ni segment rectiligne d'une longueur finie.

Citons encore le théorème suivant.

Si les points  $X$  et  $Y$  d'une  $G^2$  sont en ligne droite avec un point  $P$  extérieur à la courbe, les tangentes en  $X$  et en  $Y$  se coupent en un point  $Z$  dont le lieu géométrique est coupé en un point unique par chaque droite ne coupant pas  $G^2$ .

Considérons maintenant deux courbes de second ordre et cherchons la relation entre les nombres de leurs points communs et tangentes communes, voir fig. 1 page 17.

En premier lieu nous supposons que les deux courbes n'ont aucun point commun. Supposant en outre qu'elles aient au moins une tangente commune, il est facile de démontrer qu'elles en auront quatre. En effet, il est évident qu'on peut alors appliquer notre principe à la correspondance (2-2) formée par les points  $X$  et  $Y$  auxquels l'une des courbes est coupée par les tangentes à l'autre.

Si l'une des courbes est extérieure à l'autre il y a certainement quatre tangentes communes (et réciproquement).

Passons au cas où les deux courbes ont, ni plus ni moins, deux points communs. Comme on l'a fait remarquer il y aura certainement des tangentes communes. Il y a donc aussi des droites qui ne coupent ni l'une ni l'autre des courbes données et l'on pourra alors, sans diminuer la généralité des résultats, supposer les deux courbes tellement projetées qu'aucune ne s'étende à l'infini.

Imaginons maintenant que les deux courbes  $\alpha$  et  $\beta$  soient partagées chacune en deux parties  $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$  et  $\beta = \beta_1 + \beta_2$  telles que  $\alpha_1$  est en dehors de  $\beta$  et  $\beta_1$  extérieur à  $\alpha_1$ , voir fig. 1 page 17. Alors le contour  $\alpha_1 + \beta_2 = \lambda$  se trouvera en dehors d'une courbe  $\beta^4$  formée par  $\beta_1$  et le segment fini  $AB$ . Par un point arbitraire  $M$  de  $\lambda$  passent donc deux tangentes à  $\beta^4$ ,  $t_1$  et  $t_2$  et nous allons considérer les deux points  $P_1$  et  $P_2$  auxquels  $\lambda$  est coupée par ces tangentes en dehors de  $M$ . Pour certaines positions de  $M$  sur  $\lambda$  ces tangentes pourront être impropres, c.à.d. que ce seront des droites joignant  $M$  à  $A$  ou à  $B$ . En discutant la figure on montre que notre principe général peut s'appliquer à la correspondance ( $MP$ ) qui, par conséquent, aura quatre points doubles. Mais deux de ces points se trouvent en  $A$  et  $B$ ;  $\alpha$  et  $\beta$  auront donc deux tangentes communes et pas plus. On peut réduire au cas précédent le cas général où les courbes ont et des points communs et des tangentes communes. Car, en considérant les arcs  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2 \dots$  de  $\alpha$  extérieurs à  $\beta$ , on trouve comme ci-dessus deux tangentes communes à  $\beta$  et à chacun des arcs  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2 \dots$ . On aura donc finalement

- (4) Si deux courbes de second ordre n'ont aucun point commun, elles ont ou quatre tangentes communes ou aucune; si elles n'ont aucune tangente commune, elles ont quatre points communs ou aucun; dans tout autre cas les deux nombres sont égaux.

Dans ce qui suit nous entendrons par arc élémentaire un arc de courbe du second ordre et nous supposons toutes nos courbes composées d'arcs élémentaires; ce qui revient à supposer ces lignes composées de parties de polygones convexes.

En joignant deux arcs élémentaires de manière qu'ils aient la même tangente au point commun, on aura les quatre formes représentées fig. 2 page 20. Il est facile d'en tirer les propositions connues relatives aux points singuliers, savoir, au point d'inflexion et aux deux points de rebroussement, les seuls qui puissent être représentés sur les courbes

graphiques. Outre ces points nous considérons comme singularités les points doubles et les tangentes doubles.

Concernant les arcs élémentaires on a les théorèmes suivants, dont la démonstration découle d'une discussion directe de la correspondance entre un point arbitraire  $M$  de la courbe et les points  $P$  auxquels la courbe peut être coupée par la tangente en  $M$ .

Un arc  $AB$  sans singularités et qui n'est coupé par aucune droite (5)  
en plus de deux points, est élémentaire.

Un arc  $AB$  sans singularités et qui n'est coupé par aucune des (6)  
tangentes en  $A$  et en  $B$ , est élémentaire.

A ces théorèmes on pourra évidemment appliquer le principe de dualité.

Un arc  $AB$  sans singularités, qui n'est pas coupé par la tangente (7)  
en  $A$  et auquel on ne peut mener aucune tangente par  $A$ , est élémentaire.

D'après ce théorème il est facile de déterminer l'arc élémentaire maximum aboutissant à un point donné et s'étendant dans un sens déterminé sur une courbe donnée.

### § 3. Théorèmes généraux sur les courbes graphiques.

La notion de l'arc élémentaire permet de démontrer exactement la proposition suivante.

Une courbe fermée, parfaitement continue et sans aucune singu- (1)  
larité, est nécessairement du second ordre (voir fig. 3 pag. 24).

Ce qu'il faut démontrer, c'est que l'arc élémentaire  $\sigma$  qui part d'un point  $A$  de la courbe, finira en un point infiniment voisin de  $A$ . Dans le cas contraire supposons que l'arc se termine en un point  $B$  et qu'on ait choisi les dénominations de manière que la tangente en  $B$  passe par  $A$ . Si alors on joint  $\sigma$  à un segment déterminé  $(AB)_0$  de la droite  $AB$  on déterminera une courbe de second ordre  $\Gamma$  et commencera par démontrer que les allongements de l'arc  $\sigma$  au delà de  $A$  et au delà de  $B$  tombent dans deux régions différentes séparées par  $\Gamma$ .

Alors, en discutant la figure on montre que la courbe donnée ne pourra pas traverser le segment  $(AB)_0$  sans donner naissance à une singularité.

Il n'existe pas de courbes fermées et parfaitement continues qui, (2)  
en fait de singularités, aient seulement, soit un point d'inflexion, soit un point de rebroussement, soit un point double, soit une tangente double.

On démontre ce théorème en considérant la correspondance entre un point mobile  $M$  de la courbe et un point tangentiel  $P$  de  $M$  ( $P$  est tangentiel à  $M$ , si la tangente en  $M$  passe par le point  $P$  de la courbe).

Puisque les points d'intersection d'une courbe fermée et d'une droite mobile se présentent ou s'évanouissent par paires, on voit que

toute courbe fermée est coupée par chaque droite ou en un nombre (3)  
pair ou en un nombre impair de points.

Facile à démontrer, la proposition suivante est utile en beaucoup de cas.

Une courbe fermée et continue, qui n'est coupée par aucune de (4)  
ses tangentes en plus de  $n$  points, n'est coupée par aucune droite en plus de  $n+2$  points.

- (7) Le nombre des tangentes communes à une courbe  $C$  et à une courbe  $I'$  de seconde classe qui ne coupe ni  $C$  ni les tangentes d'inflexion de  $C$ , sera 0 ou  $2n$ , si par un point de  $I'$  passent  $n$  tangentes à  $C$ .

Ce théorème se déduit aisément de notre principe général de correspondance. Dans beaucoup de cas il ne sera pas nécessaire de supposer  $I'$  de second ordre.

- (5) L'ordre d'une courbe fermée et parfaitement continue et le nombre de ses inflexions sont tous les deux pairs ou tous deux impairs.

- (6) Le nombre des intersections (simples) de deux courbes fermées est impair, si les ordres des courbes sont tous deux impairs; dans tout autre cas il est pair.

Ces deux théorèmes sont connus et se démontrent en remarquant que le nombre des tangentes issues d'un point  $P$  ne change pas si l'on fait parcourir au point  $P$  un chemin fermé quelconque.

Il va de soi qu'une courbe est d'ordre pair quand elle limite une région déterminée du plan. Mais la réciproque aussi est vraie.

- (8) Une courbe fermée d'ordre pair et sans points doubles partage le plan en deux régions distinctes et deux seulement.

La démonstration se dédouble comme suit.

1) Si un chemin d'un point  $P$  à un autre point  $Q$  a un nombre impair de points de rencontre avec la courbe donnée  $C$ , il en sera de même pour tout chemin entre  $P$  et  $Q$ .

2) Si un chemin entre  $P$  et  $Q$  coupe  $C$  en un nombre pair de points, ou pourra toujours trouver entre  $P$  et  $Q$  un autre chemin tel qu'il n'ait avec la courbe aucun point commun. Si la droite  $PQ$  coupe la courbe en  $A, B \dots K$ , ledit chemin est composé des segments rectilignes  $PA, BC \dots KQ$  combinés avec des arcs infiniment voisins des arcs  $AB, CD \dots$  de la courbe donnée.

- (9) Une courbe d'ordre impair, fermée et sans points doubles ne limite aucune région du plan.

Soient  $P$  et  $Q$  deux points arbitraires du plan et supposons que la droite  $PQ$  coupe la courbe donnée  $C$  en  $A$  et en  $K$  de manière que les segments  $PA$  et  $QK$  ne contiennent aucun point de la courbe, autres que  $A$  et  $K$ .

Alors le chemin composé des deux segments rectilignes  $PA$  et  $KQ$  et d'un arc infiniment voisin de l'un ou de l'autre des arcs  $AK$  de la courbe donnée, conduira de  $P$  à  $Q$  sans traverser la courbe, car ou l'un ou l'autre de ces deux arcs  $AK$  contiendra un nombre pair d'inflexions.

#### § 4. Courbes de troisième ordre.

Considérons d'abord la courbe générale, c. à d. complètement continue, sans points doubles ni points de rebroussement.

- (1) Par un point arbitraire  $M$  de la courbe générale  $G^3$  passent deux tangentes à la courbe qui ont leurs points de contact en dehors de  $M$ .

La correspondance entre les points  $X$  et  $Y$  auxquels la courbe est coupée par les droites passant par  $M$ , est univoque: il y a donc ou deux tangentes passant par  $M$



ou aucune; car, s'il y en a une, les points  $X$  et  $Y$  parcourent la courbe en sens inverses et l'on a précisément deux tangentes. Mais comme la courbe n'a pas de tangentes doubles et n'est coupée par aucune de ses tangentes d'inflexion, sinon au point de contact, le nombre cherché sera le même pour tous les points  $M$  et par un point infiniment voisin d'un point d'inflexion passe au moins une tangente; il y en a donc toujours deux.

Une courbe générale de 3<sup>e</sup> ordre a toujours trois inflexions. (2)

La correspondance entre un point mobile  $M$  de la courbe et son unique point tangentiel  $P$  est une correspondance (1, 2). Il y a donc, d'après notre principe général, trois inflexions certaines si les points  $M$  et  $P$  parcourent la courbe en sens contraires. Or, tel est le cas présent, comme on le voit immédiatement si l'on prend  $M$  voisin d'un point d'inflexion, (il y en a un au moins, puisque  $G^2$  est d'ordre impair).

Le produit des rapports dans lesquels les côtés d'un polygone (3) sont divisés par les points d'intersection avec une courbe fermée quelconque, est positif.

Quoique ce théorème, facile à démontrer, soit d'une portée assez restreinte en comparaison du théorème (connu) de Carnot il suffit pour démontrer que les formes des courbes graphiques du 3<sup>e</sup> ordre complètement continues sont tout à fait analogues aux formes connues des courbes algébriques du même ordre.

Les courbes générales du 3<sup>ème</sup> ordre présentent deux types; celles (5) du premier type sont de quatrième classe; les courbes du second type sont de la sixième classe.

A chaque courbe  $G^3$  du premier type on pourra toujours adjoindre (6) une courbe de deuxième classe  $G^2$  de manière que la courbe composée  $G^2 + G^3$  soit de 3<sup>e</sup> ordre et de 6<sup>e</sup> classe.

Cette distinction est tout à fait analogue à celle des courbes algébriques.

Dans la théorie des courbes de 3<sup>e</sup> ordre le théorème suivant est fondamental, car il donne la description complète et unique de la courbe.

Une courbe fermée et complètement continue, n'ayant d'autres (8) singularités que trois points d'inflexion, est nécessairement de 3<sup>e</sup> ordre.

La démonstration exacte de cette proposition exige un examen assez détaillé de la figure et se laisse mal condenser.

Une courbe de 3<sup>e</sup> ordre ayant un point double a un point d'inflexion (4) et un seulement et elle est de 4<sup>e</sup> classe. Quand la courbe a un point de rebroussement, elle a aussi un point d'inflexion et elle est de 3<sup>e</sup> classe.

De notre principe de correspondance on pourra facilement tirer divers théorèmes d'un caractère plus spécial, dont je cite le suivant.

Dans une  $G^3$  on pourra inscrire deux polygones, ni plus ni moins, dont les côtés passent par des points donnés de la courbe, si le nombre des points est impair.

Si le nombre des points donnés est pair, il peut exister un nombre pair quelconque de polygones, zéro compris.

Passons à l'examen des courbes ayant des points saillants. Outre l'intérêt que

ces courbes pourront présenter en elles-mêmes, il est nécessaire d'en connaître les formes pour la théorie des courbes du quatrième ordre.

Un point saillant à tangentes distinctes, peut avoir trois formes différentes, que représentent les figures 6, 7 et 8, page 37. Ces points seront désignés respectivement points saillants de 1<sup>ère</sup>, de 2<sup>de</sup> et de 3<sup>e</sup> espèce.

Les nouvelles formes se déduiront des formes connues des courbes générales par arrondissement des points saillants dans les courbes nouvelles.

On arrondit une courbe à l'endroit d'un point saillant en supprimant deux petits arcs  $OM_1$  et  $OM_2$  et y ajoutant un arc élémentaire  $\sigma$  suffisamment petit. On conçoit aisément cette opération en voyant les figures 6, 7 et 8. Cette déformation n'altère pas l'ordre de la courbe, comme on le démontre facilement. En outre, on verra que par cet arrondissement on ajoute à la courbe une ou deux inflexions ou aucune, selon que le point est de deuxième, première ou troisième espèce.

Quand on a arrondi tous les points saillants, la courbe est complètement continue et l'on peut alors appliquer les théorèmes déjà trouvés. On a donc :

- (9) Une courbe de 3<sup>e</sup> ordre, complètement continue sauf en un point saillant, a une, deux ou trois inflexions selon que le point saillant est de 1<sup>ère</sup>, 2<sup>de</sup> ou 3<sup>e</sup> espèce.

Les propositions suivantes sont faciles à démontrer.

- (10) Des deux tangentes en un point saillant, ou bien toutes deux coupent la courbe en dehors du point de contact, ou une seule la coupe, ou encore ni l'une ni l'autre ne le font, suivant que le point saillant est de 3<sup>e</sup>, 2<sup>de</sup> ou 1<sup>ère</sup> espèce.

Par un point saillant  $O$  passent 2 tangentes ou une seule ou aucune ayant le point de contact en dehors de  $O$ , selon que le point saillant est de troisième, de deuxième ou de première espèce.

Maintenant il est facile de préciser les formes possibles des courbes ayant un point saillant. Elles sont représentées figs. 9, 10 et 11, pag. 39.

Quant aux courbes ayant plusieurs points saillants, il vaut mieux laisser de côté les points de troisième espèce, car une courbe peut avoir de tels points un nombre tout à fait arbitraire.

L'arrondissement montre clairement que les seules formes possibles des courbes de troisième ordre ayant plusieurs points saillants de première ou de deuxième espèce, sont les trois formes données par les figures 12, 13 et 14, pag. 40. Ce sont

1) une courbe sans inflexion, ayant un point saillant de la première espèce et un de la seconde, fig. 12;

2) une courbe ayant deux points saillants de deuxième espèce et une inflexion, fig. 13;

3) une courbe sans inflexion, ayant trois points saillants de deuxième espèce, fig. 14.

Quand une courbe de troisième ordre a un point double, elle peut avoir encore un point saillant de deuxième espèce non situé sur la boucle, voir fig. 15, page 41. Dans ce cas aussi le nombre des points saillants de troisième espèce est tout à fait arbitraire.

### § 5. Courbes de quatrième ordre.

Les différences entre les courbes graphiques et les courbes algébriques s'accroissent déjà très nettement dans les courbes du quatrième ordre.

En premier lieu une courbe  $G^4$  du quatrième ordre peut être composée d'un nombre illimité de branches, ce dernier mot étant pris dans le sens algébrique<sup>1)</sup>. Prenons, par exemple, un nombre quelconque de points tels qu'on n'en puisse jamais trouver trois situés en ligne droite. Décrivons en suite des cercles suffisamment petits autour de ces points comme centres. Aucune droite n'aura plus de quatre points de rencontre avec cet ensemble de cercles. Il convient donc de se contenter des courbes qui ne peuvent pas se partager en plusieurs parties complètement continues.

De plus, outre le nombre des points de rebroussement, les nombres de singularités des courbes graphiques pourront croître au delà de toute limite. Il en est donc d'autant plus désirable de connaître une relation entre ces nombres. En voici une qui est unique.

Une courbe du quatrième ordre n'a pas nécessairement des tangentes doubles; mais s'il y en a, leur nombre est égal au nombre des points doubles augmenté de la moitié du nombre des points d'inflexion. (10)

Nous établirons cette relation pour chacun des types suivants.

En premier lieu, déterminons la forme d'une courbe  $G^4$  sans point double. On a:

Les deux points de contact d'une tangente double avec une  $G^4$  sans points doubles, limitent un arc contenant deux points d'inflexion et deux seulement. (2)

Cette proposition est assez évidente et une démonstration exacte entraînerait à des longueurs; voir fig. 16, pag. 43. Ensuite nous appellerons arc interne l'arc défini en (2); la tangente double correspondante, tangente double de première espèce, et ce couple d'inflexion les deux points d'inflexion.

Cela nous permet d'énoncer comme suit le théorème inverse de (2):

Toutes les tangentes doubles d'une  $G^4$  générale sans points doubles sont de la première espèce et tous ses points d'inflexion appartiennent à des couples d'inflexion: voir fig. 17, pag. 45. (3)

Ce théorème démontré, il est facile d'indiquer la construction générale d'une  $G^4$  sans points doubles. On commence simplement par une courbe  $I'$  du second ordre et remplace des cordes de cette courbe (qui ne se coupent pas) par des arcs internes convenablement choisis.

Quant aux courbes ayant des points doubles, elles peuvent avoir des tangentes doubles qui ne sont pas de la première espèce, et des points d'inflexion qui ne font pas partie de couples d'inflexion. Un tel point d'inflexion s'appelle point d'inflexion isolé.

Par un point double  $O$  d'une  $G^4$  passent ou deux tangentes ayant leur point de contact en dehors de  $O$  ou aucune. (4)

Ce théorème se déduit du principe de correspondance appliqué aux points d'intersection de la courbe avec des droites passant par  $O$ .

<sup>1)</sup> Dans la suite nous nous servirons de ce mot dans un sens différent, voir page 84.

Un point double par lequel ne passe aucune tangente est dit point double de la première espèce; en cas contraire ce point est de deuxième espèce.

Dans le théorème ci-dessus chaque droite passant par un point de rebroussement est à considérer comme tangente. Il en résulte donc ceci

- (1) <sup>1)</sup> Aucune  $G^4$  ne peut avoir plus de trois points de rebroussement.  
 (5) Tous les points doubles d'une  $G^4$  sont de même espèce, sauf le cas où il y a trois points doubles; auquel cas les points doubles ne sont pas nécessairement de la même espèce.

Ce théorème se déduit de notre principe appliqué à la correspondance entre les points d'intersection  $M_1$  et  $M_2$ , différents de  $M$ , de la courbe avec les droites  $O_1M$ ,  $O_2M$  où  $O_1$  et  $O_2$  sont deux points doubles d'espèces différentes, et  $M$  un point variable de la courbe.

Les courbes ayant trois points doubles ont rang 4 part dans la théorie.

Pour étudier une courbe présentant un point double il est souvent utile de la considérer comme composée de deux branches communiquant au point double. On dit alors que ces deux branches sont correspondantes du point double. Voici comment on divise la courbe. On y fait cheminer un point à partir du point double et quand ce point mobile sera revenu pour la première fois au point double, il aura décrit l'une des branches. L'autre branche se définit de la même manière.

Si la courbe à considérer présente plusieurs points doubles, la division en branches peut s'effectuer, comme ci-dessus, à partir de chacun de ces points doubles.

Cette méthode ne conduit pas à une division unique, si les tangentes à un des points doubles coïncident. On ramène aisément ce cas à l'autre en déformant tant soit peu la courbe.

Chaque branche est une courbe parfaitement continue sauf en un point saillant et elle est du second, du troisième ou du quatrième ordre. Est-elle du 3<sup>e</sup> ordre, nous avons une branche impaire; sinon, une branche paire. Il n'est pas nécessaire que les choses se passent de la même manière aux différents points doubles.

Considérons actuellement les courbes  $G^4$  qui, par rapport à l'un de leurs points doubles, peuvent se diviser en deux branches impaires. Toutes ces courbes seront du troisième type d'après notre classification <sup>2)</sup>.

- (11) Une courbe  $G^4$  du troisième type aura ou deux ou trois points doubles.

Si l'on arrondit les deux branches  $G_1$  et  $G_2$  au point  $O$  auquel elles appartiennent, on obtient deux courbes de troisième ordre, complètement continues et se coupant mutuellement en un point au moins; mais elles ne pourront pas avoir d'autre point d'intersection.

En effet, soit dans ce cas  $O$  et  $O_1$  les deux points d'intersection; la droite  $OO_1$  couperait alors la courbe complète  $G_1 + G_2$  en six points, ce qui est contre l'hypothèse.

Cependant, un troisième point double peut apparaître, si l'une des branches, mais une seulement, a elle-même un point double.

<sup>1)</sup> Les numéros des théorèmes sont ceux du texte danois.

<sup>2)</sup> Dans ce résumé j'ai préféré intervertir l'ordre des matières et mettre les courbes du troisième type avant celles du deuxième.

Une  $G^4$  du troisième type à deux points doubles aura, en outre, (12) quatre points d'inflexion isolés et elle n'aura pas d'autres singularités.

Ces courbes se composent de deux branches dont on voit les formes, figures 21, 23 et 24, page 56. Comme le point double auquel appartiennent les branches, est ou bien un point saillant de la deuxième espèce sur les deux branches, ou bien un point saillant de première espèce sur l'une de ces branches et de troisième espèce sur l'autre branche, le théorème (9) § 4 nous montre que les deux branches auront en tout quatre points d'inflexion.

Une  $G^4$  composée de deux branches impaires ne peut pas avoir de tangente double, car celle-ci couperait la courbe en six points.

Les seules formes possibles sont donc représentées par les figures 21, 22 et 23, page 56, provenant de la fusion des formes indiquées figs. 9, 10 et 11, page 39.

Le cas spécial où un point double est en même temps un point d'inflexion, doit être considéré à part, tant ici que dans la suite.

Une  $G^4$  du troisième type, à trois points doubles, aura deux points (13) d'inflexion isolés et ne présentera pas d'autres singularités.

On le montre comme ci-dessus.

Dans la recherche des formes il y a deux cas à considérer. Un point double est situé ou bien sur une boucle de la courbe composante de troisième ordre ou sur une branche impaire de cette même courbe.

La discussion nous montre que les formes différentes (dans le sens projectif) sont exclusivement les cinq représentées figs. 24, 25, 26, page 58, et figures 27, 28, page 59.

Ayant maintenant épuisé toutes les courbes de quatrième ordre composées de deux branches impaires, il ne nous reste que les courbes dont toutes les branches sont paires.

En examinant, par ex., les figures 24 et 27, on voit que les points doubles des courbes du troisième type ne sont pas nécessairement de la même espèce. Pour les courbes en question nous avons au contraire le théorème suivant:

Tous les points doubles d'une courbe de quatrième ordre dont (14) toutes les branches sont paires, sont nécessairement de la même espèce.

D'après le théorème (5) il suffit de considérer le cas où la courbe n'a que trois points doubles.

Soient  $G_1$  et  $G_2$  les deux branches appartenant à un point double  $A$  d'espèce arbitraire, soit  $B$  un autre point double de la première espèce et  $C$  un point double de deuxième espèce.

Le point  $B$  doit être ou un point double sur l'une des branches, soit sur  $G_1$ , ou un point d'intersection entre  $G_1$  et  $G_2$ . Mais nous pourrions démontrer que le premier cas est impossible.  $B$  étant de première espèce, aucune tangente à  $G_2$  ne passe par  $B$ ; donc toute droite passant par  $B$  coupera la courbe  $G_2$  au même nombre de points et, dans le cas présent où  $G_2$  est paire, ce nombre doit être égal à deux; mais la tangente  $t$  à  $G_1$  en  $B$ , y couperait  $G_1$  en trois points qui se confondraient si  $B$  était un point double sur  $G_1$ , et la courbe  $G_1 + G_2$  en cinq points au moins, ce qui est impossible. Mais le troisième point double  $C$  doit de même être un point d'intersection avec  $G_1$  et  $G_2$ , car autrement la droite  $BC$  couperait  $G_1 + G_2$  en six points au moins, ce qui est contre l'hypothèse.



Mais  $C$  est de deuxième espèce: par  $C$  passe donc une tangente ayant son point de contact avec, par ex.,  $G_1$  en dehors de  $C$ ; cette droite couperait alors la courbe  $G_1 + G_2$  en cinq points au moins, ce qui est encore impossible.

Dans ce qui suit nous avons donc à nous occuper uniquement des courbes dont les branches sont paires et dont tous les points doubles sont de même espèce. Si tous ces points sont de première espèce, on a les courbes que nous avons classées dans le deuxième type.

- (6) Une courbe  $G^4$  du deuxième type a autant de tangentes doubles de la deuxième espèce que de points doubles et, en outre, un nombre arbitraire de tangentes doubles de première espèce avec leurs couples d'inflexion correspondants, voir fig. 18, pag. 49, et fig. 19, pag. 51.

Si, en un point double  $O$ , on divise la courbe en deux branches  $G_1$  et  $G_2$ , il suit de la démonstration du théorème précédent, que tous les autres points doubles seront des points d'intersection entre  $G_1$  et  $G_2$ , ces dernières étant alors sans points doubles.

En outre, il est aisé de démontrer que les deux tangentes au point  $O$  couperont toutes deux une des deux branches appartenant à  $O$  et la même branche. Celle que coupent les deux tangentes est dite branche extérieure; l'autre est la branche intérieure. Alors on verra que le point  $O$  sera saillant de la première espèce sur la branche extérieure et de la troisième espèce sur la branche intérieure. Connaissant alors la déformation causée dans les deux branches par un arrondissement en  $O$ , on voit que le théorème est une conséquence du théorème fondamental (3) des courbes générales sans point double.

Le dénombrement direct montre maintenant que la relation (10) entre les singularités est justifiée pour les courbes du deuxième type.

Quant à la forme des courbes, celles qui ont un point double unique, sont à considérer à part. Dans ce cas la forme ne différera pas essentiellement, sauf les couples d'inflexion, de la forme connue d'une cardioïde de Pascal; voir figure 18, page 49.

On obtient toutes les courbes de quatrième ordre et du deuxième type ayant plusieurs points doubles, par la construction suivante qui est tout à fait générale: voir figure 19, page 51.

Sur une courbe  $I'$  de second ordre on prend  $4n+2$  points  $A, B, A_1, B_1, \dots, A_{2n}, B_{2n}$  se succédant dans cet ordre sur  $I'$ . On trace alors la courbe  $G^4$  de  $B_{2n}$  à  $A$  le long de  $I'$ ; puis de  $A$  à  $B_1$  le long d'un arc élémentaire; puis de  $B_1$  à  $A_2$  le long de  $I'$ ; etc., de manière que la courbe tracée soit partout complètement continue. Sur les arcs  $B_{2n}A, B_1A_2 \dots$  de  $G^4$  qui font partie de  $I'$ , on peut ajouter des couples d'inflexion convenablement choisis en nombre arbitraire. De la construction même on déduit que

- (7) Le nombre des points doubles d'une courbe du deuxième type est toujours impair.

Les formes des courbes qui ont des points de rebroussement, se déduisent des formes plus générales en déformant un peu la figure, artifice suffisamment expliqué par la figure 20, page 54.

- (9) On voit par le théorème (4) qu'une courbe du deuxième type aura, au plus, un point de rebroussement et que, dans ce cas, la courbe ne peut avoir aucun point double.

Sans infirmer la généralité, on peut toujours, à l'aide d'une transformation projective, faire en sorte que la courbe soit toute entière à distance finie.

Il ne reste plus que les courbes dont toutes les branches sont paires et dont tous les points doubles sont de la deuxième espèce. Dans notre classification, ces courbes sont du quatrième type.

La différence la plus caractéristique et manifeste entre ces courbes et celles du type précédent consiste en ce que dans l'un et l'autre cas les points doubles jouent des rôles différents par rapport à deux branches complémentaires. Partageons une courbe du type considéré en deux branches complémentaires  $G_1$  et  $G_2$ ; alors chaque point double de  $G_1 + G_2$ , outre le point  $O$  correspondant, sera un point double soit de  $G_1$  soit de  $G_2$  et, à part ces points,  $G_1$  et  $G_2$  ne se rencontreront qu'au point  $O$ . En effet, dans le cas contraire, par un point d'intersection de  $G_1$  avec  $G_2$  passerait une tangente à la courbe qui couperait celle-ci en plus de quatre points. (Dans les courbes du type précédent, toute branche était sans point double.)

En outre, ces courbes auront toujours des boucles, ce qui n'est généralement pas le cas pour les types précédents. Par boucle on entend une branche ne contenant pas d'autre point double que celui auquel elle appartient.

Par un point double ne passe qu'une seule tangente à toute boucle qui n'appartient pas à  $O$ . (15)

Pour démontrer ce théorème on considère la correspondance entre les points d'intersection de la boucle ( $O_1$ ) avec des droites passant par  $O$ . Dans cette correspondance il y aura deux points correspondants qui se confondront et l'un de ces points sera le point  $O_1$ . En effet, la droite  $OO_1$  sera, comme on le prouve aisément, une tangente impropre à ( $O_1$ ).

Une courbe de quatrième ordre a trois boucles au plus. (16)

Pour les courbes du quatrième type, ce théorème résulte de la proposition précédente combinée avec le théorème (4); un coup d'œil sur les types précédents convaincra que le fait est général.

Une courbe  $G^4$  du quatrième type aura deux boucles au moins. (17)

Si la courbe n'a qu'un point double, le théorème est évident. S'il y en a plusieurs, faisons parcourir au point  $M$  l'une des branches, soit  $G_1$ , appartenant au point double  $O$ . Si  $G_1$  n'est pas une boucle, le point mobile aura passé deux fois par un autre point double. Il en résulte que le nombre des points doubles situés sur une des branches appartenant à  $O_1$  sera au plus égal au nombre des points doubles de  $G_1$ , moins un. En continuant de la sorte avec  $G_1$  et  $G_2$  on obtient au moins deux boucles.

Deux boucles ( $O_1$ ) et ( $O_2$ ) appartenant à différents points doubles, n'auront qu'une tangente commune. (18)

Il est aisé de démontrer que par chaque point  $M$  de ( $O_1$ ) passe une seule tangente (propre) à ( $O_2$ ) et l'on pourra alors appliquer notre principe à la correspondance entre les points  $M$  et  $P$  auxquels ( $O_1$ ) est coupé par une tangente à ( $O_2$ ). Il y aura donc deux points correspondants qui se confondront, mais l'un d'eux correspondra à une tangente à ( $O_2$ ) passant par  $O_1$ .

Si par un point double  $O$  passent une ou deux tangentes à l'une (19)

des deux branches correspondant à  $O$ , ou s'il n'y passe aucune tangente, cette même branche sera coupée en dehors de  $O$  par une ou deux tangentes en  $O$  ou par aucune.

C'est ce que résulte de la discussion de la figure.

- (20) Deux branches complémentaires auront toujours deux tangentes communes et deux seulement.

Pour démontrer cette proposition, il faut d'abord établir que par chaque point de l'une des branches  $G_1$  il passe toujours deux tangentes à l'autre branche  $G_2$ , y compris les tangentes impropres éventuelles. Puis on prouvera aisément que, chose assez curieuse, notre principe s'applique à la correspondance entre les points d'intersection de  $G_1$  avec les tangentes à  $G_2$ . On trouve ainsi quatre points correspondants qui se confondent; mais deux de ces points correspondent aux tangentes issues de  $O$ . Il y aura donc seulement deux tangentes propres communes.

- (21) Sur une boucle il y a une ou deux inflexions isolées ou aucune, selon que par le point saillant de la boucle passent une ou deux tangentes à la boucle ou aucune.

On le montre en arrondissant le point saillant.

Nous voici à même de classer toutes les formes des courbes du quatrième type, qui comprend deux sous-types, suivant que la courbe a trois boucles ou deux seulement.

- (22) Une courbe de quatrième ordre à trois boucles a, en fait de singularités, trois points doubles, trois tangentes doubles de deuxième espèce et, en outre, un nombre arbitraire de tangentes doubles de première espèce avec les inflexions correspondantes et celles-ci seront toutes situées sur les boucles.

Un quatrième point double est impossible d'après les théorèmes (4) et (15). Les tangentes doubles de deuxième espèce seront les tangentes communes à deux boucles (voir (18)) et il n'y en a pas d'autres d'après (20). De plus le théorème (21) nous montre qu'il n'y a d'inflexion isolée sur aucune des boucles. Ayant démontré que dans chacune des boucles le point double sera un point saillant de troisième espèce, on n'aura pas de peine à prouver que la courbe se compose de trois boucles et de trois arcs élémentaires. Alors le théorème devient évident et la forme de la courbe est arrêtée, voir fig. 30, page 67.

Si le nombre de couples d'inflexion est  $r$ , le nombre des tangentes doubles sera  $r + 3$ , le nombre d'inflexions  $2r$  et le nombre des points doubles 3. La relation (10) est donc justifiée.

Les boucles pourront s'évanouir et donner naissance à des points de rebroussement. Par suite

- (23) Quand une courbe  $G^4$  a son nombre maximum de points de rebroussement, ils sont tous de première espèce et la courbe n'aura pas d'autre singularité.

Une courbe de quatrième ordre ne peut avoir qu'un point triple. Sauf un nombre arbitraire de couples d'inflexion, les seules formes possibles sont les deux que représentent les figures 29, page 60, et 31, page 69.

Quant aux courbes à deux boucles, il faut considérer à part les formes n'ayant qu'un seul point double.

Une courbe de quatrième ordre à point double unique de deuxième espèce, aura, outre les couples d'inflexion et les tangentes doubles correspondantes, deux inflexions isolées et deux tangentes doubles de deuxième espèce. (24)

C'est là une conséquence des théorèmes (19) og (20).

Sauf les couples d'inflexion, les seules formes seront donc les deux que représentent figures 32, 33, page 69. Ce qui les distingue entre elles, c'est que les deux points d'inflexion isolés, figure 32, sont situés tous les deux sur une même boucle et, figure 33, chacun sur sa boucle.

On voit immédiatement que la relation générale (10) est justifiée.

Reste encore à considérer les courbes à deux boucles et à plusieurs points doubles.

Soient  $O_1, O_2, \dots, O_n$  les points doubles se succédant dans cet ordre sur un arc déterminé ( $O_1 O_n$ ) de la courbe. Faisant une nomenclature distincte de la précédente, nous appellerons ( $O_1$ ) et ( $O_{n+1}$ ) les deux boucles en question.

Si maintenant on détache de la courbe donnée la boucle ( $O_1$ ), il reste, pour  $n > 2$ , une courbe du quatrième type qui aura, comme la courbe primitive, deux boucles, dont l'une est ( $O_{n+1}$ ); l'autre sera une boucle ( $O_2$ ) à deux points saillants et que nous dirons impropre. En poursuivant ainsi, l'on voit que la courbe peut être regardée comme composée de  $n+1$  boucles, dont deux seront propres (ayant un seul point saillant) et les autres impropres. Nous disons que ( $O_1$ ) appartient à  $O_1$ , ( $O_2$ ) à  $O_2$  et ainsi de suite.

Dès lors on n'a pas de peine à démontrer que

Une droite joignant deux points doubles sera une tangente impropre à chacune des boucles appartenant à ces points. (25)

Un point double sera un point saillant de deuxième espèce sur chacune des boucles impropres, sauf dans le cas où le point double est également situé sur une boucle propre, car alors le point sera saillant ou de deuxième espèce ou de première. (26)

Une courbe de quatrième ordre à deux boucles, aura toujours, ni plus ni moins, deux points d'inflexion isolés, situés sur les boucles soit propres, soit impropres et voisines des propres. Aucune boucle, tant propre qu'impropre, ne peut contenir plus d'un seul point d'inflexion isolé, sinon  $n=2$ . (27)

On démontre ce dernier théorème en détachant de la courbe toutes les boucles excepté ( $O_1$ ) et ( $O_2$ ). Si l'on arrondit ensuite le point saillant en  $O_2$ , on obtient une courbe de même type à un seul point double. Alors on combine la boucle ( $O_2$ ) avec la suivante ( $O_3$ ); on arrondit en  $O_1$  et en  $O_3$  etc.; enfin on applique à toutes ces courbes les théorèmes (24) et (26) et l'on en tire le théorème susdit.

Une courbe  $G^4$  à deux boucles et à plusieurs points doubles, n'aura pas d'autres tangentes doubles de la deuxième espèce que la tangente commune aux deux boucles propres et les tangentes doubles ayant leurs points de contact sur deux boucles voisines. A chaque paire de boucles voisines correspond une seule de ces tangentes doubles. (28)

Ce théorème se démontre comme le précédent.

Considérons la courbe formée de deux boucles voisines ( $O_s$ ) et ( $O_{s+1}$ ) et arrondissons les points saillants en  $O_{s-1}$  et  $O_{s+1}$ .

Alors on a une  $G^4$  du même type à un point double, qui aura deux tangentes doubles de la deuxième espèce. Mais si l'on supprime l'arrondissement, l'une de ces tangentes doubles disparaîtra en coïncidant avec la droite  $O_{s-1} O_{s+1}$ ; voir (25). Il n'y a pas d'autres tangentes doubles de la deuxième espèce que celles trouvées de la manière indiquée. C'est ce qui résulte du théorème (20).

Si la courbe a  $n$  points doubles et  $r$  couples d'inflexion, le nombre total des tangentes doubles sera, d'après ce théorème,  $r + n + 1$ , tandis que le nombre d'inflexions sera  $2r + 2$ , d'après (27). La relation (10) est donc aussi justifiée par les nombres de singularités des courbes de ce dernier type.

Quant aux formes des courbes, celles qui ont deux points doubles sont à considérer à part.

On a trois formes différentes suivant que les deux points d'inflexion isolés sont situés ou tous deux sur la boucle impropre, ou bien l'un sur celle-ci, l'autre sur une boucle propre, ou enfin un des deux points d'inflexion isolés sur chacune des boucles propres.

De ces courbes dont les formes ne diffèrent pas beaucoup entre elles, on ne donne que la première en figure 34, page 73, car elle contient le cas le plus intéressant, comme représentant la seule courbe du quatrième ordre qui ait deux points d'inflexion isolés situés sur une même boucle.

Pour tracer les courbes à  $n$  points doubles où  $n > 2$ , on se sert du théorème suivant.

Si l'on a projeté la courbe de manière à ce qu'elle ne s'étende pas à l'infini, ce qui est toujours possible, les points doubles consécutifs formeront un polygone convexe et toute la courbe sera située dans les triangles formés par un côté du polygone et les prolongements des deux côtés voisins.

Voilà donc bien définie la manière de tracer les courbes dont les formes, différentes d'après notre système de classification, sont données figs. 35, 36 et 37, page 74, pour  $n = 4, 5, 3$ .

Nous ajouterons que les courbes à points de rebroussement, voir figure 20, page 54, sont comprises, comme cas limites, dans les formes plus générales.

On voit aussi qu'aucune courbe de quatrième ordre ne peut avoir plus de deux points de rebroussement de deuxième espèce.

Mais elle pourrait avoir un nombre arbitraire de points d'embrassement.



Bidrag

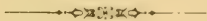
til

de organiske Kvægsølvforbindelsers Kemi.

Af

Einar Biilmann.

D. Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Skrifter, 6. Række naturvidensk. og mathem. Afd. X. 2.



København.

Bianco Lunos Bogtrykkeri.

1904.



# Indhold.

	Side
I. Indledning . . . . .	5 (95).
II. Oversigt over Undersøgelsens Hovedresultater . . . . .	10 (100).
III. Experimental Del . . . . .	17 (107).
1. Akrylsyre . . . . .	17 (107).
2. Krotonsyre . . . . .	23 (113).
3. Kanelsyre . . . . .	26 (116).
4. Maleinsyre . . . . .	27 (117).
5. Fumarsyre . . . . .	32 (122).
6. Itaconsyre . . . . .	35 (125).
7. Citraconsyre . . . . .	40 (130).
8. Mesaconsyre . . . . .	42 (132).
9. Malonsurt Æthyl . . . . .	43 (133).
10. Malonsyre . . . . .	46 (136).
11. Æthylmalonsyre og æthylmalonsurt Æthyl . . . . .	52 (142).
12. Acetone . . . . .	53 (143).
13. Aceteddikeæther . . . . .	55 (145).
14. Acetylacetone . . . . .	57 (147).



## I. Indledning.

---

Undersøgelser af Hofmann og Sand<sup>1)</sup> og af mig selv<sup>2)</sup> have vist, at Stoffer, der indeholde en Æthylenbinding, vise en ejendommelig Evne til at reagere med Merkuridsalte under Addition af et Kvægsølvatom, hvis ene Valens er mættet af en Syrerest, og en elektronegativ Ion, idet Dobbeltbindingen samtidig hæves. Af Olefiner dannes saaledes Forbindelser af Sammensætningen  $\text{HO} \cdot \text{C}_n\text{H}_{2n}\text{HgX}$  (X er en Syrerest). Af Æthylen faas saaledes en Æthanolforbindelse, af Propylen en Propanolforbindelse, af Butylen en Butanolforbindelse. Men tillige dannes de ved Vandfraspaltning heraf afledede Olefinsubstitutionsprodukter, som altsaa have Sammensætningen  $\text{C}_n\text{H}_{2n-1}\text{HgX}$ , og af Æthylen kan endelig faas en Æthylætherforbindelse  $\text{XHgCH}_2 \cdot \text{CH}_2 \cdot \text{O} \cdot \text{CH}_2 \cdot \text{CH}_2 \cdot \text{HgX}$ . Allylalkohol reagerer paa samme Maade og danner tre Rækker af Forbindelser: Propylenglycolforbindelser  $\text{C}_3\text{H}_5(\text{OH})_2\text{HgX}$ , Allyloxydforbindelser  $\text{C}_3\text{H}_5\text{OHgX}$  og Allenforbindelser  $\text{C}_3\text{H}_3\text{HgX}$ .

Med Hensyn til Forbindelsernes Dannelsesmaade antage Hofmann og Sand, at det reagerende Kvægsølvsalt  $\text{HgX}_2$  er dissocieret til  $\text{X}-$  og  $-\text{HgX}$ , og disse to skulle da adderes til de to Kulstofatomer, der ved Dobbeltbinding ere bundne til hinanden, idet Æthylenbindingen samtidig hæves. Af Æthylen dannes altsaa herefter eksempelvis primært Forbindelsen  $\text{X} \cdot \text{CH}_2 \cdot \text{CH}_2 \cdot \text{HgX}$ . Denne faas imidlertid ikke isoleret som saadan, men undergaar forskellige Omdannelser, idet det til Kulstof bundne X enten ved Hydrolyse ombyttes med Hydroxyl, hvorved dannes en Æthanolforbindelse  $\text{HO} \cdot \text{CH}_2 \cdot \text{CH}_2 \cdot \text{HgX}$ , eller idet denne Forbindelse reagerer med det primære Reaktionsprodukt under Dannelse af en Æthylætherforbindelse  $\text{XHg} \cdot \text{CH}_2 \cdot \text{CH}_2 \cdot \text{O} \cdot \text{CH}_2 \cdot \text{CH}_2 \cdot \text{HgH}$ , eller endelig idet der fraspaltes Syre,  $\text{XH}$ , fra ét Molekule primært Reaktionsprodukt under Dannelse af en Æthenforbindelse. Paa samme Maade bliver det da naturligt at antage, at Propylenglycol-, Allyloxyd- og Allenforbindelserne opstaa, men med Hensyn til de to sidste synes Hofmann og Sand i deres sidste Afhandling at ville antage, at deres Molekule er et Multiplum af den simple

---

<sup>1)</sup> Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft **33**, 1340, 1353, 1358, 2698.

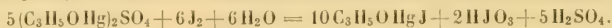
<sup>2)</sup> ibid. 1641.



Formel, uden at de dog anføre nogen Støtte for denne Antagelse. I deres tidligere Afhandling beskrev de derimod Forbindelserne som Allylalkohol- og Allenforbindelser  $C_3H_4OH.HgX$  og  $C_3H_3HgX$ , altsaa som Stoffer, der indeholde én, resp. to Dobbelbindinger, og heri ligger Hovedforskellen paa Hofmann og Sand's og min Opfattelse af disse Forbindelser.

Angaaende deres Dannelse har jeg i den citerede Afhandling fremsat den Anskuelse, at denne skyldes en Addition af delvis hydrolyseret Kvægsølvsalt  $HO.HgX$  til de umættede Forbindelser, fordi det forekom og forekommer mig naturligst at antage, at den Hydrolyse, der paa et eller andet Sted af Forbindelsernes Dannelsesproces i hvert Fald maa finde Sted, sker allerede med selve Opløsningen af det reagerende Merkuridsalt. Vist er det i hvert Fald, at Forbindelsernes Dannelse ikke kræver Tilstedeværelsen af nogen Syreres, idet, som jeg har vist, selve Kvægsolvtveittet ved Rystning med Allylalkohol og Vand gaar i Opløsning under Dannelse af Allyloxydmerkuridbasen. Imidlertid bliver det et Spørgsmaal af underordnet Betydning, om man vil slutte sig til den ene eller den anden af disse Anskuelser, da begge kunne føre til Dannelsen af de Stoffer, der virkelig opstaa.

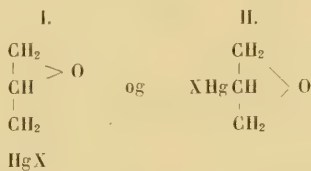
Hvad derimod Hofmann og Sand's Hævdelse af, at Forbindelsen  $C_3H_5OHgX$  indeholder en Dobbelbinding, angaar, da kan jeg ikke undlade at fremhæve det uholdbare i denne Paastand. Thi naar de nævnte Forskere støtte den derpaa, at Forbindelsen iltes af manganoversurt Kali, da drage de naturligvis en altfor vidtrækkende Slutning af denne Reaktion; og naar de dernæst, formodentlig som Støtte for den samme Antagelse, angive, at Forbindelsen affarver svage Opløsninger af Jod og Jodkalium, da turde Opfattelsen af den derved stedfindende Reaktion bero paa en Misforstaaelse. Jeg har i min citerede Afhandling (Side 1653) meddelt, at Allyloxydmerkuridbromid ikke affarver Bromvand, eller i hvert Fald kun yderst langsomt paavirkes deraf, medens Allylmerkuridbromid  $CH_2:CH.CH_2.HgBr$ , dannet af Allylmerkuridjodid, øjeblikkelig sonderdetes fuldstændig af Bromvand. Ligeledes har jeg sammesteds meddelt, at en Opløsning af Allyloxydmerkuridsulfat affarver Bromvand, men at Processen her er den, at der udskilles Allyloxydmerkuridbromid, medens Filtratet fra dette indeholder Bromundersyring (eller Bromsyre), saa at det af en Jodkaliumopløsning udskiller frit Jod. Nu har jeg i Anledning af Hofmann og Sand's Angivelse prøvet at lade en frisk tilberedt Opløsning af Jod i Alkohol indvirke paa en vandig Opløsning af Allyloxydmerkuridsulfat. Det viste sig, at Jodet affarvedes, og der udskiltes et hvidt, fyldigt Bundfald. Dette filtreredes fra, og til Filtratet, som var farveløst, blev der sat Jodkalium. Herved udskiltes frit Jod. Det først udskilte Bundfald har da været Allyloxydmerkuridjodid, der er dannet sammen med Jodsyre efter Reaktionsligningen



At Omsætningen med Brom og med Jod sker paa den her beskrevne Maade, hidrører naturligvis fra, at Allyloxydmerkuridbromid og Allyloxydmerkuridjodid ere uopløselige.

At Jodsyren ved det ovenfor beskrevne Forsøg med Allyloxydmerkuridsulfat forbliver i Op-  
løsning, skønt der anvendtes Overskud af Kvægsolvforbindelsen, hidrører fra, at det jodsure  
Salt af denne er opløseligt; en Opløsning af Allyloxydmerkuridsulfat giver derfor heller  
ikke Bundfald med jodsur Kali.

Idet det saaledes maa anses for givet, at Allyloxydmerkuridforbindelserne ikke inde-  
holde nogen Dobbeltbinding, kunne de, hvis deres empiriske Formel er  $C_3H_5OHgX$  (og  
ikke et Multiplum heraf, hvorfor intet experimentelt er fremført af Hofmann og Sand),  
ikke opfattes som Allylalkoholsstitutionsprodukter. Det eneste naturlige er at betragte  
deres Forhold til Propylenglycolforbindelserne  $C_3H_5(OH)_2HgX$  som analogt med Ethylæther-  
forbindelsernes Forhold til Æthanolforbindelserne, d. v. s. som Anhydrider af Propylenglycol-  
forbindelserne, afledede af disse ved Fraspaltning af Vand fra Hydroxylgrupperne. Idet  
Propylenglycolforbindelserne enten kunne have Kvægsolvatomet ved et endestillet Kulstof-  
atom eller ved det midterste, kommer man for Allyloxydforbindelserne til Formlerne



Imellem disse Formler er det altsaa, at der skal vælges, og jeg har i min ovenfor  
citerede Afhandling ment at maatte afgøre Valget til Fordel for Formel II, idet Formel I  
indeholder et usymmetrisk Kulstofatom, medens et Spaltningsforsøg med Højrevinsyre ikke  
førte til Dannelsen af optisk virksomme Produkter. Hvor stor eller hvor ringe Værdi man  
end vil tillægge et saadant Spaltningsforsøg, saa staar det dog endnu som det eneste ex-  
perimentelle Holdepunkt for en Diskussion af Stillingsspørgsmaalet for Kvægsolvatomets  
Vedkommende, og jeg mener derfor, at det er rettest at opfatte Allyloxydforbindelserne som  
Substitutionsprodukter af det symmetriske Propylenoxyd, indtil experimentelle Kendsgerninger  
gøre denne Opfattelse uholdbar. Iøvrigt har Hofmann og Sand stillet en Undersøgelse  
af Konstitutionsspørgsmaalet i Udsigt. Jeg har derfor hidtil afholdt mig fra at tage mig  
nærmere af denne Side af Sagen; hvor jeg i det følgende har haft med Kvægsolvforbindelser  
at gøre, hvis Dannelse er analog med Allylalkoholens, ere disses Formler antagne i saa  
nær Analogi som muligt med de her foretrukne. Om det foreløbig vil blive muligt at  
komme til at udtale sig bestemt om Stillingsspørgsmaalet, er maaske tvivlsomt, da Kvægs-  
solvatomet og Hydroxylgruppen ved alle Reaktionen synes at fraspaltes samtidig.

De i det følgende beskrevne Undersøgelser ere en Fortsættelse af de Studier over  
organiske Merkuridforbindelser, hvoraf den første Del findes meddelt i min Afhandling i

Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft, Bd. 33, Side 1641. Offentliggørelsen af denne Afhandling, saavel som af en lidt senere Meddelelse om Indvirkningen af Allylalkohol paa Kaliumplatoklorid (samme Sted, Side 2196), fremkaldtes af Hofmann og Sand's Arbejder paa samme Omraade, som forhindrede mig i at udgive den første Del af mit Arbejde og den her foreliggende Undersøgelse samlet.

Medens de tidligere Undersøgelser over Indvirkningen af Merkuridsalte paa Stoffer med Æthylenbinding kun har omfattet nogle Olefiner og en enkelt Alkohol, nemlig Allylalkohol, omfatter denne Undersøgelse en Række umættede Syrer, nemlig Akrylsyre, Krotonsyre, Kanelisyre, Maleinsyre, Fumarsyre, Itaconsyre, Citraconsyre og Mesaconsyre, af hvilke dog kun Akrylsyre, Krotonsyre, Maleinsyre, Itaconsyre og Citraconsyre viste Evnen til med Merkuridsalte at danne Forbindelser, hvori Kvægsølvet er bundet til Kulstof. Endvidere har jeg undersøgt Indvirkningen af Merkuridsalte paa malon-surt Æthyl og paa fri Malonsyre, som begge reagerede under Dannelse af Forbindelser med kulstofbundet Kvægsolv, medens Æthylmalonsyre og æthylmalonsurt Æthyl gave negative Resultater. Endelig omfatter Undersøgelsen ogsaa nogle Merkuridforbindelser af Acetone, Aceteddikeæther og Acetylacetone; for det sidste Stofs Vedkommende lykkedes det dog ikke at komme til noget Resultat med Hensyn til Forbindelsernes Formel.

Som Kvægsølsalt har jeg ved Undersøgelsen fortrinsvis anvendt Merkuridsulfat, og dette er sket af rent praktiske Grunde. Valget maatte saa vidt muligt falde paa et Kvægsølsalt af en uorganisk Syre, fordi Tilstedeværelsen af en organisk Syre ved Siden af det organiske Stof, hvis Merkuridforbindelse Undersøgelsen gik ud paa, altid maatte fremkalde en vis Usikkerhed ved Analysernes Udtydning, idet det ofte kan blive ret vanskeligt at afgøre, hvor stor en Del af det ved Forbrændingen fundne Kulstof der da skyldes enhver af de to tilstedeværende organiske Forbindelser; at Valget da netop faldt paa Merkuridsulfat skyldes ogsaa praktiske Hensyn, idet Merkuridklorid reagerer langt vanskeligere end Merkuridsulfat og Merkuridnitrat, og idet Merkuridnitrat saa let virker iltende paa organiske Stoffer og ogsaa vilde hindre Anvendelsen af Alkohol som Fældningsmiddel og ofte ogsaa ved Udvaskninger.

Merkuridsulfatet er, naar andet ikke angives, benyttet som en Opløsning af 10 Gram Kvægsølvtveite i 40 Ccm. Vand og 10 Ccm. koncentreret Svovlsyre. Denne Opløsning, hvoraf den anførte Mængde fylder omtrent 50 Ccm., kaldes i det følgende ofte for Kortheds Skyld «Merkuridsulfatopløsningen».

Ved nogle Reaktionen har jeg dog ogsaa benyttet Merkuridacetat som Kvægsølsalt.

Endelig skal jeg med Hensyn til Forbindelsernes kvantitative Undersøgelse gøre et Par Bemærkninger:

Kvægsølvet lod sig i alle Tilfælde bestemme som Kvægsølsulfid ved Fældning af en saltsur Opløsning med Svovlbrinte.

Forbrændingen udførtes i Iltstrøm, idet Rørets Fyldning var Kobberilte samt et kort Lag Blykromat til Optagelse af Svovlsyre og Klor. Kvægsølvet søgte jeg ved Forbrændingerne at holde tilbage ved en Solvrulle; dog ere Brintbestemmelserne ikke helt sikre, idet der trods alt gaar lidt Kvægsolv over i Siderøret paa Klorcalciumrøret. Stundom ere de dog lidt for lave, naar jeg af Frygt for den nys nævnte Ulempe har haft Forbrændingsrørets forreste Ende for svagt opvarmet. Dog ere Brintbestemmelserne i det hele og store taalelig gode, men have for Resten kun ringe Betydning, da Mængden af Brint i disse kvægsolvholdige Forbindelser naturligvis er meget ringe. Paa Kulstofbestemmelsernes Paalidelighed faar Tilstedeværelsen af Kvægsolv ingen Indflydelse.

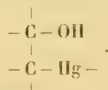
Foruden de almindelige analytiske Metoder har jeg anvendt en Titrering, der vistnok kan faa Betydning ogsaa ved Undersøgelsen af andre Kvægsolvforbindelser af organiske Stoffer, end de her foreliggende. Den beror paa, at mange saadanne Forbindelser ved Behandling med Overskud af en Jodkaliumopløsning spaltes, idet der dannes Jodkvægsolv, som opløses i Jodkaliumet. Da der ikke træder Kalium ind i Stedet for det fraspaltede Kvægsolv, men derimod dannes Kaliumhydroxyd, er det indlysende, at der opstaar en Alkalitet, som lader sig bestemme ved Titrering med en Syre. For hvert Æquivalent Kvægsolv, der fraspaltes fra Kulstof, dannes saaledes ét Æquivalent Alkali. Exempler paa Methodens Anvendelse findes omtalte under de fleste af de her undersøgte Stoffer; stundom viser det sig, at Spaltningen er fuldstændig og foregaar momentant, medens den ved andre Stoffer forløber langsomt og da ofte ikke naar at blive fuldstændig. Titreringerne give derfor ikke blot i nogle Tilfælde en virkelig kvantitativ Bestemmelse, der kan benyttes ved Siden af andre som Støtte for de af disse udledede Formler, men de kunne ogsaa tjene til at blive et Udtryk for de paagældende Forbindelsers Bestandighed overfor et Stof, der paa Grund af sin Affinitet til Kvægsølvet har Tilhøjelighed til at fraspalte dette. Som Syre har jeg ved Titreringen benyttet en omtrent  $1/20$ -normal Svovlsyre, som Indikator Fenoltalein.

## II. Oversigt over Undersøgelsens Hovedresultater.

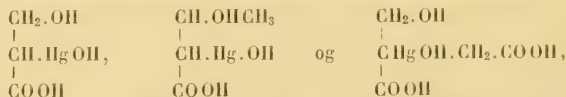
I det foregaaende har jeg søgt at vise det foreliggende Arbejdes Tilknytning til tidligere Undersøgelser paa samme Omraade. Inden jeg gaar over til Beskrivelsen af Forsøgene, skal jeg kort sammenstille Hovedresultaterne af Arbejdet, hvorved formentlig Løsningen af den experimentelle Del og Forstaaelsen af Hensigten med de der meddelte Forsøg vil lettes; med Hensyn til alle Enkeltheder maa jeg derimod henviser til det følgende Afsnit.

De undersøgte Stoffer faldt i to Grupper, nemlig: saadanne, som ere dannede ved en Additionsproces af Forbindelser med Æthylenbinding, og saadanne, som ere afledede af Stoffer med letbevægelige Brintatomer ved Substitution af disse med Kvægsolv.

Til de første høre de af Akrylsyre, Krotonsyre, Itaconsyre, Maleinsyre og Citraconsyre dannede Kvægsolvforbindelser. De maa alle tænkes dannede ved Addition af  $\text{HO}$  og  $\text{HgX}$  ( $\text{X}$  er en Syrerest) til de to med Æthylenbinding forbundne Kulstofatomer, idet den ene af de to Bindinger samtidig er ophævet, saa at Forbindelserne komme til at indeholde Gruppen

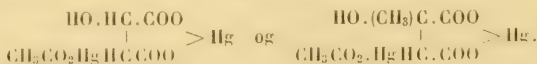


Af Akrylsyre, Krotonsyre og Itaconsyre, der, som det let ses, ere ganske analogt byggede, har jeg saaledes fremstillet Forbindelser, der afledes af Baserne



idet de ere «indre Salte», Sulfater eller, for Itaconsyrens Vedkommende, samtidig dette og et Merkuridsalt heraf.

Ganske analoge Forbindelser er det lykkedes mig at fremstille af Maleinsyre og Citraconsyre, idet disse Syrer med Merkuridacetat danne Kvægsolvforbindelser af Sammensætningen





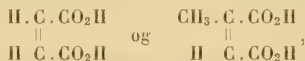
Om alle disse Forbindelser gælder det, at Kvægsølv i dem lettere lader sig fraspalte, end i tilsvarende Forbindelser af Æthylenkulbrinte og Allylalkohol. Dette viser sig tydeligt i Forholdet overfor Svovlbrinte og Svovlammonium, hvormed disse danne ret bestandige Sulfider eller Sulfhydrater, medens hine øjeblikkelig spaltes deraf under Udskillelse af Svovlkvægsølv. Den samme Forskel i Bestandigheden genfindes i Forholdet overfor Jodkalium. Heraf angribes Allyloxydmerkuriidforbindelserne næsten ikke; selv ved Kogning af Allyloxydmerkuriidsulfat med stort Overskud af en stærk Jodkaliumopløsning opnaaede jeg ikke en Alkalitet af nævneværdig kvantitativ Værdi, medens de umættede Syrers Merkuridforbindelser mere eller mindre fuldstændig sonderdeles ved denne Behandling. Ja selv Æthanolmerkuriidforbindelserne, der ellers kunne være ret ubestandige, spaltes kun i ringe Grad af Jodkalium, saalænge Væsken holdes alkalisk.

Den ringere Stabilitet, som de umættede Syrers Merkuridforbindelser udvise, finder sin naturlige Forklaring i Tilstedeværelsen af Karboxylgrupper; thi med disse forøges den elektronegative Karakter af det med Kvægsølv forbundne organiske Radikal og dermed ogsaa dettes og Kvægsølvatomets Evne til at reagere ved almindelige Dobbeltdekompositioner. Forholdet er her et lignende som mellem Brombenzol og Bromæthyl, af hvilke det første som bekendt ikke reagerer med Solvnitrat, medens det sidste paa Grund af Bromets og Æthylgruppens forskellige Karakter omsætter sig dermed.

Hvis den Antagelse er rigtig, at den ringere Bestandighed skyldes Tilstedeværelsen af Karboxylgrupper, da maa det ventes, at der kan mærkes en Forskel paa Stabiliteten af Merkuridforbindelserne af énbasiske Syrer og af tobasiske Syrer eller paa den Lethed, hvormed de dannes. I begge Henseender finder Antagelsen Støtte i Forsøgsresultaterne. Thi medens Akrylsyrens, Krotonsyrens og Itaconsyrens Merkuridforbindelser kun delvis sonderdeles af Jodkalium, spaltes Maleinsyrens Merkuridforbindelse fuldstændig saavel ved kortere Tids Opvarmning med Jodkaliumopløsning som ved længere Tids Henstand dermed ved almindelig Temperatur. Ogsaa i Dannelseslideligheden har jeg kunnet paaavise en lignende Forskel, idet akrylsurt og krotonsurt Kvægsølvforilte ved Opvarmning med Vand spaltes til metallisk Kvægsølv og Merkuridforbindelser af Akrylsyre og Krotonsyre, medens Maleinsyrens Merkursalt ikke sonderdeles ved Kogning med Vand.

Naar nu Karboxylgruppernes blotte Tilstedeværelse kan udøve en saadan Indflydelse, da er det en Selvfølge, at ogsaa deres Stilling i Molekulet maa kunne faa Betydning.

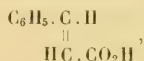
I denne Henseende vise Æthylendikarbonylerne et interessant Forhold, idet det vil blive vist, at medens Maleinsyre og Citraconsyre, som begge indeholde Karboxylgrupperne i cis-Stilling efter Formlerne



begge reagere under Addition af HO og HgX og Ophævelse af Dobbeltbindingen, danne de

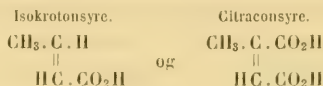
tilsvarende trans-Former, nemlig Fumarsyre og Mesaconsyre ikke Kvægsølvforbindelser med Kvægsølvet bundet til Kulstof, men give derimod i en endog meget stærkt svovlsur Væske med Merkuridsulfat yderst tungtopløselige, normale Merkuridsalte. Med Overskud af Fumarsyre udfældes Kvægsølvet næsten kvantitativt. Den Forskel, der her ytrer sig, stemmer fuldstændig overens med, at Tilstedeværelsen af Karboxylgrupper maa antages at gøre Forbindelserne mindre bestandige; men desuden viser den, at — med en noget haandgribelig Udtryksmaade — den ene Side af Molekulet skal være fri for Karboxylgrupper, for at Æthylenbindingen skal ophæves under Addition af  $\text{HO}$  og  $\text{HgX}$ .

Er denne Slutning rigtig, da maa ogsaa to andre elektronegative Grupper, end just to Karboxylgrupper, kunne fremkalde den samme Virkning, naar de staa i trans-Stilling til hinanden. Ogsaa paa dette Punkt stemmer Theori og Erfaring, idet den almindelige Kanel-syre, hvis Konstitution jo af de fleste antages at være



ikke var i Stand til at danne nogen Kvægsølvforbindelse trods stærkt varierede Forsøgsbetingelser.

Det skal fremhæves, at det, der har Betydning, er, om to elektronegative Grupper ere cis- eller trans-stillede, ikke derimod om Molekulet ganske i Almindelighed er maleinoidt eller fumaroidt. Det maa altsaa ventes, at Isokrotonsyrer, hvis den, som det jo almindelig antages, er fumaroid, maa reagere paa samme Maade som den krystalliserede Krotonsyre, der da skal være den maleinoide Form. Jeg har desværre ikke haft Lejlighed til at give mine Antagelser den interessante Bekræftelse, som jeg haaber at kunne hente fra eventuelle Forsøg med Isokrotonsyre; men de ere paa den anden Side egentlig ganske overflødige, idet en Sammenligning mellem Formlerne for Isokrotonsyre og Citraconsyre



viser, at de to Syrer ere ganske analogt byggede.

Additionen af  $\text{HO}$  og  $\text{HgX}$  i den her omtalte Gruppe Kvægsølvforbindelser maa naturligvis antages at ske paa Bekostning af Æthylenbindingen, saa at de to Grupper blive bundne hver til sit Kulstofatom; men alligevel synes de i det færdigdannede Molekule saa at sige at staa i Rapport til hinanden, idet de ved Sonderdelingen fraspaltes samtidig under Gendannelse af den umættede Forbindelse, man er gaaet ud fra. Dette Forhold, der er kendt fra Æthylenkulbrinterne og Allylalkoholens Kvægsølvforbindelser, og som lægger saa store Hindringer i Vejen for en afgørende Undersøgelse af Konstitutionen, har jeg i det

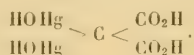
følgende særlig paavist under Akrylsyre og Maleinsyre. Jeg skal her kun gøre opmærksom paa, at Maleinsyrens Kvægsolvforbindelse ved Sonderdeling f. Ex. med Jodkalium gendanner Maleinsyren, hvilket ganske stemmer overens med det Resultat, en Figurbetragtning fører til.

Endelig skal jeg nævne, at det Forhold, at af Forbindelserne  $X \cdot CH:CH \cdot Y$  ( $X$  og  $Y$  ere to ens eller forskellige elektronegative Radikaler) kun cis-Formerne reagere med Merkuridsalte, maaske kan forklares ved, at de to elektronegative Grupper i disse frastøde hinanden og saaledes lette Opløsningen af Æthylenbindingen, medens noget saadant ikke gør sig gældende ved trans-Formerne, saa at de elektronegative Grupper, som just ere bundne til de to Kulstofatomer, hvortil Additionen skal finde Sted, her kunne udøve deres hæmmende Virkning med fuld Kraft. Jeg skal dog ikke anføre denne saa ofte anvendte Forklaring uden samtidig at fremhæve, at Fumarsyre og Maleinsyre dog ved en Reaktion, der i sit Væsen synes mig at svare til Additionen af  $HO$  og  $HgX$ , opføre sig ganske ens, idet nemlig begges Æthylæthere med Natriumæthylat give alkylerede Oxyravsyræthere.

Medens de i det foregaaende omtalte Forbindelser ere dannede af umættede Syrer ved Additionsprocesser, synes de af Malonsyrætheren og Malonsyren fremstillede Forbindelser at være dannede ved Substitutionsprocesser eller rettere sagt ved almindelige Dobbeltdekompositioner.

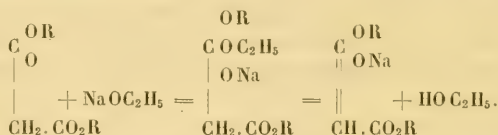
Den store Bevægelighed hos Malonsyrætherens Methylenbrintatomer er kendt fra talrige Reaktioner; men just af denne Bevægelighed, som muliggør den Dobbeltdekomposition, hvorved Acetatet af Dikvægsolvmalonsyrætheren  $(CH_3CO_2)_2Hg \cdot C(CO_2C_2H_5)_2$  dannes, maa det ventes, at denne sidste Forbindelse er mindre bestandig, end de i det foregaaende omtalte Stoffer. Og Forsøgene bekræfte dette. Thi ikke blot spaltes Malonsyrætherens Kvægsolvforbindelse fuldstændig og momentant af Jodkalium; men ogsaa ved Indvirkning af Klornatriumopløsning, der hverken i Kulden eller i Varmen mægter at sonderdele Stofferne af den foregaaende Gruppe, sonderdeles Malonsyrætherens Kvægsolvforbindelse under Frigørelse af Alkali.

De samme Forhold genfindes hos den fri Malonsyres Kvægsolvforbindelser. Disses lette Dannelse viser, at vi hos den fri Malonsyre har en lignende Bevægelighed hos Brintatomerne, som hos Malonsyrætheren. En af de fremstillede Forbindelser er da ogsaa ganske analog med Malonsyrætherens, idet den er det indre Salt af et Molekule med Formlen

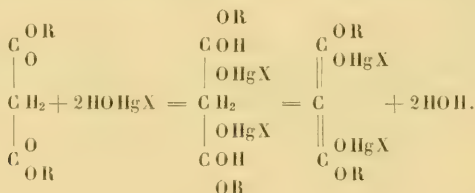


De andre ere Forbindelser heraf med en Monokvægsølvmalonsyre,  $\text{HgC}(\text{CO}_2\text{H})_2$ , der ikke er isoleret for sig.

Det simpleste og overskueligste er at opfatte disse Forbindelsers Dannelsesprocesser som Dobbeltdekompositioner, ved hvilke Methylenbrintatomerne reagere som basiske Brintatomer; man kommer da til de nylig anførte Formler. En hel anden Konstitution maa man derimod give dem, hvis man vil slutte sig til Nef's <sup>1)</sup> Forklaring af Malonsyrens Reaktionen. Især paa Grund af, at Malonsyreætheren ikke som Aceteddikeætheren opløses i Natronlud, at den i fuldstændig alkoholfri Tilstand ikke reagerer med Natrium, og at den ikke er Elektrolyt, mener Nef, trods Indsigelser fra forskellige Sider, at man maa opfatte Natriummalonsyreætherens Dannelse som en Addition af Natriumæthylat og paafølgende Fraspaltning af Alkohol efter Skemaet



Paa analog Maade skulde Dinatriumforbindelsen dannes, og Natriumforbindelserne faa altsaa efter Nef en anden Bygning, end selve Malonsyreætheren. Vilde man tænke sig Dikvægsølvmalonsyreætherens Salte dannede paa analog Maade ved Addition af  $\text{XHgOH}$  (svarende til  $\text{NaOC}_2\text{H}_5$ ) og paafølgende Fraspaltning af Vand, da kom man til Reaktionsligningen



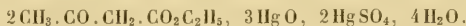
Paa lignende Maade skulde da ogsaa den fri Malonsyres Kvægsølvforbindelser tænkes dannede. Man vilde altsaa paa denne Maade komme til Forbindelser med Æthylenbindinger, og det fortjener derfor i denne Sammenhæng at fremhæves, at, som anført, Malonsyrens Kvægsølvforbindelser iltes meget let i alkalisk Opløsning af manganoversurt Kali, medens en alkalisk Opløsning af selve Malonsyren ikke angribes deraf. Det ses endvidere, at Formler i Overensstemmelse med Nef's lade Kvægsølvet være bundet ikke til Kulstof, men til Ht, hvorved Malonsyrens og Malonsyreætherens Kvægsølvforbindelsers ringere Bestandig-

<sup>1)</sup> Liebigs Annaler **266**, 52; **270**, 334.

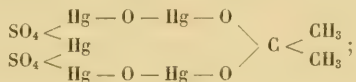
hed ogsaa kan forklares. Det ses altsaa, at der i og for sig ikke var noget i Vejen for at indordne de her beskrevne Forbindelser under Nef's Betragtningssmaade, hvis man ogsaa mener at kunne anlægge denne ved Malonsyreætherens andre Reaktioner.

Naar endelig Æthylmalonsyren og dennes Æthylæther ikke omsætter sig med Merkuridsalte, da er det værd at lægge Mærke til, at der her viser sig en Analogi med, at Æthylmalonsyreætherens Omdannelse til Diæthylmalonsyreæther foregaar vanskeligere end dens Dannelse af Malonsyreæther, hvilket er paavist af Nef<sup>1)</sup>.

De Forsøg jeg har anstillet med Acetone og Aceteddikeæther have ført til Merkuridforbindelser, der synes at være af en anden Art, end de to foregaaende Grupper. Af Acetone har jeg foruden den af Denigés og af Oppenheimer undersøgte Forbindelse  $2\text{HgSO}_4$ ,  $3\text{HgO}$ ,  $\text{CO}(\text{CH}_3)_2$  fremstillet en ny af Sammensætningen  $5\text{HgSO}_4$ ,  $5\text{HgO}$ ,  $3\text{CO}(\text{CH}_3)_2$ , saa at det ses, at Acetone kan danne mere end den første Forbindelse, om hvis Sammensætning der har været nogen Tvivl. Af Aceteddikeæther og Merkuridsulfat dannedes en med de to Acetoneforbindelser aabenbart ganske analog Forbindelse



Uden Tvivl er det ved Dannelsen af disse Forbindelser Karbonyliten, der reagerer. Denigés<sup>2)</sup> giver da ogsaa Acetoneforbindelsen  $2\text{HgSO}_4$ ,  $3\text{HgO}$ ,  $\text{CO}(\text{CH}_3)_2$  Konstitutionsformlen



for Acetoneforbindelsen  $3\text{HgSO}_4$ ,  $5\text{HgO}$ ,  $3\text{CO}(\text{CH}_3)_2$ , som jeg har fremstillet, lader en lignende Konstitutionsformel sig jo let opskrive. Særlig Interesse knytter der sig til Aceteddikeætherens Merkuridsulfatforbindelse, som ved sin Sammensætning  $2\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_3$ ,  $3\text{HgO}$ ,  $2\text{HgSO}_4$ , som anført, synes at vise en nær Sammenhæng med Acetonens Merkuridsulfatforbindelser. Aceteddikeætheren synes i denne Forbindelse at have reageret som Keton, medens den i den af K. A. Hofmann<sup>3)</sup> ved Indvirkning af Aceteddikeæther paa en svag Merkuridnitratopløsning dannede Forbindelse  $\text{CH}_3\text{COCH}_2\cdot\text{CO}_2\text{C}_2\text{H}_5$  aabenbart har reageret med de to Methylenbrintatomer. Endelig han maaske den af Lippmann<sup>4)</sup> ved

<sup>1)</sup> Liebigs Annaler **298**, 265.

<sup>2)</sup> Comptes rendus **126**, 1868.

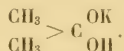
<sup>3)</sup> Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft **31**, 2215.

<sup>4)</sup> Zeitschrift für Chemie **1869**, 29.



Indvirkning af Merkuridklorid paa Natriumaceteddikeæther dannede Forbindelse af 1 Kvægsølvatom og to Aceteddikeæthermolekuler opfattes som Kvægsølvsaltet af den enoliserede Aceteddikeæther, altsaa  $(\text{CH}_3.\text{CO} = \text{CH}.\text{CO}_2\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{Hg}$ . I Sammensætning er den analog med Kobberaceteddikeætheren.

Om nogen Substitutionsproces er der næppe Tale ved Dannelsen af Kvægsølvforbindelserne af Acetone og den tilsvarende Kvægsølvforbindelse af Aceteddikeæther; en Additionsproces under Dannelse af Forbindelser svarende til den ovenfor anførte af Denigés opstillede Formeltype synes fuldt ud at forklare saavel disse Forbindelsers Dannelse, som den af Kutscherow paaviste Dannelse af Forbindelsen  $2(\text{CH}_3)_2\text{CO}$ ,  $3\text{HgO}$  ved Indvirkning af Kvægsølvveille paa Acetone. Den af Vaubel<sup>1)</sup> fremstillede Forbindelse  $(\text{CH}_3)_2\text{CO}$ ,  $\text{KOH}$  vil da kunne opfattes som



Iøvrigt viser jo Acetone en udpræget Evne til at forene sig med forskellige Salte til Forbindelser af højst forskellig Bestandighed.

Det fortjener at fremhæves, at Evnen til at gaa i Forbindelse med Kulstof er en ganske speciel Merkuridfunktion, ikke en Egenskab ved Kvægsølvet ganske i Almindelighed. Særlig tydelig viser dette sig ved Indvirkningen af Allylalkohol paa Merkuronitrat, der heraf, som jeg har fundet, øjeblikkelig spaltes til Kvægsølv og en organisk Merkuridforbindelse, nemlig Allyloxymerkuridnitrat. Paa samme Maade spaltes baade Merkuroakrylat og Merkurokrotonat, som vist i den experimentelle Del, til metallisk Kvægsølv og Merkuridforbindelser af Akrylsyre og Krotonsyre. Merkuroforbindelser af Kulstof synes derimod ikke at existere; Buckton<sup>2)</sup> har nemlig vist, at man ved Indvirkning af Merkuroklorid paa Zinkæthyl faar dannet Klorzink og ikke Merkuroæthyl, men derimod Merkuridæthyl og metallisk Kvægsølv. Paa ganske tilsvarende Maade reagere jo iøvrigt Tinforklor og Klorbly med Zinkæthyl, idet der hermed som bekendt dannes Tintetraæthyl og Blytetraæthyl under samtidig Udskillelse af Metal.

I Sammenhæng hermed er det ogsaa af Interesse at erindre, at Kvægsølvets ejendommelige Evne til at erstatte Brinten i Ammoniak ligeledes er en speciel Merkuridfunktion, og at Merkurosaltene Reaktion med Ammoniak meget ligner deres Omsætning med Allylalkohol.

<sup>1)</sup> Journal für praktische Chemie N. F. **43**, 599.

<sup>2)</sup> Liebigs Annalen **109**, 218.

### III. Experimentel Del.

#### 1. Akrylsyre.

I en Afhandling i Journal für practische Chemie N. F. 61 har jeg Side 223 fremsat følgende Angivelse:

«Mercuriakrylat habe ich aus gefälltem Quecksilberoxyd und ca. 4-procent. Akrylsäure durch Fällung mit Alkohol dargestellt. Es ist ein weisses Pulver und enthält 69,04 % Hg, während HgO, Hg(C<sub>2</sub>H<sub>3</sub>O<sub>2</sub>)<sub>2</sub> 71,7 % Hg erfordert».

Paa den Tid, da jeg udførte det paagældende Arbejde over Akrylsyre, hvori den anførte Bemærkning findes, kendtes Allylalkoholens Kvægsølvforbindelser ikke, og det var derfor naturligt, at jeg opfattede den paagældende Forbindelse som et anhydrobasisk Merkuridakrylat. Jeg har nu undersøgt Forbindelsen saavel kvantitativt som kvalitativt og er derved kommen til det interessante Resultat, at der foreligger en til Propylenglycolforbindelserne svarende Kvægsølvforbindelse af Akrylsyre, hvorfor Præparatets Fremstilling skal beskrives nærmere end i sin Tid gjort:

2,15 Gram frisk fædlet Kvægsølvteelte overhældtes med en Opløsning af 2 Gram ren, vandfri Akrylsyre i 50 Cem. Vand. Efter nogen Tids Henstand i Kulden under Omrøring opvarmedes Blandingen paa Traadnet, og ved kort Tids Kogning gik det meste af Kvægsølvteeltet i Opløsning; Opløsningen filtreredes varm, og det viste sig da, at Filtratet blev ganske svagt uklart ved Afkøling, men atter klart ved Opvarmning. Den kolde Opløsning fældedes ved Tilsætning af 2 Rumfang absolut Alkohol. Der udskiltes derved et hvidt Bundfald, som frafiltreredes og vaskedes godt med 96 %-holdig Alkohol og derpaa med Æther. Udbyttet af lufttørt Præparat var ca. 2 Gram. Efter Tørring over Klorkalcium til konstant Vægt foretoges Kvægsølvbestemmelsen i Præparatet. Jeg har nu ogsaa gjort en Forbrænding deraf. Den nedenfor anførte Analyse viser, at Forbindelsen er et indre Salt af en Kvægsølvakrylsyre og altsaa har Konstitutionen



idet dog Spørgsmaalet, om Hg og OH ere i henholdsvis  $\alpha$ - og  $\beta$ -Stilling eller omvendt, ikke er bestemt.

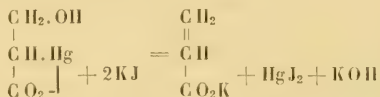
Analysen gav følgende Resultater:

0,7192 Gram Substans gav 0,5760 Gram HgS, det er 69,04 % Hg,  
 0,3274 Gram Substans gav 0,1481 Gram CO<sub>2</sub> og 0,0618 Gram H<sub>2</sub>O,  
 det er 12,33 % C og 2,09 % H.

C <sub>3</sub> H <sub>4</sub> HgO <sub>3</sub>	Beregnet:	Fundet:
C <sub>3</sub> 36	12,49	12,33
H <sub>4</sub> 4	1,39	2,09
Hg 200,3	69,48	69,04
O <sub>3</sub> 48	16,64	
288,3	100,00	

I Vand opløses Forbindelsen kun i ringe Grad, lettere i varmt end i koldt. Derimod opløses den let i Syrer, selv i Eddikesyre og i Akrylsyre; ligeledes opløses den let i Natronlud og Ammoniakvand, samt i Natriumkarbonat- og Ammoniumkarbonatopløsninger. Opøsningen i Ammoniak fældes af Svovlammonium under Udskillelse af Svovkvægsølv, idet Forbindelsen altsaa sonderdeles. Klornatriumopløsning og Klorammoniumopløsning opløse ligeledes meget let Forbindelsen; disse Opøsninger reagere ikke alkalisk og fældes ikke af Ammoniak. Derimod vise Saltopløsninger uden Halogenioner ingen særlig opløsende Evne overfor Forbindelsen.

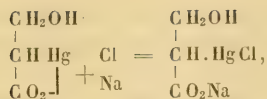
Ogsaa i en Jodkaliumopløsning kan Forbindelsen opløses, men samtidig spaltes den, idet Opøsningen kommer til at reagere alkalisk. Alkalidannelsen fremskyndes ved Opvarmning; Spaltningsprocessen synes dog at at være reciprok, idet jeg ikke ved Titration med Syre fandt den til Reaktionsligningen



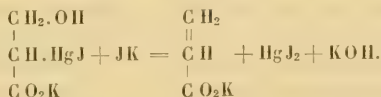
svarende Mængde Alkali.

0,3004 Gram Substans brugte nemlig efter Sonderdeling med Jodkaliumopløsning i Varmen 17,04 Ccm. 0,05056 normal Svovlsyre, hvilket beregnet paa 12,33 % C. bliver 0,86 Æquivalenter paa 3 Kulstofatomer, medens Reaktionsligningen kræver 1 Æquivalent.

Det bliver efter det her anførte naturligt at antage, at Forbindelsen opløser sig i en Klornatriumopløsning, idet den omsætter sig med Kogsaltet efter Reaktionschemaet



altsaa under Dannelse af en neutral Forbindelse, og at der ved Opløsning i Jodkalium primært finder en lignende Proces Sted, men at den derved dannede Forbindelse af Overskud af Jodkalium for Størstedelen sonderdeles efter Ligningen



At der dannes Akrylsyre ved Sonderdeling med Jodkalium, lader sig let paavise ved Til sætning af Svovlsyre til Reaktionsproduktet og Opvarmning. Der udvikles da Dampe med Akrylsyrens karakteristiske Lugt.

Det er iøvrigt interessant, at ikke blot fri Akrylsyre opløser Kvægsolvtveite. Ogsaa i en Opløsning af neutral akrylsur Kalk opløses dette, og Opløsningen kommer derved til at reagere alkalisk, hvilket stemmer overens med, at der her maa antages at dannes en Forbindelse af Sammensætningen  $(\text{CH}_2\text{OHCHHgOH.CO}_2)_2\text{Ca}$ , altsaa en Base. Forskellige Forsøg paa at isolere Forbindelsen af dens Blanding med uomdannet Kalciumakrylat vare dog uden Resultat.

Ogsaa med en sur Opløsning af Merkuridsulfat reagerer Akrylsyren meget let; der fremkommer vel intet Bundfald, naar Akrylsyre sættes til Merkuridsulfatopløsningen, men denne giver nu ikke Bundfald med Natronlud og udskiller med Alkohol ikke det gule, anhydrobasiske Merkuridsulfat, men derimod et hvidt, fnugget Bundfald. For at fremstille og undersøge dette gik jeg frem paa følgende Maade:

Til 50 Ccm. Merkuridsulfatopløsning blev der sat 5 Ccm. af en næsten vandfri Akrylsyre, vundet som lavere Fraktioner ved den af mig angivne Methode til Fremstilling af vandfri Akrylsyre<sup>1)</sup> (Ophedning af tør Dibrompropionsyre med Kobberpulver). Efter et Kvarter Henstand fældedes Reaktionsblandingen med 300 Kubikcentimetre absolut Alkohol. Herved udskiltes et hvidt Bundfald, der holdt sig opslemmet i Væsken og gav denne et ganske mælket Udseende. Bundfaldet lod sig ikke straks frafiltrere, men ved omtrent 20 Minutters kraftig Omrøring med en Spatel blev det kærnet sammen til en klæbrig Klump. Den endnu stærkt mælkede Væske hældtes fra, og Klumpen udrørtes i en Morter med absolut Alkohol og fik derved en mere sandet Konsistens. Samtidig antog det saaledes

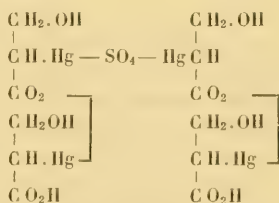
<sup>1)</sup> Journal für praktische Chemie N. F. **61**, 491.

dannede Pulver en rødlig Farve, der dog atter forsvandt, da Pulveret paany bragtes ned i den syreholdige Moderlud. Det rortes nu atter lang Tid om i denne, og herved samlede Hovedparten af det opslemmede Bundfald sig ogsaa. Efter endt Udkærning fik Bundfaldet Løv til at sætte sig, Væsken dekanteredes fra, og Bundfaldet overhældtes med 50 Ccm. absolut Alkohol og rystedes godt hermed. Derpaa dekanteredes Alkoholen fra gennem et Planfilter, Bundfaldet bragtes paa Filtret med 50 Ccm. absolut Alkohol og vaskedes med lige saa megen Alkohol under stærk, men kortvarig Sugning. Sugtes der for længe, da bliver Bundfaldet klæbrigt, idet det tiltrækker Fugtighed fra Luften. Efter Afsugningen bragtes Bundfaldet straks i en Exsiccator med Klorcalcium og tørredes heri til konstant Vægt. Dette varede 8 Dage, og Udbyttet viste sig da at være 5,3 Gram.

Den fradekanterede Moderlud fældedes med den ved de ovenfor beskrevne Operationer anvendte Alkohol og gav derved yderligere et Bundfald, som efter Vaskning og Tørring som før vejede 3 Gram.

Det samlede Udbytte var altsaa 8,3 Gram; ved at gentage Forsøget med omtrent samme Mængde Akrylsyre kom jeg til samme Resultat, ogsaa med Hensyn til Udbyttets Størrelse.

Den saaledes fremstillede Forbindelse viste sig ved Analyse at være et af den foregaaende Kvægsolvforbindelse afledet Sulfat, dog ikke med ét Molekule Svovlsyre paa 2 Atomere Kvægsolv, men med meget nær 1 Molekule paa 4 Atomere Kvægsolv, hvilket simplest forklares ved Konstitutionsformlen



Analysen af Forbindelserne gav følgende Resultater:

0,4447 Gram Substans gav 0,1926 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,0749 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 11,81 % C og 1,86 % H.

0,3420 Gram Substans gav 0,1464 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,0526 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 11,68 % C og 1,48 % H.

0,5847 Gram Substans gav 0,4249 Gram  $\text{HgS}$ , det er 62,64 % Hg.

0,4062 Gram Substans gav 0,2956 Gram  $\text{HgS}$ , det er 62,73 % Hg.

0,8064 Gram Substans gav 0,1529 Gram  $\text{BaSO}_4$ , det er 7,80 %  $\text{SO}_4$ .

0,8293 Gram Substans gav 0,1590 Gram  $\text{BaSO}_4$ , det er 7,89 %  $\text{SO}_4$ .



$C_{12}H_{18}O_{12}Hg_4SO_4$		Beregnet:	Fundet:	
$C_{12}$	144	11,29	11,81	11,68
$H_{18}$	18	1,41	1,86	1,48
$Hg_4$	801,2	62,82	62,64	62,73
$SO_4$	96	7,53	7,80	7,89
$O_{12}$	216	16,95		
	1275	100,00		

I Opløselighedsforhold er Forbindelsen i Overensstemmelse med den svovlsyrefri Kvægsolvforbindelse af Akrylsyre, og ligesom denne sønderdeles den af Svovlammonium under Udskillelse af Svovlkvægsolv og af Jodkalium under Frigørelse af Alkali og Dannelse af Akrylsyre. Ogsaa ved Behandling med Tinforklor eller med Zink og Svovlsyre spaltes Kvægsolvet ud af Molekulet sammen med Hydroxylgruppen, saa at Akrylsyren gendannes. Ved Spaltningen med Zink og Svovlsyre paavistes Akrylsyrens Dannelse ikke blot ved den karakteristiske Lugt, men ogsaa idet Akrylsyren destilleredes af, neutraliseredes med kulsur Kalk og identificeredes ved den af mig beskrevne Reaktion med Merkuronitrat<sup>1)</sup>.

Overhældes Forbindelsen med Vand, da danner den først en slimet, klæbrig Masse; men ved Kogning med 8—10 Dele Vand under hyppig Omrøring gaar den delvis i Opløsning, medens en Del forbliver uopløst som et hvidt, sandet Bundfald. Dette filtreredes fra, vaskedes med Vand, til Vaskevandet var svovlsyrefrit, og derpaa med absolut Alkohol. Efter Lufttørring udgjorde Bundfaldets Vægt ca. 40 % af Udgangsmaterialets.

Analysen viste, at Bundfaldet ikke indeholdt Svovlsyre. I kvalitative Egenskaber og — efter Tørring — i kvantitativ Sammensætning viste det sig identisk med det indre Salt af Akrylsyrens Kvægsolvforbindelse.

Analysen gav følgende Resultater:

0,4285 Gram Substans tabte ved 96° i Løbet af  $\frac{1}{2}$  Døgn 0,0097 Gram i Vægt; Farven var da hvid. I Løbet af det næste hele Døgn var Vægttabet 0,0008 Gram, og Forbindelsen var nu sønderdelt og havde en graasort Farve. Vandtabet ved Tørring regnes derfor til 0,0097 Gram, det er 2,36 %  $H_2O$ .

0,3172 Gram Substans gav ved Forbrænding 0,1424 Gram  $CO_2$  og 0,0484 Gram  $H_2O$ , det er 12,24 % C og 1,69 % H, eller, beregnet for vandfrit Stof: 12,52 % C og 1,44 % H.

0,2430 Gram Substans gav ved Opløsning i Saltsyre og Fældning med Svovlbrinte 0,1920 Gram  $HgS$ , det er 68,11 % Hg, eller, beregnet for vandfrit Stof: 59,69 % Hg.

<sup>1)</sup> Journal für praktische Chemie N. F. **61**, 224.



Sluttelig skal det nævnes, at jeg uden Resultat har søgt at fremstille Merkuridforbindelser af Akrylsyrens Æthylæther. Skont det viste sig, at Akrylsyreætheren reagerer med Merkuridsulfatopløsningen under Dannelse af saadanne Forbindelser, lykkedes det mig dog ikke at isolere disse.

## 2. Krotonsyre.

Som Akrylsyrens nærmeste homologe var Krotonsyren selvskreven til at undersøges med Hensyn til dens Reaktionsevne overfor Merkuridsalte eller Kvægsolvtveite.

Ley<sup>1)</sup> har vist, at naar man til en Opløsning af Krotonsyre (2 Mol.) sætter Kvægsolvtveite (1 Mol.), da opløses dette, og der dannes en Væske, som ikke fældes af Natron, men derimod med Svovlbrinte udskiller Svovlkvægsolv. Nogen Undersøgelse eller blot Fremstilling af den i Opløsningen værende Forbindelse har Ley ikke indladt sig paa; dog fremsætter han den Anskuelse, at det er Dobbeltbindingen, der disponerer et til Kulstof bundet Brintatom til Substitution med Kvægsolv, paa samme Maade som Karbonylgrupper kunne fremkalde en Bevægelighed hos de til Nabokulstofatomerne bundne Brintatomer.

Denne Anskuelse har, som det af de Forsøg, der nu skal meddeles, fremgaar, vist sig fuldstændig fejlagtig. Ved Reaktionen mellem Krotonsyre og Kvægsolvforbindelser finder der ingen Substitution Sted; de Forbindelser, der dannes, ere Additionsprodukter og vise sig analoge med de af Akrylsyren fremstillede Forbindelser.

Desværre er det ikke lykkedes mig at faa fremstillet et fuldstændig rent Præparat indenfor Krotonsyre's Kvægsolvforbindelser. Mangelen paa Rensningsmetoder, som jeg under hele dette Arbejde har maattet opveje ved at skaffe Fremstillingsmaader, der straks gav mig rene Præparater i Hænde, er det her endnu ikke lykkedes mig at overvinde.

Den rene Forbindelse er jeg kommen til paa følgende Maade: 7 Gram Krotonsyre (krystalliseret) opløstes i 50 Ccm. varmt Vand, hvorpaa der under Opvarmning blev tilsat 7 Gram Kvægsolvtveite. Det meste af dette gik hurtig i Opløsning; Opløsningen blev hældt fra en ringe uopløst Rest og inddampedes derpaa hurtig til ca. 25 Ccm. Efter Afkøling blev der tilsat 200 Ccm. absolut Alkohol, der fremkaldte et hvidt Bundfald. Dette filtreredes fra, vaskedes med Alkohol og Æther og torredes endelig i Vakuum over Klorcalcium til konstant Vægt. Udbyttet var godt 7 Gram.

Analysen af Præparatet gav følgende Resultat:

0,5164 Gram Substans gav ved Forbrænding 0,3124 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,1040 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 16,50 % C og 2,25 % H.

<sup>1)</sup> Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft **33**, 1014.

0,6801 Gram Substans gav 0,5097 Gram HgS, det er 64,60 % Hg.

0,4745 Gram Substans gav 0,3547 Gram HgS, det 64,44 % Hg.

Disse Tal vise, at Forholdet mellem Kulstofatomernes og Kvægsølvatomernes Antal er noget større end 4. Men da Forbindelsen kun indeholder divalent Kvægsølv og Krotonsyre, lader Sammensætningen sig dog udfinde. Præparatet indeholder nemlig mere Kulstof og mindre Kvægsølv, end der svarer til en med Akrylsyrens Kvægsølvforbindelses Formel analog Sammensætning:  $\text{CH}_3\text{CHOH}.\text{CHHg}.\text{CO}_2$ , og dette skyldes naturligvis den Omstændighed, at Forbindelsen er baade Syre og Base og udskilles af en stærkt krotonsur Væske, saa at en Del af den faas som krotonsur Salt. At Akrylsyrens Kvægsølvforbindelse, fremstillet paa analog Maade, faas i ren Tilstand, kan da hidrøre fra, at et her tilstedeværende Indhold af Akrylsyre kan gaa bort ved Tørringen, medens Krotonsyren ikke kan fjernes paa denne Maade. Af Forskellen mellem den fundne Mængde Kvægsølv og den beregnede (64,60 % — den højeste Bestemmelse er altid at foretrække) kommer man til et Indhold paa c. 2,5 % Krotonsyre. Korrigeres Kulstof og Brint herefter, faas følgende Sammenstilling med de for Formlen  $\text{CH}_3\text{CHOH}.\text{CHHg}.\text{CO}_2$  beregnede Procentmængder.

$\text{C}_4\text{H}_6\text{HgO}_3$		Beregnet:	Korrigeret Analyseresultat:
C <sub>4</sub>	48	15,88	15,50
H <sub>6</sub>	6	1,98	2,12
Hg	200,3	66,26	66,26
O <sub>3</sub>	48	15,88	16,12
	302,3	100,00	100,00

I alle kvalitative Henseender synes Forbindelsen at opføre sig paa samme Maade som den tilsvarende Forbindelse af Akrylsyre, saa at jeg kan nøjes med desangaaende at henvise til, hvad der er sagt om denne.

Til et Præparat af ganske lignende Beskaffenhed kom jeg ved Indvirkning af Krotonsyre paa Merkuridacetat opløst i Vand og Fældning af Blandingen med Alkohol. Analysen af det over Klorkalcium tørrede Præparat gav følgende Resultater:

0,3057 Gram Substans gav ved Forbrænding 0,1917 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,0680 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 17,10 % C og 2,47 % H.

0,5854 Gram Substans gav 0,4339 Gram HgS, det er 63,89 % Hg.

Det ses, at Kulstofmængden er højere, Kvægsølv mængden lavere, end svarende til Formlen  $\text{CH}_3.\text{CH}.\text{OH}.\text{CHHg}.\text{CO}_2$ . Efter Korrektion paa samme Maade som ved forrige Analyse, denne Gang for ca. 3,5 % Krotonsyre, findes dog Kulstofmængden til 15,75 %, beregnet 15,88.

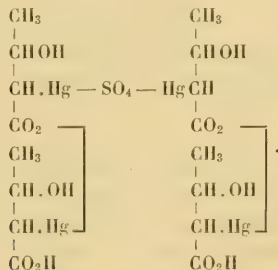
I kvalitativ Henseende stemmer Præparatet fuldstændig overens med det foregaaende.

Endelig har jeg ogsaa ladet Krotonsyre indvirke paa Merkuridsulfat, idet en Oplosning af 6 Gram Krotonsyre i 20 Ccm. varmt Vand blev sat til 50 Ccm. kold Merkuridsulfatopløsning. Blandingen fældedes med 400 Ccm. absolut Alkohol og 400 Ccm. Æther, idet Alkohol alene ikke fremkaldte synderlig stor Bundfældning. Bundfaldet var, ligesom det paa tilsvarende Maade af Akrylsyre fremstillede Præparat, yderst vandsugende og udfældedes ligesom dette som en gummiagtig Masse, der først blev haard og fast ved at arbejdes sammen med absolut Alkohol. Udbyttet var kun 4 Gram.

Efter Tørring over Klorcalcium gav det ved Analysen følgende Resultater: 0,7709 Gram Substans gav ved kort Tids Opvarmning med Saltsyre en uopløst Rest, der bestod af Kvægsølvklorure, og som vejedes efter Frafiltrering paa tørret og vejat Filter. Vægten var 0,0142 Gram  $\text{Hg}_2\text{Cl}_2$ , det er 1,56 % Kvægsolv som Forilteforbindelse.

0,4184 Gram Substans varmedes kort Tid med svag Saltsyre og fældedes med Klorbaryum. Filtratet, som altsaa indeholdt det tilstedeværende Kvægsølvteiite, fældedes med Svovlbrinte. Fundet: 0,0703 Gram  $\text{BaSO}_4$ , det er 6,91 %  $\text{SO}_4$ , og 0,2842 Gram  $\text{HgS}$ , det er 58,55 % Kvægsolv.

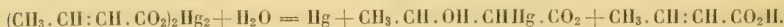
Overensstemmelse med de for en eller anden bestemt Formel beregnede Procentmængder kan der naturligvis ikke faas ved et Præparat, der som det foreliggende indeholder over  $1\frac{1}{2}$  Procent Kvægsolv som Forilteforbindelse. Imidlertid viser Analysen trods alt, at Hovedmængden af Stoffet bestaar af en Forbindelse, hvis Sammensætning er analog med den af Akrylsyre og Merkuridsulfat vundne Forbindelses. Karakteristisk for denne er det, at den indeholder 4 Kvægsølvatomer paa 1  $\text{SO}_4$ -Gruppe, overensstemmende med den Side 20 angivne Konstitutionsformel. Af de nylig anførte Bestemmelser findes Forholdet mellem Kvægsølvteiite og Svovlsyre nu at være 4,06, svarende til Konstitutionsformlen





I kvalitativ Henseende svarer den svovlsyreholdige Forbindelse ligesom de to foregaaende til Akrylsyrens Kvægsølvforbindelser.

Ligesom fri Akrylsyre fælder en Opløsning af Merkuronitrat, saaledes faas ogsaa, naar man til en Merkuronitratopløsning sætter en vandig Opløsning af Krotonsyre, et hvidt, krystallinsk, tungtopseligt Bundfald. Efter Frafiltrering og Udvaskning sønderdeles dette Bundfald ved Opvarmning med Vand, idet der udskilles metallisk Kvægsølv, medens Opløsningen kommer til at indeholde en Merkuridforbindelse. Ved nogen Tids Kogning af Blandingen bliver denne Sønderdeling fuldstændig; den maa antages at foregaa ganske analogt med Merkuroakrylatets Sønderdeling under samme Forhold, altsaa under Dannelse af Krotonsyrens Kvægsølvforbindelse, efter Reaktionskemaet



Krotonsyrens Kvægsølvforbindelse forbliver opløst, fordi der er fri Krotonsyre tilstede, men den fra Kvægsølvet filtrerede Opløsning giver med Alkohol (om fornødent efter Inddampning) et hvidt Bundfald, der er næsten uoploseligt i Vand, oploseligt i Natron og i Saltsyre samt under Sønderdeling og Dannelse af frit Alkali i Jodkalium. Det karakteriserer sig herved som Krotonsyrens Kvægsølvforbindelse.

Der er ikke ved Beskrivelsen af disse Forsøg lagt Skjul paa, at de af Krotonsyren fremstillede Kvægsølvforbindelser ikke ere isolerede som rene Præparater, ej heller paa den Usikkerhed, som paa forskellige Punkter er fremkaldt herved. Imidlertid vise Forsøgsresultaterne, naar de tages sammen med de ved Akrylsyren indvundne Oplysninger og med det, der senere vil blive omtalt under Itaconsyre, at Krotonsyren overfor Kvægsølvtilteforbindelsen reagerer ganske analogt med Akrylsyren under Dannelse af Merkuridforbindelser, hvis Kvægsølv er bundet til Kulstof, ikke paa Grund af en Substitution, men formedelst en Addition.

### 3. Kanelsyre.

Kanelsyrens Konstitutionsformel  $\text{C}_6\text{H}_5\text{CH}:\text{CH}.\text{CO}_2\text{H}$  viser, at Kanelsyren er en Fenylakrylsyre. Det havde derfor Interesse at faa undersøgt, om den overfor Merkuridsalte reagerer paa samme Maade som Akrylsyren. Efter de nedenfor anførte Forsøg synes det ikke at være Tilfældet.

1°. Lidt fældet, tørret Kvægsølvtilte opvarmedes med Kanelsyre og Vand. Derpaa blev der tilsat Natronlud i stort Overskud. Hvis der var dannet en Kvægsølv-Kanelsyreforbindelse med Kvægsølv bundet til Kulstof, maatte denne efter alle Erfaringer, som haves om saadanne Forbindelser, findes i den alkaliske Opløsning. Opløsningen indeholdt imidlertid, foruden Kanelsyre, kun et tvivlsomt Spor af Kvægsølv, paaviseligt ved Tilsætning af Saltsyre og Tinforklor.

2°. Til 1 Gram fældet, tørret Kvægsolvtveite blev sat 6 Ccm. ca. 8 %o-holdig Natronlud og 20 Ccm. Vand og derpaa  $\frac{1}{2}$  Gram Kanelsyre. Blandingen blev kogt og filtreret. Filtratet gav ikke Kvægsolvreaktion med Saltsyre og Tinforklor.

3°. Til 10 Ccm. Merkuridsulfatopløsning blev sat  $\frac{1}{2}$  Gram Kanelsyre. Blandingen opvarmedes til Kogning. Der tilsattes derpaa 40 Ccm. ca. 8 %o-holdig Natronlud. Filtratet fra det udskilte Kvægsolvtveite indeholdt et Spor af Kvægsolv, paaviseligt med Saltsyre og Tinforklor.

4°. Til 5 Ccm. Merkuridsulfatopløsning blev sat 20 Ccm. ca. 8 %o-holdig Natronlud. Derpaa tilsattes  $\frac{1}{2}$  Gram Kanelsyre. Blandingen blev kogt og filtreret. Filtratet indeholdt et Spor af Kvægsolv, paaviseligt med Saltsyre og Tinforklor.

5°. Til en alkalisk Opløsning af Kanelsyre i Natronlud blev sat Merkuridsulfatopløsning. Blandingen blev kogt og filtreret. Filtratet indeholdt et Spor af Kvægsolv, paaviseligt med Saltsyre og Tinforklor.

6°. Som Kontrol udførtes følgende Forsøg: Til 5 Ccm. Merkuridsulfatopløsning tilsattes Overskud af Natron. Blandingen blev kogt og filtreret fra det udskilte Kvægsolvtveite. Filtratet indeholdt et Spor af Kvægsolv, paaviseligt med Saltsyre og Tinforklor, skønt der ved dette Forsøg altsaa slet ikke var tilsat Kanelsyre.

Lignende Forsøg med Merkuridacetat gav tilsvarende Resultater.

Hierfter synes Kanelsyre ikke at reagere med Merkuridsalte eller Merkuridoxyd.

#### 4. Maleinsyre.

Medens Maleinsyren ikke giver Bundfald med Merkuridsulfatopløsningen hverken ved almindelig Temperatur eller ved Opvarmning, sker dette ved Indvirkning af Maleinsyre paa Merkuridacetat.

3 Gram Merkuridacetat opløstes derfor i 25 Ccm. kogende Vand og filtreredes varmt fra lidt udskilt Kvægsolvtveite direkte ned i en varm Opløsning af 2 Gram Maleinsyre i 10 Ccm. Vand. Der udskiltes hurtigt et hvidt Bundfald, som under Mikroskopet viste sig at være krystallinsk; det var dog ikke saa storkrystallinsk, at Formerne lod sig karakterisere.

Medens Bundfaldet er oploseligt i Eddikesyre, giver Moderluden mere Bundfald ved Fortynding med Vand; der tilsattes derfor 40 Ccm. Vand, og hele Bundfaldet frafiltreredes derpaa paa Planfilter. Det udvaskedes med Vand, Alkohol og Æther og tørredes i Luften. Udbyttet var kun 1,59 Gram. Det benævnes nedenfor: «Præparat I».

Den kvantitative Analyse af det gav følgende Resultat:

1,1121 Gram Substans afgav ved Henstand over Klorkalcium til konstant Vægt 0,0280 Gram, det er 2,52 %  $\text{H}_2\text{O}$ .

Det saaledes tørrede Stof brugtes til Forbrændingerne og Kvægsølvbestemmelsen.

0,3271 Gram Substans gav 0,1480 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,0388 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 12,34 % C og 1,40 % H, beregnet paa lufttørt Stof: 12,03 % C og 1,64 % H.

0,2037 Gram Substans gav 0,0903 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,0241 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 12,09 % C og 1,31 % H, beregnet paa lufttørt Stof: 11,79 % og 1,56 % H.

0,3240 Gram Substans gav 0,2434 Gram  $\text{HgS}$ , det er 64,76 % Hg, beregnet paa lufttørt Stof: 63,13 % Hg.

Atomforholdet mellem Kulstof og Kvægsølv bliver herefter 3,15 Atomer C paa 1 Atom Hg.

For at vinde Stoffet i noget større Mængde gik jeg dernæst frem paa følgende Maade:

20 Gram Merkuridacetat opløstes i 60 Ccm. kogende Vand, og Opløsningen filtreredes fra noget udskilt Kvægsølvtveitte. Der tilsattes en Opløsning af 5 Gram Maleinsyre i 40 Ccm. Vand i Kilden. Derved fremkom et lille, gult Bundfald, som delvis opløstes ved Tilsætning af noget Eddikesyre; da en fuldstændig Opløsning syntes at ville kræve en stor Mængde Eddikesyre, filtreredes Resten af det gule Bundfald fra. En Prøve af Filtratet gav ikke Bundfald, hverken ved Kogning og paafølgende Afkøling eller ved Tilsætning af Vand. Der blev derfor tilsat lidt Maleinsyre til en Prøve af Filtratet, og da der nu kom Bundfald ved Opvarmning, sattes der til Hovedportionen en Opløsning af 4 Gram Maleinsyre i 40 Ccm. Vand. Hele Væsken opvarmedes derpaa, og nu opstod der et fyldigt hvidt, mikrokrySTALLINSK Bundfald, som tiltog i Mængde ved Afkøling af Væsken. Bundfaldet frafiltreredes paa Planfilter og vaskedes først med en Blanding af 20 Draaber 50 %-holdig Eddikesyre og 40 Ccm. Vand. Denne svage Syre gav nemlig ikke Bundfald ved at sættes til Moderluden, medens rent Vand gav et ringe, hvidt Bundfald, hvis Udskillelse under Vaskningen vilde vanskeliggøre Filtreringen. Bundfaldet vaskedes derpaa med Vand, med Alkohol og med Æther og tørredes endelig i Luften. Udbyttet af det lufttørre Præparat var kun 7,5 Gram. Det benævnes nedenfor «Præparat II».

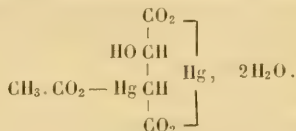
I kvalitativ Henseende var dette Præparat overensstemmende med Præparat I.

Den kvantitative Undersøgelse af det gav følgende Resultater:

0,3504 Gram Substans gav 0,1479 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,0444 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 11,65 % C og 1,41 % H.

0,4238 Gram Substans behandledes med svag Saltsyre; herved blev en ringe Mængde Kvægsølvklorure uopløst tilbage, idet Stoffet indeholdt lidt Merkuroforbindelse. Kvægsølvkloruret frafiltreredes paa vejlet Filter og bestemtes som saadant. Det vejede 0,0025 Gram, svarende til 0,50 % Hg. Filtratet fældedes med Svovlbrinte og gav 0,3102 Gram  $\text{HgS}$ , det er 63,10 % Hg. Den samlede Kvægsølvsmængde bliver saaledes 63,60 %.

En Sammenligning af Analyserne af de to Præparater viser, at de maa betragtes som identiske, om end Sammensætningen ikke synes fuldstændig konstant. Antages det, at der i Molekulet er 6 Kulstofatomer paa 2 Kvægsolvatomer, da kan Forbindelsen tænkes dannet af et Molekule Maleinsyre, et Molekule Eddikesyre, to Molekuler Kvægsølville samt Vand. En Konstitutionsformel, som lader sig forene med Analysens Resultater, er da

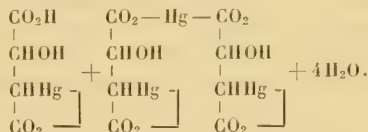


En Sammenstilling af de for denne Formel beregnede Procentmængder af Bestandene og de fundne Mængder viser dette.

$\text{C}_6\text{H}_6\text{Hg}_2\text{O}_7, 2\text{H}_2\text{O}$		Beregnet:	Fundet:		
			Præp. I.		Præp. II.
C <sub>6</sub>	72	11,49	12,03	11,79	11,65
H <sub>10</sub>	11,1	1,61	1,64	1,56	1,41
Hg <sub>2</sub>	400,6	63,92	63,13		63,60
O <sub>9</sub>	144	22,98			
	627,7	100,00			

Endvidere blev det ovenfor anført, at Præparat I ved Henstand over Klorkalcium afgav 2,52 %. Et Molekule Vand svarer til 2,87 %.

Det er imidlertid klart, at der ogsaa af 3 Molekuler Maleinsyre og 4 Molekuler Kvægsølville samt Vand lader sig kombinere en Formel, der indeholder 6 Atom Kulstof paa 2 Atom Kvægsolv, og som kan bringes i Overensstemmelse med de fundne Procenttal. En saadan Formel haves f. Ex. i

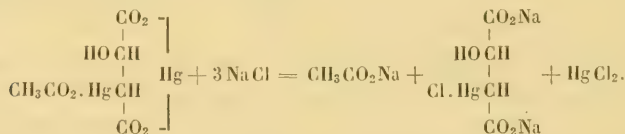


At der kunde være dannet en Forbindelse af en saadan Sammensætning, var meget tænkeligt, og dens Procentindhold af Bestanddelene (C: 11,36, H: 1,44, Hg 63,22) vilde stemme endnu bedre med de fundne Procentmængder, end de for den ovenfor anførte Acetatformel beregnede Procentmængder gøre. Imidlertid er den første Formel den rigtige, hvilket ses af følgende Forhold.

Ved Kogning med svag Svovlsyre giver Forbindelsen en flygtig Syre. Da denne maaske kunde være opstaaet ved Iltning af Maleinsyre eller ved Reduktion af Svovlsyre, forvissede jeg mig om, at Maleinsyre ingen flygtige, surt reagerende Stoffer afgiver ved Kogning med svag Svovlsyre for sig eller under samtidig Tilstedeværelse af Merkuridsulfat. For at faa yderligere Sikkerhed for Tilstedeværelsen af en flygtig Syre, behandlede jeg en lille Prøve af Stoffet med stærk Fosforsyreopløsning og Zinkspaaner, først i Kulden og derpaa under svag Opvarmning. Kvægsølvet udskiltes derved paa Zinken, og ved paafølgende Kogning indeholdt Dampene en flygtig Syre.

Stoffet giver desuden tydelig og længe vedvarende Lugt af Eddikeæther ved svag Opvarmning med en Blanding af Alkohol og koncentreret Svovlsyre. Direkte Kontrolforsøg med Maleinsyre viste, at denne ingen Reaktion giver, som paa nogen Maade kan forveksles med Eddikeætherreaktionen, hverken naar den varmes med Alkohol-Svovlsyre-blandingen alene, eller naar Proven gøres under Tilstedeværelse af Kvægsølvtveile.

Endelig støttes Acetatformlen af følgende. Forbindelsen opløses, paa en ringe Mængde Mercuroforbindelse nær, let i Opløsninger af Klorнатrium eller Bromkalium. Disse Opløsninger give paa Prøvepapiret en yderst svagt sur Reaktion. Gaa vi ud fra Acetatformlen, da vil denne Opløsningsproces bestaa deri, at Halogenatomerne forene sig med de Kvægsølvæquivalenter, som ikke ere bundne til Kulstof, medens en Fraspaltning af Kvægsølv fra Kulstof ikke finder Sted ved Hjælp af Klor- eller Bromioner. Reaktionsligningen vil, med Anvendelse af Klorнатrium, altsaa blive



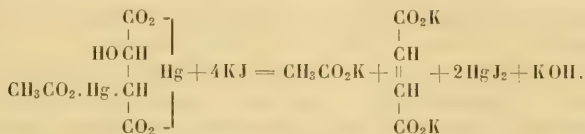
Opløsningen kommer altsaa til at indeholde Kvægsølvklorid, som jo reagerer svagt surt. Gaar man derimod ud fra den anden Formel, vil man faa dannet en Opløsning, som indeholder en fri Syre og altsaa maa vise tydelig sur Reaktion.

Det er i det foregaaende ikke vist, at Forbindelsen indeholder en Del af Kvægsølvet bundet til Kulstof. At dette er Tilfældet, fremgaar af dens Forhold overfor Jodkalium. Thi medens Opløsningerne af Forbindelsen i Klorнатrium eller Bromkalium have svagt sur Reaktion og beholde denne selv ved Opvarmning, foregaar der ved Indvirkning af Jodkalium en gennemgribende Sonderdeling under Dannelse af frit Alkali. Opløsningen i Jodkalium reagerer vel i første Øjeblik ikke alkalisk, saa at Opløsningsprocessen her maa antages at være analog med den, der er anført ovenfor. Men ved kort Tids Henstand eller hurtigere ved svag Opvarmning indtræder der stærk alkalisk Reaktion. Imidlertid foregaar



Dannelsen af den samlede Alkalimængde meget langsomt, og Forbindelsen viser sig heri ganske analog med de andre Forbindelser, jeg har dannet ved Indvirkning af Merkuridsalte paa Stoffer, som have Æthylenbinding.

Den fuldstændige Spaltning med Jodkalium foregaar efter Reaktionskemact



Ifølge dette dannes der paa 6 Atomer Kulstof 1 Æquivalent Alkali. Forsøgene bekræftede dette.

0,6945 Gram af Præparat II opløstes i Jodkaliumopløsning og varmedes derpaa. Tilsat Fenoltalein farvedes rodt; der titreredes nu, til Væsken var farveløs, med 0,05056-normal Svovlsyre. Væsken varmedes atter og blev hurtig atter rød, affarvedes atter med Syre og saaledes fremdeles, indtil Væsken ikke blev rød ved kort Tids Opvarmning til Kogning. Paa denne Maade brugtes i Løbet af en Times Tid ialt 22,8 Ccm. af Svovlsyren til Neutralisation af det frigjorte Alkali. Dette bliver, beregnet paa 11,65 % C, 1,03 Æquivalenter paa 6 Atomer Kulstof.

Foretages Sonderdelingen med Jodkalium ikke under Opvarmning, da gaar den meget langsommere for sig. Dette ses af et Forsøg, som udførtes paa den Maade, at 0,2399 Gram af Præparat II overhældtes med 30 Ccm. Vand ved 80°; der tilsattes derpaa 6 Gram Jodkalium, altsaa et betydeligt Overskud, samt lidt Fenoltalein, og den i de nedenfor anførte paa hinanden følgende Tidsdele dannede Mængde frit Alkali bestemtes ved Titring med Svovlsyren.

Tiden	Ccm.
i	0,05056-
Timer.	n. Syre.
1/4	1,85
1/4	1,45
1/4	0,80
1/4	0,50
13 3/4	1,45
1/4	0,25
1/4	0,25
1/4	0,25
1/4	0,10
1/2	0,10
1/2	0,05
1	0,15
1 1/2	0,10
18 1/4	7,00

I 18 $\frac{1}{4}$  Time var der saaledes dannet en Alkalimængde svarende til 7,0 Ccm. af Syren. Væsken opvarmedes nu svagt (til henimod Kogning) og blev derved atter rød. Til Afarvning benyttedes nu 0,60 Ccm. af Syren, og Opløsningen blev nu ikke atter rød ved Henstand i 7 Timer. Ialt blev der ved dette Forsøg anvendt 0,95 Æquivalenter Syre paa 6 Atomer Kulstof (beregnet paa 11,65 % C). Dette Forsøg stemmer altsaa overens med det foregaaende.

Det er i den for Sønderdelingen med Jodkalium angivne Reaktionsligning antaget, at der dannes en Æthylendikarbonsyre. Man kunde maaske vente, at Forbindelsen, som jo er en substitueret Æblesyre, ved Sønderdelingen vilde give denne Syre. Dette er imidlertid ikke Tilfældet; thi efter Kogning og paafølgende Afkøling af Opløsningen i Jodkalium giver denne et fyldigt hvidt Bundfald med Barytvand, hvilket viser Tilstedeværelsen af Maleinsyre, idet Æblesyre ikke fældes af Barytvand, og Fumarsyre, som jo ogsaa kunde tænkes dannet, først fældes ved Opvarmning. Hydroxylgruppen fraspaltes altsaa samtidig med Kvægsølvatomet, og Maleinsyrens Kvægsølvforbindelse viser sig altsaa ogsaa paa dette Punkt som overensstemmende med Akrylsyrens og andre Æthylenderivaters Kvægsølvforbindelser.

I denne Sammenhæng har det ogsaa Interesse, at jeg ikke har kunnet faa Æblesyren til at reagere hverken med Merkuridsulfat eller med Merkuridacetat under Dannelse af Kvægsølvforbindelser, som ere opløselige i Alkalier.

Endelig skal jeg kun med Hensyn til den her beskrevne Kvægsølvforbindelses almindelige Egenskaber anføre, at den er uopløselig i Vand og Alkohol, men opløses delvis i Natronlud under samtidig Fraspaltning af en Del af Kvægsølvet som Kvægsølvteille. Filtratet fra dette udskiller Svovlkvægsølv med Svovlammonium. Af Syrer opløses den temmelig let; endogsaa Eddikesyre opløser den, naar den er tilstrækkelig stærk.

Med Merkuronitrat giver Maleinsyre et hvidt, krystallinsk Bundfald, skønt Væsken jo bliver stærkt sur af Salpetersyre; i denne Henseende ligner Maleinsyren altsaa Akrylsyre og Krotonsyre. Men Bundfaldet er forskelligt fra det akrylsure og det krotonsure Kvægsølvforilte deri, at det ikke spaltes ved Kogning med Vand.

## 5. Fumarsyre.

Sættes en varm Opløsning af Fumarsyre til en endogsaa stærkt svovlsur Opløsning af Merkuridsulfat, faas straks et vægtfyldigt, hvidt krystallinsk Bundfald.

Af en Opløsning af 2 Gram Fumarsyre i 50 Ccm. kogende Vand og en Opløsning af 10 Gram Kvægsølvteille i 10 Ccm. koncentreret Svovlsyre og 40 Gram Vand udskiltes paa denne Maade et rigeligt Bundfald. Dette frafiltreredes efter faa Minutters Henstand og, for at undgaa Udskillelse af den i koldt Vand tungtopløselige Fumarsyre, medens Væsken

endnu var varm. Efter Vaskning med svovlsyreholdigt Vand, absolut Alkohol og Æther samt Tørring i Luften vejede Bundfaldet 4,5 Gram.

Af 25 Ccm. af Merkuridsulfatopløsningen, altsaa omtrent den halve Mængde Kvægsølv af den ovenfor anvendte, og 2 Gram Fumarsyre opløst i 50 Ccm. kogende Vand udskiltes paa samme Maade et Bundfald af samme Beskaffenhed som det ovenfor anførte. Det vejede efter Vaskning og Tørring som ovenfor 4,7 Gram. Det lidt større Udbytte skyldes da aabenbart, at der i det sidste Tilfælde er benyttet en lidt mindre Væskemængde end i det første.

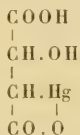
Analysen af Bundfaldet viste, at dette i hvert Fald kvantitativt har det fumarsure Kvægsølvteiles Sammensætning:  $C_4H_2O_4Hg$ .

0,7310 Gram Substans gav 0,5362 Gram  $HgS$ , det er 63,23 %  $Hg$ .

0,3060 Gram Substans gav 0,1687 Gram  $CO_2$ , det er 15,04 % C. Brintbestemmelsen mislykkedes.

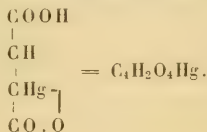
$C_4H_2HgO_4$	Beregnet:	Fundet:
C <sub>4</sub> 48	15,27	15,04
H <sub>2</sub> 2	0,64	
Hg 200,3	63,73	63,23
O <sub>4</sub> 64	20,36	
314,3	100,00	

Analysen viser straks, at man ikke her har med et med Maleinsyrens Kvægsølvforbindelse analogt Stof at gøre. Der findes 4 Kulstofatomer paa 1 Kvægsølvtatom, men selv den simplest tænkelige Formel af den Art, nemlig



vilde indeholde mindre Kvægsølv og Kulstof, nemlig henholdsvis 60,28 og 14,45 %.

Derimod vil en Forbindelse, der er afledet af den sidst anførte ved Fraspaltning af et Molekule Vand, altsaa dannet efter Æthen- og Allenforbindelsernes Type, have samme empiriske Formel, som fumarsurt Kvægsølvteile, nemlig



‘Mellem en Forbindelse af denne Konstitution og almindeligt fumarsurt Kvægsolvteille er det altsaa, at Valget skal gøres. Det fumarsure Kvægsolvteille findes saa vidt mig bekendt ikke omtalt i Literaturen.

Det er nu først og fremmest værd at bemærke, at Forbindelsen sonderdeles af Alkalier, og ved denne Sonderdeling udskilles alt Kvægsolvet som Kvægsolvteille, idet Filtratet fra dette med Saltsyre og Tinforklor kun giver Reaktion for et yderst svagt Spor af Kvægsolv.

Medens Forbindelsen er meget tungtopløselig i Vand, fortyndet Svovlsyre og fortyndet Salpetersyre, opløses den overordentlig let i Saltsyre. Dette hænger aabenbart sammen med, at det Kvægsølvklorid, som dannes ved Opløsning i Saltsyre, er i saa ringe Grad dissocieret, at Processen kan gaa fuldstændig eller næsten fuldstændig i Retningen  $C_4H_2O_4Hg + 2HCl \rightarrow C_2H_2O_4H_2 + HgCl_2$ , medens Reaktionen mellem Fumarsyre og Kvægsølvulfat gaar i Retningen  $C_2H_2O_4H_2 + HgSO_4 \rightarrow C_2H_2O_4Hg + H_2SO_4$ .

Herved forklares det da ogsaa, at Fumarsyrebundfaldet opløses meget let i kolde, vandige Opløsninger af Klorammonium og Klornatrium, idet det med Hensyn til Opløsningen slet ikke kommer an paa at have en Syre, men paa at have Klorioner. Opløsningerne i Klorammonium og Klornatrium synes da ogsaa at indeholde Fumarsyreioner, idet de f. Ex. med Kobbersulfat udskille det tungtopløselige fumarsure Kobberteille. Med Klorbaryum give de vel intet Bundfald i Kulden, idet det vandholdige fumarsure Baryt er nogenlunde opløseligt; men opvarmes Blandingen, udskilles det meget tungtopløselige vandfrie Baryumsalt af Fumarsyren som et vægtfyldigt, hvidt Krystalpulver. Efter dette maa man vente, at Fumarsyrebundfaldet kan opløses i en kold Klorbaryumopløsning, og i Virkeligheden opløses det ogsaa meget let heri. Men koges Opløsningen, da udskilles naturligvis det vandfrie Baryumsalt.

Derimod vise svovlsure og salpetersure Salte ingen særlig oplosende Evne overfor Fumarsyrebundfaldet; rystes det saaledes med Baryumnitratopløsning, giver Filtratet fra den nopløste Rest intet Bundfald ved Kogning, ja ikke engang Kvægsolvreaktion med Saltsyre og Tinforklor, og koges Fumarsyrebundfaldet med Baryumnitratopløsningen, da faas i Filtratet fra den uopløste Rest kun en meget ringe Kvægsolvreaktion.

Opløsningen i Jodkalium reagerer ikke alkalisk, men bliver alkalisk ved Tilsætning af en yderst ringe Mængde svag Natronopløsning.

Efter alle disse Forhold at dømme synes det givet, at Forbindelsen kun er fumarsurt Kvægsolvteille, og derimod ikke en Forbindelse, hvori Kvægsolvet er bundet til Kulstof.

Ved Indvirkning af Fumarsyre paa Merkuridacetat og Merkuridnitrat dannedes den samme Forbindelse, som var vundet ved Anvendelse af Merkuridsulfat. Derimod faas naturligvis intet Bundfald med Kvægsølvkloridopløsning. Allerede 1826 har H. Rose<sup>1)</sup> vist, at en Opløsning af et neutralt, fumarsurt Salt ikke fælder en Sublimatopløsning.

<sup>1)</sup> Poggendorfs Annaler 7, 87; se ogsaa F. L. Winkler: Repertorium für die Pharmacie 39, 53 (1831).

Ved Kogning af fældet Kvægsølvteille med fumarsurt Natron og Vand gik kun et yderst ringe Spor af Kvægsolv i Opløsning.

Det ses altsaa, at Maleinsyre og Fumarsyre forholde sig ganske forskelligt overfor Merkuridsalte.

## 6. Itaconsyre.

Af de tre isomere Syrer Itaconsyre, Citraconsyre og Mesaconsyre svarer den første nærmest til Akrylsyre, idet den jo er en Methylenravsyre, medens de to andre ere analoge med Maleinsyre og Fumarsyre. Det viste sig da ogsaa, at Itaconsyren overfor Merkurid-sulfatopløsningen forholder sig paa ganske lignende Maade som Akrylsyren og Krotonsyren.

3,5 Gram Itaconsyre opløstes i 5 Gram kogende Vand, og Opløsningen filtreredes varm ned i 25 Ccm. af Merkuridsulfatopløsningen. Der fremkom herved intet Bundfald, hvorfor der blev tilsat Alkohol. Dette fremkaldte straks hvidt Bundfald paa det Sted, hvor Alkoholen blev tilsat, men ved Omrøring forsvandt Bundfaldet igen. Først da der var tilsat 40—50 Ccm. Alkohol, kom der Bundfald, som ikke forsvandt ved Omrøring. Bundfaldets Mængde var imidlertid kun ringe, og det havde en slimet Beskaffenhed, som vilde vanskeliggøre dets Frafiltrering meget. For at faa det mere fast, tilsatte jeg derfor yderligere 100 Ccm. Alkohol i Portioner og under meget kraftig Omrøring. Efter 7 Timers Henstand filtreredes Bundfaldet fra paa et Planfilter og vaskedes med en Blanding af Alkohol og Æther (som ikke fælder Moderluden) og endelig med Æther alene. Efter grundig Udvaskning hermed og kraftig Afsugning lufttørredes Præparatet, og der vandtes derved ca. 5 Gram deraf som et hvidt, vægtfyldigt, mikrokrySTALLINSK Pulver.

Ved en anden Fremstilling opløstes 7 Gram Itaconsyre i 10 Gram varmt Vand, og Opløsningen filtreredes ned i en kold Opløsning af 10 Gram Kvægsølvteille i 40 Gram Vand og 10 Ccm. koncentreret Svovlsyre. Efter at Blandingen var afkølet under Vandhanen, fældedes den straks med 400 Ccm. Alkohol (altsaa en noget større Mængde end ovenfor benyttet), og det derved udskilte, slimede Bundfald rystedes godt igennem sammen med Moderluden i en stor Kolbe for at faa det til at samle sig noget. Derpaa filtreredes og vaskedes det paa samme Maade som ovenfor beskrevet og vejede efter Lufttørring omtrent 11 Gram. I Udseende lignede det ganske det første Præparat.

De to Præparater ere nedenfor betegnede henholdsvis som I og II.

Den kvalitative Undersøgelse viste, at de begge vare organiske Forbindelser af Kvægsolv og Svovlsyre.

Den kvantitative Undersøgelse gav følgende Resultater:

0,4699 Gram af Præparat I gav 0,2113 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,0672 Gram H  $\therefore$  12,26 % C og 1,59 % H.



Forbrændingen og Kvægsølvbestemmelsen i I udførtes først ca. 3 Uger efter at Præparatet var fremstillet, og det var da sonderdelt noget, saa at det ikke opløstes klart i Saltsyre, men efterlod lidt Kvægsølvklorure uopløst. Dette filtreredes fra paa vejet Filter, og i Filtratet bestemtes Svovlsyren og Kvægsølvet paa sædvanlig Maade som Baryumsulfat og Svovlkvægsølv. Paa den Maade fandt jeg, at

0,5708 Gram af Præparat I gav 0,0062 Gram  $\text{Hg}_2\text{Cl}_2$ , 0,0824 Gram  $\text{BaSO}_4$  og 0,3916 Gram  $\text{HgS}$ , svarende til 1,16 %  $\text{Hg}$ , 5,94 %  $\text{SO}_4$  og 59,14 %  $\text{Hg}$ .

Analyserne af Præparat II udførtes i de første 2—3 Dage efter Fremstillingen. Præparatet var oprindelig aldeles klart opløseligt i Saltsyre, og paa den Tid, da Analysen udførtes, var den Del, der ikke opløstes, kun tilstrækkelig til at gøre Opløsningen i Salt-syre svagt opaliserende. Om en særlig Bestemmelse af den som Merkurosalt tilstede-værende Mængde Kvægsølv kunde der derfor ikke være Tale.

0,4050 Gram af Præparat II gav 0,1838 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,0764 Gram  $\text{H}$ ,  $\therefore$  12,37 %  $\text{C}$  og 2,09 %  $\text{H}$ .

0,6041 Gram af Præparat II gav 0,0816 Gram  $\text{BaSO}_4$  og 0,4200 Gram  $\text{HgS}$   $\therefore$  5,56 %  $\text{SO}_4$  og 59,93 %  $\text{Hg}$ .

1,0156 Gram af Præparat II gav 0,1412 Gram  $\text{BaSO}_4$   $\therefore$  5,72 %  $\text{SO}_4$ .

Sammenlignes Analyserne af de to Præparater, ses det, at de i alt væsentligt ere identiske, skønt de, som nedenfor skal vises, synes at være Blandinger af forskellige Stoffer:

I.	C:	12,26	H:	1,59	Hg:	60,30	SO <sub>4</sub> :	5,94	
II.	-	12,37	-	2,09	-	59,94	-	5,56	5,72.

Af de for Præparat I fundne Tal findes, at Forholdet mellem Kulstofatomernes Antal og Kvægsølvatomernes Antal bliver 3,46.

Talstørrelserne ved Præparat II giver Forholdet  $\text{C}:\text{SO}_4$  lig 17,76,  $\text{C}:\text{Hg}$  lig 3,44.

Medens Forskellen, som de to Præparater vise i Forholdet  $\text{C}:\text{SO}_4$ , er betydelig, er Overensstemmelsen, som desuagtet viser sig i Forholdet  $\text{C}:\text{Hg}$ , saa stor, at det, da Kvægsølv-mængderne i Reglen ere fundne lidt for lave, med Føje kan antages, at Forholdet  $\text{C}:\text{Hg}$  skal være 3,33, d. v. s. at der paa 3 Atomere Kvægsølv er 10 Atomere Kulstof, stam-mende fra to Molekuler Itaconsyre.

Derimod frembyde Forholdene  $\text{C}:\text{SO}_4$  ingen Muligheder for et simpelt Forhold mellem Antallet af de i Forbindelsen indgaaende Molekuler Itaconsyre og  $\text{SO}_4$ -Grupper. Det lod sig vel tænke, at Uregelmæssigheden skyldes et ringe Indhold af fri Svovlsyre, som ikke havde ladet sig udvaske af det slimede Bundfald; men at dette ikke var Tilfældet, paa-vises ved Udtrækning af det lufttørre Bundfald med Æther, Afdampning af Ætheren og Tilsætning af Vand og Lakmuspopløsning. Der kom derved ganske vist en rød Farve, men

denne slog om til blaat ved Tilsætning af en enkelt Draabe  $\frac{2}{10}$ -normal Natronopløsning; den anvendte Mængde Substans ved denne Prøve var 0,5622 Gram af Præparat II.

Koges eller opvarmes Stoffet paa Vandbad med Vand, da spaltes det saaledes, at al Svovlsyren og noget Kvægsolv gaar i Opløsning<sup>1)</sup>, og der bliver en svovlsyrefri Rest tilbage.

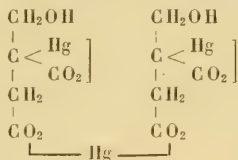
3,5 Gram af Præparat II overhældtes derfor med 100 Gram destilleret Vand og varmedes hermed i et kogende Vandbad 1 Time. Derpaa filtreredes den uopløste Rest fra paa et lille Planfilter, vaskedes derpaa med kogende Vand og med Alkohol og tørredes i Luften. Udbyttet var ca. 3 Gram af et sandet, ganske svagt rødtligt Pulver, som var saa godt som klart oploseligt i Saltsyre, og som ikke i denne Opløsning (efter at den meget ringe Uklarhed var fjernet ved Opvarmning efter Tilsætning af et Par Draaber svag Salpetersyre) gav Reaktion for Svovlsyre.

Den kvantitative Undersøgelse af Stoffet gav følgende Resultat:

0,3082 Gram Substans gav 0,1435 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,0495 Gram  $\text{H}_2\text{O}$  : 12,70 % C og 1,78 % H.  
0,4498 Gram Substans gav 0,3300 Gram  $\text{HgS}$  : 63,24 % Hg.

Heraf findes Forholdet C:Hg lig 3,35, saa at det altsaa maa antages, at ogsaa den her foreliggende Forbindelse indeholder 10 Kulstofatomer paa 3 Kvægsolvatomer.

Hvis nu Forbindelsen er sammensat paa en med Akrylsyrens Kvægsolvforbindelse analog Maade, bliver det naturligt at antage, at Sammensætningen er



Antages det endvidere, at Molekulet har 2 Molekuler Krystalvand, bliver den empiriske Sammensætning  $\text{C}_{10}\text{Hg}_3\text{H}_{10}\text{O}_{10} + 3\text{H}_2\text{O} = \text{C}_{10}\text{Hg}_3\text{H}_{16}\text{O}_{13}$ , med hvilken Formel Analysens Resultater ogsaa stemme overens.

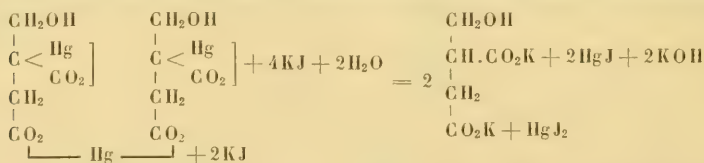
	$\text{C}_{10}\text{Hg}_3\text{H}_{10}\text{O}_{10} + 3\text{H}_2\text{O}$	Beregnet:	Fundet:
C <sub>10</sub>	120,0	12,70	12,70
Hg <sub>3</sub>	600,9	63,58	63,24
H <sub>16</sub>	16,2	1,71	1,78
O <sub>13</sub>	214,0	22,01	
	945,1	100,00	

<sup>1)</sup> I en vilkaarlig Mængde af denne bestemtes  $\text{SO}_4$  og Hg. Der fandtes 0,3631 Gr.  $\text{BaSO}_4$  og 0,0887 Gr.  $\text{HgS}$ , hvilket er 4  $\text{SO}_4$  paa 1 Hg.

Ved Henstand over koncentreret Svovlsyre tabte 0,4064 Gram Substans 0,0189 Gram Vand, det er 4,65 %.  $3\text{H}_2\text{O}$  svarer til 5,71 %,  $2\frac{1}{2}$  Molekule Vand til 4,76.

Den her beskrevne Itaconsyreforbindelse, som altsaa er Merkuridsaltet af en til Merkuridakrylsyren svarende Merkuriditaconsyre, er ikke kvalitativt væsentlig forskellig fra Merkuridakrylsyren, naar det erindres, at en Del af dens Kvægsolv er Ion. Den udskiller derfor en Del af sit Kvægsolv som Kvægsølvteille ved Behandling med kold Natronlud. Den derved opløste Del af Forbindelsen sonderdeles dog ved Opvarmning af den alkaliske Opløsning, ikke under Udskillelse af Kvægsølvteille, men under videregaaende Spaltning, idet der udfældes metallisk Kvægsolv.

I Syrer, navnlig Saltsyre, opløses Forbindelsen let. Ogsaa i Opløsninger af Klor-metaller er den opløselig. I Jodkaliumopløsning opløses Stoffet under Frigørelse af Alkali, og ligesom ved Merkuridakrylsyren foregaar den Sønderdeling, der fremkalder Alkaliteten, ikke momentant, men lidt efter lidt og efterhaanden langsommere og langsommere. Af 0,4064 Gram Substans dannedes saaledes i Løbet af 4—5 Timer ved Behandling med Jodkalium, idet Opløsningen nu og da opvarmedes, en Alkalimængde svarende til 10,5 Ccm. 0,05056-normal Svovlsyre. Den i Løbet af et godt Dogn dannede Alkalimængde svarede til 14,1 Ccm. af samme Syre, og Alkalidannelsen syntes endnu langsomt at tiltage, overensstemmende med, at den fundne Alkalimængde kun udgør 1,66 Æquivalent paa ét Molekule, medens Formlen kræver, at der ved en fuldstændig Spaltning skal dannes 2 Æquivalenter, idet



Hvis man til en svovlsur Opløsning af Merkuriditaconsyrens Merkuridsalt sætter en ringe Mængde Jodkalium, da udskilles et lyst gult Bundfald, som ikke har det gule Kvægsølvjodids Farve eller øvrige ydre Udseende. Det kan frafiltreres, men bliver i Løbet af kort Tid rødt under Dannelse af Kvægsølvjodid. Filtratet giver atter ved Tilsætning af Jodkalium den samme gule Farve, men tilsættes efterhaanden mere og mere Jodkalium, da indtræder der et Øjeblik, hvor Bundfaldet faar et rødligt Skær for snart at blive helt rødt. Den Mængde Jodkalium, der skal tilsættes for at naa dette Punkt, bestemtes paa følgende Maade.

$\frac{1}{2}$  Milligrammolekule af Stoffet opløstes i Kulden i svovlsyreholdigt Vand. Der tilsattes fra en Burette forsigtigt, men dog hurtigt, en halvnormal Jodkaliumopløsning. Forst efter Tilsætning af ca.  $\frac{1}{2}$  Ccm. kom der blivende Bundfald; Bundfaldet var blødt,

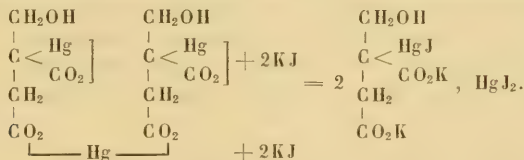
fyldigt og lysegult. Bundfald af selv samme Udseende udskiltes ved fortsat Tilsætning af Jodkaliumopløsning. Endnu, da der var tilsat 4 Ccm., var Bundfaldets Udseende ganske uforandret. Men da der yderligere blev tilsat 0,1 Ccm. af Jodkaliumopløsningen, antog Bundfaldet pludselig et stærkt rødt Skær, og ved fortsat Tilsætning af Jodkalium blev Farven rent rød. Efterhaanden gik hele Bundfaldet i Opløsning. Da der ialt var tilsat 8,4 Ccm., var næsten alt opløst, efter Tilsætning af 9 Ccm. var kun en yderst ringe gul Rest tilbage, som ikke opløstes ved Tilsætning af en stor Mængde Jodkalium.

Der brugtes altsaa 4,1 Ccm. 0,5-normal Jodkaliumopløsning til med  $\frac{1}{2}$  Milligrammolekule af Stoffet at fremkalde det rødlige Skær. Et Forbrug af 4 Ccm. vilde svare til 4 Æquivalenter Jodkalium paa et Molekule af Itaconsyreforbindelsen.

At det fundne Forbrug ikke er tilfældigt, men at 4 Æquivalenter Jodkalium virkelig er den Mængde, der primært reagerer med ét Molekule af Forbindelsen, ses af, at jeg ved Gentagelse af Forsøget med en lille Ændring kom til samme Resultat.

$\frac{1}{2}$  Milligrammolekule merkuriditaconsurt Kvægsolvtveitte opløstes i svovlsyreholdigt Vand. Til Opløsning sættes 2 Ccm. 0,5-normal Jodkaliumopløsning. Det udskilte gule Bundfald filtreredes fra paa et lille Filter, men udvaskedes ikke, og Filtratet fældedes med Jodkaliumopløsningen. Da der ved denne anden Tilsætning af Jodkalium var forbrugt 1,9 Ccm., viste det oprindeligt gule Bundfald, som nu var udskilt, det rødlige Skær. Ved dette Forsøg brugtes altsaa ialt 3,9 Ccm. af Jodkaliumopløsningen paa  $\frac{1}{2}$  Milligrammolekule af Itaconsyreforbindelsen. At den anvendte Jodkaliummængde i dette Tilfælde er lidt mindre end i det forrige, hidrører aabenbart fra, at lidt Væske er bleven hængende ved det fra-filtrerede Bundfald.

For at forklare, at der anvendes 4 Æquivalenter Jodkalium paa 1 Molekule af Itaconsyreforbindelsen, er det simplest at antage, at Reaktionen foregaar under Dannelse af et Dobbelt salt af et Jodid af Kvægsolvitaconsyrens Dikaliumsalt med Kvægsolvjodid efter Reaktionsskemaet



At det med Underskud af Jodkalium dannede, gule Bundfald efterhaanden bliver rødt, maa da skyldes en Sønderdeling. At Bundfaldet bliver rødt, naar der tilsættes mere end 4 Æquivalenter Jodkalium, er en Selvfølge, idet det af Overskuddet af Jodkalium vil sønderdeles under Dannelse af Itaconsyre.

Ved ovenstaaende Reaktionsligning er der regnet med Itaconsyreforbindelsen i dennes oprindelige Sammensætning; at man i den svovlsure Opløsning, som er benyttet ved Forsøgene, vel sagtens har Forbindelsen i Form af et Sulfat, bliver naturligvis uden Indflydelse paa Reaktionens Væsen.

## 7. Citraconsyre.

Det er i det foregaaende Afsnit vist, at Itaconsyren overfor Merkuridsulfatopløsningen reagerer som en med Gruppen  $-\text{CH}_2\text{COOH}$   $\alpha$ -substitueret Akrylsyre og paa en med Akrylsyren ganske analog Maade. Af Citraconsyren maa det da ventes, at den vil reagere paa samme Maade med Merkuridsalte, som Maleinsyren gør det, idet den jo er en Methylmaleinsyre. Forsøgene have da ogsaa fuldstændig bekræftet dette.

Med Merkuridsulfatopløsningen giver Citraconsyren ikke noget Bundfald, førend der tilsættes Alkohol. Der faas da et gult Bundfald, der dog er en Blanding af forskellige Ting, men som i hvert Fald afgiver en Del Kvægsølv ved Behandling med Alkali, hvori en Del af Kvægsølvet oploses, medens en Del bliver uopløst tilbage dels som metallisk Kvægsølv og dels som Kvægsølville. Da der ingen Udsigt syntes at være til at faa et ensartet Præparat ud af Bundfaldet, gik jeg over til at undersøge Indvirkningen af Citraconsyre paa Merkuridacetat, hvormed jeg jo ved Maleinsyren havde faaet et godt Resultat.

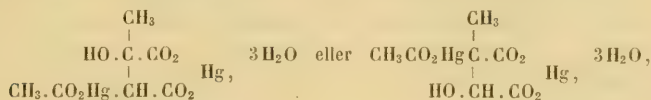
20 Gram Merkuridacetat opløstes i 60 Ccm. varmt Vand; Opløsningen filtreredes fra en ringe, uopløst Rest, og til Filtratet blev der efter Afkøling til almindelig Temperatur sat en Opløsning af 5 Gram Citraconsyre i 40 Ccm. koldt Vand. Der kom imidlertid ikke Bundfald, hverken straks eller ved nogen Tids Henstand, og Blandingen opvarmedes derfor paa Traadnet. Da Temperaturen var omtrent  $60^\circ$ , kom der pludselig en Udskillelse af et hvidt, vægtfyldigt, mikrokrySTALLINSK Bundfald, hvis Mængde meget rask tiltog i en betydelig Grad. Saa snart Bundfælden var indtraadt, blev Opvarmningen afbrudt, og efter nogle Minutters Henstand (Væskens Temperatur var endnu omtrent  $50^\circ$ ) blev Bundfaldet fratrilleret paa et Planfilter. Det vaskedes først med en Blanding af 20 Draaber 50 %-holdig Eddikesyre og 50 Ccm. Vand, derpaa med Vand alene og endelig med Alkohol. Efter Tørring i Luften vejede Bundfaldet 8 Gram. I tør Tilstand danner det et støv fint, hvidt, vægtfyldigt Pulver.

Den kvantitative Analyse af Stoffet gav følgende Resultater:

0,4915 Gram Substans gav ved Forbrænding 0,2238 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,1051 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 12,42 % C og 2,38 % H.  
0,3577 Gram Substans gav 0,2544 Gram  $\text{HgS}$ , det er 61,31 % Hg.



Disse Procentmængder stemme ganske godt overens med dem, der beregnes for en med Maleinsyrens Kvægsolvforbindelse analog Formel, idet det antages, at Molekulet indeholder 3 Molekuler Krystalvand, saa at dets Sammensætning altsaa bliver



der begge udtrykkes empirisk ved Formlen

$\text{C}_7\text{H}_8\text{Hg}_2\text{O}_7, 3 \text{H}_2\text{O}.$		Beregnet:	Fundet:
C <sub>7</sub>	84	12,75	12,42
H <sub>14</sub>	14,1	2,14	2,38
Hg <sub>2</sub>	400,6	60,82	61,31
O <sub>10</sub>	160	24,29	
	<hr/> 658,7	<hr/> 100,00	

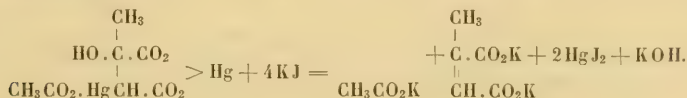
I sine Egenskaber viser Præparatet nu ogsaa god Overensstemmelse med denne Formel og med den tilsvarende, af Maleinsyre dannede Forbindelse.

I Vand og Alkohol er det saaledes uopløseligt. Af Syrer opløses det let, og ved Kogning med Svovlsyre afgives der en flygtig Syre.

Af Alkalier opløses det delvis, idet en Del af Kvægsolvet udskilles som Kvægsolv-ilde, hvilket jo stemmer overens med, at en Del af Kvægsolvet er Ion. Af den alkaliske Opløsning fældes med Svovlammonium sort Svovlkvægsolv.

Overfor Alkalimetallernes Klor-, Brom- og Jodforbindelser forholder det sig ogsaa ganske som Maleinsyrens Kvægsolvforbindelse. Iøvrigt synes det at være temmelig bestandigt overfor kold Jodkaliumopløsning, hvoraf det vel opløses, men hvormed det ikke selv ved nogen Tids Henstand ved almindelig Temperatur spaltes under Frigørelse af Alkali. Denne Sønderdeling finder derimod Sted, naar Opløsningen i Overskud af Jodkalium opvarmes, men ogsaa da foregaar den temmelig langsomt.

0,4301 Gram Substans opløstes i 30 Ccm. Vand og 5 Gram Jodkalium. Ved Titrering i Varmen og efter Tilsætning af Fenolftalein brugtes til Neutralisation af den frigjorte Alkalimængde 10,7 Ccm. 0,05056-normal Svovlsyre. Dette bliver 0,41 Æquivalenter paa 1 Atom Kvægsolv, medens Formlen kræver 0,5 Æquivalenter, som det ses af følgende Reaktionsligning:



### 8. Mesaconsyre.

Fumarsyrens Forhold til Kvægsølvulfatopløsningen er omtalt Side 32; det er der vist, at den frie Fumarsyre endogsaa i en stærkt svovlsur Opløsning af Merkuridulfat udskiller et meget tungtopføseligt Bundfald, der simplest opfattes som fumarsurt Kvægsølvteille. Det vil af det følgende fremgaa, at Mesaconsyren, der jo er Methylfumarsyre, forholder sig paa ganske tilsvarende Maade, idet den med Merkuridulfatopløsningen udskiller et hvidt, tungtopføseligt Bundfald.

Til Fremstilling af dette opløstes 3,5 Gram Mesaconsyre, som jo er temmelig tungtopføselig i koldt Vand, i 50 Ccm. kogende Vand, og den saaledes dannede, ikke ganske klare Opløsning filtreredes ned i 25 Ccm. af Merkuridulfatopløsningen. Ikke straks, men meget snart udskiltes et krystallinsk, hvidt, meget vægtfyldigt Krystalmel. Efter kort Tids Henstand filtreredes den endnu varme Moderlud fra Bundfaldet, og dette vaskedes med koldt Vand, Alkohol og Æther og tørredes derpaa i Luften. Udbyttet af det lufttørre Præparat var 4,2 Gram.

Analysen viste, at Forbindelsen indeholdt organisk Stof og Kvægsølv, men ikke Svovlsyre, og af de kvantitative Bestemmelser fremgaar det, at Forbindelsen er sammensat som et mesaconsurt Kvægsølvtveille med 1 Molekule Krystalvand. En saadan Forbindelse har jeg ikke fundet omtalt i Litteraturen<sup>1)</sup>.

$C_5H_4O_4Hg + H_2O$		Beregnet:	Fundet:	
C <sub>5</sub>	60.	17,33	17,26	17,20
H <sub>8</sub>	6	1,73	2,33	1,56
O <sub>5</sub>	80			
Hg	200,3	57,84	57,22	
		246,3		

0,3525 Gram Substans gav 0,2231 Gram CO<sub>2</sub> og 0,0739 Gram H<sub>2</sub>O.

0,3093 — — — 0,1951 — — — 0,0435 — —

0,5538 — — — 0,3676 — Hg S. (Bestemt ved Opløsning i Saltsyre og Fældning med Svovlbrinte.)

At Vandet ikke er til Stede som Konstitutionsvand, hvilket kunde føre til et med Akrylsyrens kvægsølvsforbindelser analogt Stof, men som Krystalvand, fremgaar af følgende: 0,5525 Gram tabte ved Tørring til konstant Vægt i Vakuum over Klorcalcium kun 0,0010 Gram eller 0,18 %. Men ved fortsat Tørring ved 96° og til konstant Vægt afgaves yder-

<sup>1)</sup> Baup angiver (Annales de Chimie et de Physique, 3. S, **33**, 193. 1851), at fri Mesaconsyre giver Bundfald med Merkurinitrat, mesaconsure Salte med Merkuridklorid. I Modsætning hertil fandt jeg, at en Opløsning af mesaconsur Kalk ikke fældedes af Kvægsølvklorid; mesaconsurt Kvægsølvtveille opløses endogsaa i Klorcalciumopløsning.

ligere 0,0263 Gram. Det samlede Tab var saaledes 0,0273 Gram eller 4,94 %, og 1 Molekule Vand svarer netop til 4,94 %. Ved Henstand over Vand i 12 Timer optages atter 0,0274 Gram Vand, og ved yderligere Henstand over Vand forøgedes Vægten kun meget langsomt. I Løbet af nogle Dage optoges saaledes yderligere 0,0056 Mg. Vand, og Vægten var nu konstant.

Med Natron udskilles alt Kvægsølvet som Kvægsølvteile. I Klornatrium-, Klorammonium- og Jodkaliumopløsninger opløses Saltet let.

### 9. Malonsurt Æthyl.

Blandes en kold Opløsning af Mercuridacetat i Vand sammen med Malonsyreæthylæther, da fremkommer der intet Bundfald; men opvarmes Blandingen, indtræder der en Reaktion, som efter Blandingens Afkøling giver sig tilkende ved Udskillelsen af et hvidt, krystallinsk Bundfald. En Opvarmning, indtil Væskens Temperatur var 65°, var utilstrækkelig til at fremkalde Reaktionen, medens en Opvarmning, indtil Væskens Temperatur er 75°—80°, har vist sig passende.

20 Gram endnu lidt fugtigt Mercuridacetat opløstes i 100 Ccm. koldt Vand, og til Opløsningen sættes 7,5 Ccm. af en Malonsyreæthylæther, som umiddelbart forinden var befriet for fri Malonsyre<sup>1)</sup> ved meget grundig Rystning med en Sodaopløsning. Malonsyreætheren blev tilsat i Form af en Emulsion, dannet ved kraftig Rystning med 20 Ccm. koldt, destilleret Vand. Efter kort Tids Henstand ved almindelig Temperatur filtreredes Blandingen fra en ringe Uklarhed, og Filtratet opvarmedes derpaa til ca. 80°, for straks efter at afkøles i rindende Vand. Opvarmningen foretages passende paa et Traadnet eller en Asbestplade. Væsken udskilte ved Afkøling et meget rigeligt, hvidt, silkeglinsende, krystallinsk Bundfald, og tilsidst dannede hele Reaktionsblandingen en Krystalgrød. Krystallerne filtreredes fra paa Planfilter under meget svag Sugning. De vaskedes med koldt, destilleret Vand og tørredes næsten ved lang Tids svag Sugning. Derpaa lufttørredes Bundfaldet, der nu dannede en hvid, silkeglinsende, filtet Masse. Udbyttet af lufttørt Stof var 8 Gram; Moderluden gav ved et Døgns Henstand yderligere 3 Gram. Under Mikroskopet viser Stoffet sig som lange, gennemsigtige, skraat afskaarne Naale.

Analysen af det lufttørre Præparat gav følgende Resultat:

0,4060 Gram Substans gav 0,2735 Gram CO<sub>2</sub> og 0,1123 Gram H<sub>2</sub>O, det er 18,37 % C og 2,44 % H.  
0,6068 Gram Substans gav 0,4128 Gram CO<sub>2</sub> og 0,1478 Gram H<sub>2</sub>O, det er 18,54 % C og 2,69 % H.

<sup>1)</sup> Malonsyreæther sonderdeles nemlig efterhaanden ved Henstand, saa at ældre Præparater ved Rystning med Vand giver et vandigt Udtræk, der reagerer stærkt surt.

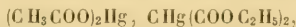
0,4828 Gram Substans gav ved Opløsning i varm Saltsyre og Fældning med Svovlbrinte  
0,3117 Gram HgS, det er 55,65 % Hg.

Herefter bliver Forholdet mellem Antallet af Kulstofatomer og af Kvægsolvatomer 5,54, eller, da Kvægsølv i disse Forbindelser hyppigst findes for lavt, 5,5, d. v. s. der findes 11 Atomer Kulstof paa 2 Atomer Kvægsolv. Naar en Forbindelse af denne Beskaffenhed skal kombineres af Malonsyreæthylæther, der indeholder 7 Kulstofatomer, Eddikesyre, som har 2 Kulstofatomer, Kvægsolv og Vand, kommer man til Sammensætningen  $C_{11}H_{18}O_8Hg_2$ , som, naar det antages, at Molekulet indeholder 2 Molekuler Vand, ogsaa svarer til Analysens Resultater, idet:

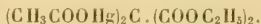
$C_{11}H_{18}O_8Hg_2 + 2H_2O$		Beregnet:	Fundet:	
C <sub>11</sub>	132	18,52	18,37	18,54
H <sub>20</sub>	20	2,80	2,44	2,69
Hg <sub>2</sub>	400,6	56,22	55,65	
O <sub>10</sub>	160	22,46		
	712,6	100,00		

Vandbestemmelse: 0,5712 Gram afgav ved Henstand over Klorkalcium til konstant Vægt 0,0285 Gram, det er 4,99 %. Ved Henstand over Vand optoges atter 0,0295 Gram Vand. Vægtføregelsen var derpaa ubetydelig. Til  $2H_2O$  svarer 5,05 %.

En Forbindelse af den her antagne empiriske Formel kan nu tænkes bygget paa to Maader: som et Dobbelsalt af eddikesurt Kvægsolvtveite med et Salt dannet af Malonsyreæther ved Substitution af begge dennes Methylenbrintatomer med et Kvægsolvatom, altsaa

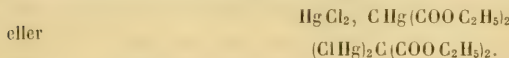


eller som en Malonsyreæther, hvori to Kvægsolvatomer ere indgaede i Stedet for de to Methylenbrintatomer og samtidig ere forbundne med to Eddikesyrerester, altsaa



At Forbindelsen overhovedet er et Acetat, fremgaar nu ikke blot af den kvantitative Analyse, men ogsaa af andre Forhold. Saaledes giver den ved Overhældning med kold 10-procentholdig Svovlsyre straks en stærk Lugt af Eddikesyre, og ved Destillation med svag Svovlsyre faas et surt reagerende Destillat, som efter Neutralisation med Kalciumkarbonat giver en intensiv rød Farve ved Tilsætning af en svag Jernkloridopløsning. At disse Reaktioner ikke, som tænkeligt jo var, skyldes det, at Forbindelsen er en Malonsyreforbindelse og som saadan kan spaltes under Dannelse af Eddikesyre, fremgaar af, at den svovlsure Opløsning ved Tilsætning af Klorammonium udskiller et Klorid, afledet af den ovenfor beskrevne Forbindelse ved Erstatning af de to Eddikesyrerester med to Kloratomer, altsaa dannet ved simpel Dobbeltkomposition. Klorforbindelsen udskilles som et hvidt,

tungtopløseligt, mikrokrySTALLINSK Bundfald, der efter Vaskning med Vand og Torrning ved 98° har Sammensætningen  $C_7H_{10}O_4Hg_2Cl_2$ , altsaa Bygningen



Den kvantitative Analyse af Stoffet gav nemlig følgende Resultater:

0,2351 Gram Substans gav 0,1160 Gram  $CO_2$  og 0,0342 Gram  $H_2O$ , det er 13,46 %  $CO_2$  og 1,62 %  $H_2O$ .

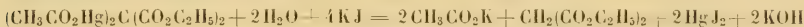
0,4451 Gram Substans ophededes med tørt Natriumkarbonat; ved Titring efter Volhard brugtes 14,6 Ccm. Solvnitratopløsning, hvoraf 100 Ccm. indeholdt 1,0203 Gram Søl; Resultat: 11,01 % Cl.

0,3611 Gram Substans opløstes i Saltsyre og fældedes med Svovlbrinte; herved udskiltes 0,2598 Gram  $HgS$ , svarende til 62,02 % Hg. Denne Mængde er betydelig lavere end den beregnede; Filtratet var dog klart og holdt sig klart ved Henstand til næste Dag; ikke heller gav det, efter Bortkogning af Svovlbrinten, Bundfald med Tinforklor.

$C_7H_{10}O_4Hg_2Cl_2$	Beregnet:	Fundet:
C <sub>7</sub> 84,0	13,34	13,46
H <sub>10</sub> 10,1	1,60	1,62
Hg <sub>2</sub> 400,6	63,63	62,02
Cl <sub>2</sub> 70,9	11,26	11,01
O <sub>4</sub> 64,0	10,17	
629,6	100,00	

Lader man derimod en større Mængde Klorammonium eller Klornatrium indvirke paa Acetatet, da sonderdeles det, og Væsken kommer til at reagere alkalisk. Paa samme Maade foregaar Sonderdelingen med Jodkalium. En Titring af den frigjorte Alkalimængde gav følgende Resultat:

0,1545 Gram Substans opløst i en vandig Opløsning af Jodkalium brugte 8,0 Ccm. 0,05056 normal Svovlsyre til Neutralisation. Paa 1 Molekule af Acetatet bliver dette 1,92 Æquivalenter. Reaktionsligningen



fordrer, at der skal frigøres 2 Æquivalenter Alkali. Man maa ved denne Forbindelse, da den er en sammensat Ætherart, passe paa ved Tilsætning af den titrerede Syre at holde Væsken ganske svagt alkalisk; ellers foregaar der en Forsæbning, saa at man finder en mindre Alkalimængde end den, der svarer til den anførte Reaktionsligning. Endvidere maa Titringen foretages i Kulden. Acetatet opløses ikke pludselig i Jodkaliumopløsningen, men Reaktionen maa dog betragtes som foregaaende momentant.



I Svovlsyre opløses Acetatet temmelig let især ved svag Opvarmning; overhælder Acetatet med 10 %-holdig, kold Svovlsyre i ikke for rigelig Mængde, da dannes der et hvidt Sulfat, og Væsken kommer til at lugte stærkt af Eddikesyre. Efter Tørring over Klorkalcium indeholdt Sulfatet 14,10 %  $\text{SO}_4$  (0,4802 Gram Substans gav 0,1646 Gram  $\text{BaSO}_4$ ). For  $\text{SO}_4\text{Hg}_2\text{C}(\text{CO}_2\text{C}_2\text{H}_5)_2$  beregnes 14,66 %  $\text{SO}_4$ . Overfør Jodkalium forholder Sulfatet sig som Acetatet.

I Natronlud opløses Acetatet ikke eller kun vanskeligt, da det ikke let vædes af vandige Væsker. Der udskilles i hvert Fald ikke Kvægsolvteilde, hvilket viser, at Acetatet ikke godt kan være et Dobbeltsalt. Opløsningen af Acetatet i Svovlsyre fældes ikke af Overskud af Natron; med Kaliumplatinklorure giver den et rødbrunt Bundfald.

Acetatet er opløseligt i Methylalkohol og Æthylalkohol og kan omkrystalliseres af disse Opløsningsmidler.

## 10. Malonsyre.

I det foregaaende har jeg vist, at malonsurt Æthyl ved Indvirkning af Merkurid-acetat ombytter begge sine Brintatomer med Metal. Forsøg, ved hvilke jeg har ladet fri Malonsyre indvirke paa Merkuridsulfatopløsningen, gav det interessante Resultat, at den Bevægelighed, der er ejendommelig for Methylengruppens Brintatomer i Malonsyreætheren, gentindes hos de samme Brintatomer i den fri Malonsyre.

Til den simplest sammensatte af de Kvægsolvmalonsyreforbindelser, jeg har fremstillet, er jeg kommen paa følgende Maade:

1,5 Gram Malonsyre opløstes i 8 Ccm. Vand, og Opløsningen blev i Kulden sat til 40 Ccm. af den sædvanlige Merkuridsulfatopløsning. Der anvendtes saaledes 1 Molekule Malonsyre paa omtrent 3 Atomere Kvægsolv. Blandingen stod nogen Tid hen, uden at der kom Bundfald selv ved Omrøring; men da den blev opvarmet ganske svagt, begyndte der meget snart at udskille sig et hvidt, mikrkrystallinsk Bundfald. Dette blev frafiltreret paa et Planfilter under Sugning, og da der ved dette Forsøg var anvendt mere end 2 Atomere Kvægsolv paa 1 Molekule Malonsyre, blev Bundfaldet først vasket nogle Gange med kold, stærkt fortyndet Svovlsyre og først derpaa med destilleret Vand og med absolut Alkohol. Udbyttet af lufttørt Præparat var  $6\frac{1}{2}$  Gram.

Analysen viste, at Stoffet indeholdt organisk Substans, Kvægsolv og lidt Svovlsyre. En Gentagelse af Forsøget med omtrent samme Mængdeforhold mellem Malonsyre og Kvægsolv viste, at Forbindelsen ikke kan vaskes fri for Svovlsyre, skønt denne, som det fremgaar af Analyserne, maa betragtes som en «Urenhed». Imidlertid faar dette sin naturlige Forklaring deri, at Forbindelsen er det indre Salt af et Molekule, der samtidig er Syre og Base.

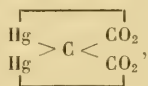
Den kvantitative Undersøgelse gav følgende Resultater:

0,6314 Gram Substans gav 0,0237 Gram  $\text{BaSO}_4$ , det er 1,54 %  $\text{SO}_4$ .

0,5303 Gram Substans gav ved Forbrænding 0,1305 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,0345 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 6,71 % C og 0,73 % H, beregnet paa svovlsyrefri Substans: 6,82 % C 0,74 % H.

0,6335 Gram Substans gav 0,5236 Gram  $\text{HgS}$ , det er 71,25 % Hg, beregnet paa svovlsyrefri Substans 72,36 % Hg.

Disse Tal vise, at Forbindelsen indeholder meget nær 3 Atomer Kulstof paa 2 Atomer Kvægsolv, saa at der altsaa foreligger en Dikvægsolvmalonsyreforbindelse, men Svovlsyremængden er for ringe til, at Forbindelsen kan være et Sulfat. De for det svovlsyrefri Præparat beregnede Procentmængder stemme overens med de Mængder, der beregnes for Formlen  $\text{C}_3\text{Hg}_2\text{O}_4$ ,  $3\text{H}_2\text{O}$ , hvorefter Forbindelsen bliver ganske analog med den af Malonsyrætheren fremstillede Kvægsolvforbindelse, altsaa



idet den som samtidig Syre og Base maa optræde som indre Anhydrid.

$\text{C}_3\text{Hg}_2\text{O}_4$ , $3\text{H}_2\text{O}$	Beregnet:	Fundet:
C <sub>3</sub> 36	6,49	6,82
H <sub>6</sub> 6	1,08	0,74
Hg <sub>2</sub> 400,6	72,23	72,36
O <sub>7</sub> 112	20,20	
554,6	100,00	

Af Forbindelsens kvalitative Egenskaber skulle følgende fremhæves:

Natronlud og Kalilud opløser den fuldstændig; med Klorammonium give disse Opløsninger Bundfald af Kvægsolvamidklorid, med Svovlammonium udskille de Kvægsolvsulfid.

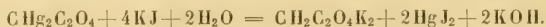
Ammoniakvand opløser den kun delvis. Af en Opløsning af kulsurt Natron opløses den fuldstændig, og i denne Opløsning iltes den meget let af en svag Opløsning af manganoversurt Kali under samtidig Udskillelse af Manganiliter. Iltningen finder allerede Sted ved almindelig Temperatur, men fremskyndes dog betydeligt ved svag Opvarmning. I denne Henseende adskiller Dikvægsolvmalonsyren sig skarpt fra selve Malonsyren, hvis Opløsning i kulsurt Natron ikke reducerer Kaliumpermanganat selv ved nogen Tids Kogning dermed.

Klorammoniumopløsning opløser Forbindelsen klart, og Opløsningen reagerer alkalisk. Ved Tilsætning af Ammoniak giver den en Udskillelse af Kvægsolvamidklorid.

Jodkaliumopløsning opløser ligeledes Forbindelsen klart, og Opløsningen reagerer alkalisk.

0,3628 Gram Substans brugte efter Sønderdeling med Jodkalium i Kulden 21,5 Ccm. 0,05056-normal Svovlsyre. Med Korrektion for den tilstedeværende Svovlsyre bliver dette 0,93 Æquivalenter paa 1 Atom Kvægsolv.

Reaktionen maa derfor antages at forløbe analogt med den for Dikvægsølvmalonsyre-ætheren paaviste Maade, nemlig efter Reaktionsskemaet



Jeg har ogsaa forsøgt at lade omtrent lige Atomer Kvægsolv og Molekuler Malonsyre indvirke paa hinanden, og er derved kommet til følgende Resultater.

Til 50 Ccm. af Merkurisulfatopløsningen blev der ved almindelig Temperatur sat en Opløsning af 6 Gram Malonsyre i 30 Ccm. Vand. Der udskilte sig derved efter faa Sekunders Forløb et hvidt Krystalmel, som efter kort Tids Henstand frafiltrerede paa Planfilter og vaskedes svovlsyrefrit med Vand. Derpaa vaskedes det ud med absolut Alkohol og tørredes i Luften. Udbyttet af lufttørt Præparat er ifølge gentagne Forsøg 10—11 Gram.

Præparatet er svovlsyrefrit, naar der arbejdes med de her angivne Mængder. Ved et Forsøg, der anstilledes i betydelig større Maalestok, fik jeg derimod et Præparat, hvori Svovlsyren vel ikke lod sig paavise paa almindelig Maade i en mindre Prove af Præparatet, men som ved et Forsøg, ved hvilket den i 20 Gram tilstedeværende Mængde Svovlsyre koncentreredes til en enkelt Reaktion, viste sig at indeholde lidt Svovlsyre.

Den kvantitative Undersøgelse gav følgende Resultater:

0,4534 Gram Substans gav ved Forbrænding 0,1254 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,0413 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 7,20 % C og 1,01 % H.

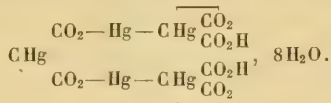
0,2733 Gram Substans gav ved Forbrænding 0,0738 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,0313 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 7,37 % C og 1,27 % H.

0,4398 Gram Substans gav 0,3536 Gram  $\text{HgS}$ , det 69,31 % Hg.

Disse Tal, ifølge hvilke Præparatet meget nær indeholder 9 Atomer Kvægsolv, svare til Sammensætningen  $\text{C}_9\text{H}_{18}\text{Hg}_5\text{O}_{20}$ .

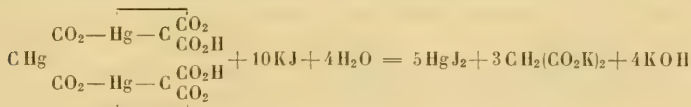
$\text{C}_9\text{H}_{18}\text{Hg}_5\text{O}_{20}$		Beregnet:	Fundet:	
C <sub>9</sub>	108	7,46	7,20	7,37
H <sub>18</sub>	18,2	1,26	1,07	1,27
Hg <sub>5</sub>	1001,5	69,18	69,31	
O <sub>20</sub>	320	22,10		
	1447,7	100,00		

Det bliver herefter og efter det, der nedenfor meddeles, at antage, at Forbindelsen er et Salt af en Monokvægsølvmalonsyre  $\text{CHg}(\text{CO}_2\text{H})_2$  med Dikvægsølvmalonsyren, saa at dens Formel bliver



Efter denne Konstitutionsformel skal Molekulet indeholde to basiske Brintatomer. At dette er Tilfældet, bekræftedes da ogsaa ved en Titring med Natron. 0,4966 Gram Substans overhældtes med kogende Vand, og der tilsattes lidt Fenoltaleinopløsning. Til den varme Blanding blev derpaa langsomt sat titreret Natronopløsning, idet Bundfaldet stadig omrørtes i Væskan og knustes med en Spatel. Da Blandingen viste tydelig og blivende alkalisk Reaktion, blev den gjort svagt sur med titreret Svovlsyre og derpaa, efter kort Tids Kogning for at uddrive Kulsyren, atter alkalisk med lidt Natronlud. Den til Kvægsølvmalonsyreforbindelsens Mætning forbrugte Mængde Natron fandtes da at være svarende til 18,6 Ccm. 0,05056-normal Syre. Heraf beregnes da, idet Stoffets Kulstofindhold som fundet sættes til 7,29 %, at der paa 9 Atomer Kulstof er brugt 1,98 Æquivalenter Natron, medens den angivne Konstitutionsformel kræver, at der skal bruges 2 Æquivalenter, en Overensstemmelse, der yder Formlen en væsentlig og betydelig Støtte.

I alle sine kvalitative Egenskaber synes den her beskrevne Forbindelse iøvrigt at stemme fuldkommen overens med Dikvægsølvmalonsyren, saa at der i den Henseende kan henvises til, hvad der er anført om denne. Kun Forholdet overfor Jodkalium skal omtales nærmere. Heraf spaltes Forbindelsen fuldstændig, og Reaktionskemaet

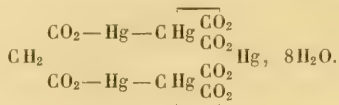


viser, at der skal frigøres 4 Æquivalenter Alkali paa 9 Atomer Kulstof. Experimentet bekræftede fuldstændig dette.

0,4414 Gram Substans brugte efter Sønderdeling med Jodkalium (i Kulden) til Neutralisation 23,5 Ccm. 0,05056-normal Svovlsyre, hvilket, beregnet paa 7,29 % C, bliver 3,99 Æquivalenter paa 9 Kulstofatomer.

Ved et saa stort Molekule, som det foreliggende, er det i Reglen muligt at opstille forskellige Formler, som kunne give samme empiriske Formel, og skønt den antagne Konstitutionsformel, saa vidt jeg kan se, er støttet af Kendsgerninger, maa ogsaa andre eventuelle Muligheder tages i Betragtning. Særlig synes da en Konstitutionsformel, hvori

Forbindelsen opfattes som et malonsurt Salt og Dikvægsølvmalonsyren, at fortjene Opmærksomhed. En saadan maa, for at passe med den empiriske Formel, have Bygningen



Denne Konstitution vilde dog være i Strid med forskellige Egenskaber hos Forbindelsen. For det første er denne opløselig i Alkalier uden at der udskilles Kvægsølvt. For det andet er den en tobasisk Syre, medens ovenstaaende Formel ingen basiske Brintatomer indeholde. Imod den første Indvending kan det vel fremføres, at Kvægsølvet ikke behøver at udskilles med Alkalier, imod den sidste, at de to til Kvægsølv bundne Syreæquivalenter maaske reagere ved Titrationen. Men begge disse Ting kunne selvfølgelig ikke gøres gældende samtidig, saa at den sidst anførte Formel altsaa ikke kan være den rigtige; og andre Konstitutionsformler, som muligen lade sig opstille, maa, saa vidt jeg kan se, strande paa det samme Forhold.

Til Gunst for den Konstitution, jeg har ment at maatte give Forbindelsen, og imod enhver Formel, der lader den indeholde en Malonsyrerest, taler det da ogsaa, at jeg ikke med kogende Barytvand har kunnet fraspalte Malonsyre. Oplosningen indeholdt ikke Kvægsølv og gav, efter at Baryumhydroxydet var fældet med Kulsyre som Baryumkarbonat, med Svovlsyre kun Reaktion for et yderst ringe Spor af Baryt.

Om denne Kvægsølvmalonsyreforbindelse skal jeg endnu kun omtale, at den let affarver vinaandig Jodopløsning og ogsaa affarver Jod sammen med Vand. Herved dannes Kvægsølvjodid og en organisk Syre, som det ved en temmelig besværlig Behandling, hvis Enkeltheder ere uden Interesse, lykkedes mig at isolere i Form af Baryumsalt, der syntes at være mesoxalsur Baryt, idet det indeholdt 50,27 % Ba og 12,61 % C, medens mesoxalsur Baryt skal indeholde 50,63 % Ba og 13,26 % C. At det ikke kunde være malonsur Baryt, fremgik af, at det gav et Sølvspejl ved Opvarmning med ammoniakalsk Sølvnitrat, idet Malonsyre ikke fremkalder nogen Reaktion i denne Væske, medens Mesoxalsyre skal give Reaktionen.

Det vilde have Interesse at faa fremstillet Monokvægsølvmalonsyren, men dette er ikke lykkedes mig. Ved Indvirkning af et stort Overskud af Malonsyre paa Merkuridsulfat, nemlig 2 Molekuler Malonsyre paa omtrent 1 Atom Kvægsølv, dannedes der derimod en ny Forbindelse af Monokvægsølvmalonsyren med Dikvægsølvmalonsyren. Forsøget udførtes paa følgende Maade:

6 Gram Malonsyre opløstes i 30 Ccm. Vand, og den kolde Opløsning blev derpaa sat til 25 Ccm. af Merkuridsulfatopløsningen. Blandingen forblev klar selv efter nogen



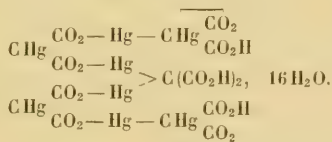
Tids Omrøring; men da den opvarmedes svagt, begyndte der snart at udskille sig et hvidt, mikrokrySTALLINSK Bundfald, der var saa fyldigt, at hele Blandingen hurtig stivnede til en geleagtig Masse. Allerede ved sine rent ydre Egenskaber viste Bundfaldet sig ganske forskelligt fra de to foregaaende Kvægsølvmalonsyreforbindelser. Det filtreredes fra paa et Planfilter under Sugning og vaskedes svovlsyrefrit med Vand. Derpaa blev det vasket med Alkohol og suget godt af. Under disse Vaskninger samlede det sig til et ret vægtfyldigt Bundfald, som efter Tørring vejede omtrent 4 Gram. Det indeholdt ikke Svovlsyre.

Analysen gav følgende Resultater:

0,4358 Gram Substans gav ved Forbrænding 0,1223 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,0528 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 7,65 % C og 1,35 % H.

0,4603 Gram Substans gav 0,3550, Gram  $\text{HgS}$ , det er 66,48 % Hg.

Herefter indeholder Forbindelsen 15 Kulstofatomer paa 8 Kvægsølvatomer, og dens Konstitution lader sig forklare ganske simpelt i Analogi med den foregaaendes ved Formlen



$\text{C}_{15} \text{H}_{36} \text{Hg}_8 \text{O}_{36}$	Beregnet:	Fundet:
$\text{C}_{15}$ 180,0	7,53	7,65
$\text{H}_{36}$ 36,4	1,59	1,35
$\text{Hg}_8$ 1602,4	66,31	66,48
$\text{O}_{36}$ 576,0	24,57	
2394,8	100,00	

Forbindelsen er i kvalitativ Henseende fuldstændig overensstemmende med de to foregaaende. Af Jodkalium og Vand spaltes den ogsaa analogt med disse. Den anførte Konstitutionsformel fordrer, at der herved — foruden 5 Molekuler Kaliummalonat og 8 Molekuler Kvægsølvjodid — skal dannes 6 Æquivalenter Alkali, naar et Molekule spaltes paa den anførte Maade. Forsøget gav følgende Resultat:

0,2657 Gram brugte, efter i Kulden at være sonderdelt med Overskud af Jodkaliumopløsning, til Neutralisation 12,9 Ccm. 0,05056-normal Svovlsyre, det er, beregnet efter 7,65 % C, 5,9 Æquivalenter paa et Molekule.

## 11. Æthylmalonsyre og æthylmalonsurt Æthyl.

Efter at Malonsyrens Forhold til Merkuridsulfatopløsningen var undersøgt, havde det Interesse at se, om Æthylmalonsyren reagerede paa samme Maade. Det viste sig ikke at være Tilfældet, idet Merkuridsulfatopløsningen ikke fældedes af en vandig Opløsning af Æthylmalonsyre.

0,5 Gram Æthylmalonsyre opløstes i 2,5 Gram Vand. Opløsningen blandedes sammen med en Opløsning af 1 Gram Kvægsolvtveite i 4 Ccm. Vand og 1 Ccm. koncentreret Svovlsyre. Der fremkom herved intet Bundfald selv ved 5 Timers Henstand under hyppig Omrøring. Opløsningen fældedes derfor med 3—4 Rumfang absolut Alkohol. Herved udskiltes et hvidt Bundfald, som straks bragtes paa et Planfilter, men som meget hurtigt blev gult. Ogsaa Moderluden gav ved yderligere Tilsætning af Alkohol et gult Bundfald. Det gule Bundfald var næsten klart oploseligt i Saltsyre og gav i denne Opløsning Reaktion for Kvægsolv og for Svovlsyre. Efter at det var vasket med Alkohol og derpaa med Vand, til Vaskevandet var svovlsyrefrit, blev det tørret i Luften og derpaa analyseret.

Analysen udførtes paa den Maade, at Stoffet behandledes i Varmen med svag Salt-syre. Herved dannedes en noget uklar Opløsning, hvis Uklarhed uden Tvivl skyldtes lidt Kalomel, hidrørende fra det organiske Stofs reducerende Indvirkning paa Merkuridsulfatet. Det filtreredes ikke fra, da det var uden Betydning for Svovlsyrebestemmelsen, som udførtes ved Fældning med Klorbaryum. I Filtratet fra Baryumsulfatet bestemte det tilstedeværende Kvægsolvtveite ved Fældning med Svovlbrinte.

0,4815 Gram Substans gav 0,1563 Gram  $\text{BaSO}_4$  og 0,4519 Gram  $\text{HgS}$ .

Dette svarer til 13,35 %  $\text{SO}_4$  og 80,90 %  $\text{Hg}$ , hvorefter Forholdet  $\text{Hg}:\text{SO}_4$  bliver 2,9. Omregnes derfor de fundne Tal til Procent  $\text{HgO}$  og  $\text{SO}_3$ , ses det, at Forbindelsen er det sædvanlige anhydrobasiske Merkuridsulfat:

	3 $\text{HgO}$ , $\text{SO}_3$	Beregnet:	Fundet:
	3 $\text{HgO}$ 648,9	89,02	87,37
	$\text{SO}_3$ 80,0	10,98	11,28

At Kvægsølmængden findes for lavt, hidrører fra, at noget Kvægsolv var frafiltreret som Kalomel. Fra Tilstedeværelsen af Merkurosalt kan det ogsaa hidrøre, at Svovlsyremængden findes noget for høj.

I hvert Fald viser Analysen, at der paa den anførte Maade kan dannes anhydrobasisk Merkuridsulfat.

Overensstemmende med, at Æthylmalonsyren ingen Kvægsolvforbindelse med Kvægsolv bundet til Kulstof dannede, er det, at heller ikke dens Æthylæther reagerede under

Dannelse af saadanne Forbindelser, hverken med Merkuridsulfat eller med Merkuridacetat. Baade ved almindelig Temperatur og under Opvarmning har jeg søgt at lade Stofferne indvirke paa hinanden, men uden Resultat.

## 12. Acetone.

Denigés<sup>1)</sup> har fundet, at man ved Indvirkning af en svag (højest 0,1 %)-holdig vandig Opløsning af Acetone paa det lige Rumfang af en Opløsning af 5 Gram Kvægsølv-ite i 20 Ccm. koncentreret Svovlsyre og 100 Ccm. Vand faar udskilt en hvid, næsten uopløselig Forbindelse, som han tilskriver Sammensætningen  $\{2\text{HgSO}_4, 3\text{HgO}\}_3 4\text{CO}(\text{CH}_3)_2$ , naar den er tørret ved  $100^\circ$ . Denigés angiver endvidere, at Forbindelsen efter længere Tids Tørring ved  $110^\circ$  har Sammensætningen  $2\text{HgSO}_4, 3\text{HgO}, \text{CO}(\text{CH}_3)_2$ . Denigés angiver dog kun Analyse for det sidste Præparats Vedkommende.

Oppenheimer<sup>2)</sup> har gentaget Denigés Forsøg og fundet, at det ved  $100^\circ$  tørrede Præparat ikke ved Ophedning til  $110^\circ$  i længere Tid undergaar en Vægtforandring, der paa nogen Maade kan svare til den af Denigés angivne Forandring i Sammensætningen. Endvidere har Oppenheimer ved Analyse godtgjort, at det ved  $100^\circ$  tørrede Præparat i sin Sammensætning nærmest svarer til den sidste Formel.

Endelig har jeg nu undersøgt Indvirkningen af Overskud af Acetone i langt større Koncentration paa Denigés' Reagens og har ogsaa paa den Maade faaet dannet et hvidt, krystallinsk Bundfald, der efter Tørring ved  $96^\circ$  havde Sammensætningen  $2\text{HgSO}_4, 3\text{HgO}, \text{CO}(\text{CH}_3)_2$ . Forsøget udførtes paa den Maade, at der til en Opløsning af 5 Gram Kvægsølv-ite i 20 Ccm. koncentreret Svovlsyre og 100 Ccm. Vand blev sat en Opløsning af 5 Ccm. Acetone i 125 Ccm. Vand. Blandingen kogtes nogen Tid, og der udskiltes da efterhaanden et hvidt Bundfald, som frafiltreredes, medens Væsken endnu var varm, vaskedes med Vand og Alkohol og tørredes ved  $96^\circ$ . Efter Tørring havde Bundfaldet en ganske svagt gullig Farve. Udbyttet var omtrent 3 Gram. Moderluden gav mere Bundfald ved Henstand.

Analysen af det ved  $96^\circ$  tørrede Præparat gav følgende Resultater:

0,4870 Gram Substans gav 0,0561 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,0182 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 3,14 % C og 0,43 % H.

0,5504 Gram Substans gav 0,1964 Gram  $\text{BaSO}_4$  og 0,4956 Gram  $\text{HgS}$ , det er 14,69 %  $\text{SO}_4$  og 77,62 % Hg.

<sup>1)</sup> Comptes rendus **126**, 1868 og **127**, 963.

<sup>2)</sup> Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft **32**, 986.

En Sammenstilling af Analyseresultaterne viser Præparaternes Identitet:

2HgSO <sub>4</sub> , 3HgO, CO(CH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>		Beregnet:	Fundet:		
			Denigés.	Oppenheimer.	Billmann.
C <sub>3</sub>	36	2,77	2,96	3,39	3,14
H <sub>6</sub>	6	0,46	0,54	0,536	0,43
Hg <sub>3</sub>	1001,5	77,06	76,72	76,59	77,62
2SO <sub>4</sub>	192	14,78	14,85 <sup>1)</sup>	14,94 <sup>1)</sup>	14,69
O <sub>4</sub>	64	4,93			
	1299,5	100,00			

Forbindelsen sønderdeles ikke af Natronlud under Udskillelse af Kvægsølvtefte. Selv ved Kogning dermed bliver den kun svagt gullig.

Forbindelsen sønderdeles af Jodkalium, idet Væsken bliver alkalisk. Sønderdelingen foregaar temmelig hurtigt, men ikke momentant, formodentlig paa Grund af Acetoneforbindelsens Uopløselighed. Ogsaa Klornatrium sønderdeler den langsomt allerede ved almindelig Temperatur.

Ogsaa ved Indvirkning af Acetone paa en mere koncentreret Merkuridsulfatopløsning kan man faa Bundfald. Jeg prøvede saaledes at sætte 10 Ccm. Acetone til 25 Ccm. af den Merkuridsulfatopløsning, jeg plejer at benytte. Der kom ikke Bundfald, og en Prøve af Opløsningen gav med Alkohol det gule, anhydrobasiske Merkuridsulfat. Jeg opvarmede derfor Blandingen kort Tid til Kogning, og en afkolet Prøve gav nu med Alkohol et rent hvidt Bundfald. Resten af Opløsningen stod da hen et Par Døgn og udskilte derved godt 3 Gram af et hvidt, krystallinsk Stof, som frafiltreredes og vaskedes med Vand og Alkohol.

Analysen af Præparatet, tørret ved 96°, gav følgende Resultater:

0,6186 Gram Substans gav 0,0931 Gram CO<sub>2</sub> og 0,0333 Gram H<sub>2</sub>O, det er 4,01 % C og 0,60 % H.

0,6541 Gram Substans gav 0,2641 Gram BaSO<sub>4</sub> og 0,5698 Gram HgS, det er 16,61 % SO<sub>4</sub> og 75,09 % Hg.

Heraf fremgaar, at der er 2,17 Atomer Kvægsølv og 1,93 Atomer Kulstof paa 1 SO<sub>4</sub>-Gruppe. Den Formel, der nærmest kommer til at svare hertil, er



idet det dog af Analysen fremgaar, at Molekulet har afgivet noget Svovlsyre.

<sup>1)</sup> Denigés og Oppenheimer angive ikke SO<sub>4</sub>, men H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>, henholdsvis 15,15 og 15,24 %.

5 Hg SO <sub>4</sub> , 5 Hg O, 3 CO (CH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>		Beregnet:	Fundet:
C <sub>9</sub>	108	3,95	4,01
H <sub>18</sub>	18	0,66	0,60
Hg <sub>10</sub>	2003	73,19	75,09
5 SO <sub>4</sub>	480	17,52	16,61
O <sub>8</sub>	128	4,68	
	2737	100,00	

Overfor Jodkaliumopløsning, Klornatriumopløsning og Natronlud forholder denne Acetoneforbindelse sig ganske som den foregaaende.

### 13. Aceteddikeæther.

K. A. Hofmann<sup>1)</sup> har vist, at man ved Indvirkning af Aceteddikeæther paa en meget fortyndet Merkuridnitratopløsning og ved lav Temperatur efterhaanden faar udskilt et hvidt Bundfald, hvis Sammensætning svarer til Formlen CH<sub>3</sub>.CO.CHg.CO<sub>2</sub>C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>, altsaa det normale Salt af Aceteddikeætheren, medens man under andre Forhold synes at faa dannet Blandinger. Forbindelsen (CH<sub>3</sub>.CO.CH.CO<sub>2</sub>C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>)<sub>2</sub>Hg har Lippmann<sup>2)</sup> fremstillet ved Indvirkning af Kvægsølvklorid paa Natriumaceteddikeæther.

Jeg har nu undersøgt Indvirkningen af Aceteddikeætheren paa Merkuridsulfatopløsningen og fundet, at den her synes at reagere analogt med Acetone, altsaa som en Keton.

Til 25 Ccm. Merkuridsulfatopløsning, som var opvarmet svagt, blev der sat 7 Ccm. Aceteddikeæther, og de to Væsker rystedes godt sammen. Opløsningen blev efter nogen Tids Forløb fældet med 200 Ccm. Alkohol; derved udskiltes et hvidt, slimet Bundfald, som efter nogen Tids Henstand samlede sig og antog en saadan Form, at det lod sig frafiltrere paa Planfilter. Det vaskedes med absolut Alkohol og med Æther og tørredes endelig i Luften. Udbyttet var ca. 6 Gram af et tilsyneladende amorf, hvidt eller maaske svagt gulligt Pulver.

Analysen gav følgende Resultater:

0,3632 Gram Substans gav 0,1181 Gram CO<sub>2</sub> og 0,0567 Gram H<sub>2</sub>O, det er 8,88 % C og 1,58 % H.

0,5464 Gram Substans gav 0,1520 Gram BaSO<sub>4</sub>, det er 11,45 % SO<sub>4</sub>.

0,7755 Gram Substans gav 0,5802 Gram HgS, det er 64,43 % Hg.

0,5640 Gram Substans afgav ved Tørring ved 96° 0,0284 Gram Vand, det er 5,04 %.

<sup>1)</sup> Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft **31**, 2215.

<sup>2)</sup> Zeitschrift für Chemie 1869, 29.



Den Formel, hvorpaa disse Tal bedst synes at passe, er  $2\text{CH}_3\text{CO}\cdot\text{CH}_2\cdot\text{CO}_2\text{C}_2\text{H}_5$ ,  $3\text{HgO}$ ,  $2\text{HgSO}_4$ ,  $4\text{H}_2\text{O}$ .

$2\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_3$ , $3\text{HgO}$ , $2\text{HgSO}_4$ , $4\text{H}_2\text{O}$		Beregnet:	Fundet:
$\text{C}_{12}$	144	9,15	8,88
$\text{H}_{28}$	28,3	1,80	1,58
$\text{Hg}_2$	1001,1	63,63	64,43
$2\text{SO}_4$	192	12,20	11,45
$\text{O}_{13}$	208	13,22	
	1573,4	100,00	

$4\text{H}_2\text{O}$  svarer til 4,58 %, fundet Tørringstab: 5,04.

Forbindelsen er opløselig i Syrer, ogsaa i Saltsyre, saa at den altsaa ikke indeholder Kvægsølvforfille. I Alkalier opløses den kun delvis.

For at undersøge, om Aceteddikeætheren overfor Kvægsølvacetat reagerede paa lignende Maade eller maaske analogt med Malonsyreætheren (se foran) satte jeg 7 Gram Aceteddikeæther til en Oplosning af 20 Gram Merkuridacetat i 100 Gram Vand. Ved almindelig Temperatur fremkom der langsomt et meget fyldigt Bundfald, ved Opvarmning til  $30^\circ$  udskiltes Bundfaldet derimod langt hurtigere. Ifølge Analysen maa Bundfaldet imidlertid være en Blanding.

0,4820 Gram Substans gav 0,4094 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,1325 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 23,06 % C og 3,05 % H.

0,5020 Gram Substans gav 0,3295 Gram  $\text{HgS}$ , det er 56,58 % Hg.

Herefter findes der 6,8 Atomer Kulstof paa 1 Atom Kvægsølv, hvilket ikke kan passe paa nogen simpel Sammensætning, men dog tyder paa, at Bundfaldet i en væsentlig Grad bestaar af Aceteddikeætherens Kvægsølvsalt. Forsøg paa at rense Bundfaldet strandede paa dets Uopløselighed i indifferente Oplosningsmidler og dets Ubestandighed overfor kraftigere virkende Reagenser. Ved Opvarmning med Svovlsyre udvikles rigelige Mængder Kulsyre under stærk Brusning.

Af Æthylaceteddikeæther<sup>1)</sup> har jeg ikke kunnet danne nogen Kvægsølvforbindelse.

<sup>1)</sup> Til Fremstilling af Æthylaceteddikeæther og Æthylmalonsyreæther bruges i Almindelighed Jodæthyl. Imidlertid lader Synthesen sig lige saa vel udføre med Bromæthyl, der jo er langt billigere at arbejde med. Jeg har prøvet det for længere Tid siden og fundet, at med Bromæthyl vandles af

200 Gram Aceteddikeæther.....	150 Gram Æthylaceteddikeæther	= 61,7 % af Theorien.
80 — — — — —	68 — — — — —	= 70 % — — —
150 — Æthylaceteddikeæther...	120 — Diæthylaceteddikeæther	= 67,9 % — — —

Siden er Bromæthyl stadig benyttet i Laboratoriet saavel ved Aceteddikeæther- som ved Malonsyreæthersynteser og altid med godt Resultat.

#### 14. Acetylacetone.

Sættes 1,3 Diketonen Acetylacetone til en vandig Opløsning af Merkuridacetat, da faas ikke Bundfald, med mindre Acetylacetonen tilsættes i Overskud. De derved fældede, hvide Bundfald ere Blandinger af vekslende Sammensætning.

1°. 5 Gram Merkuridacetat i 25 Ccm. koldt Vand fældedes med 5 Ccm. Acetylacetone. Der kom et gulligt Bundfald, som blev hvidt ved Behandling med Alkohol. Det filtreredes fra, vaskedes med Vand og Alkohol og lufttørredes derpaa. Udbytte ca. 2 Gram.

Analysen gav følgende Resultater:

0,4390 Gram Substans gav 0,4721 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,1440 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 29,33 % C og 3,6 % H.

0,2674 Gram Substans gav 0,1574 Gram  $\text{HgS}$ , det er 50,74 % Hg.

0,1841 Gram Substans brugte ved Titring med Jodkalium og Svovlsyre 15,5 Ccm. 0,05056-normal  $\text{H}_2\text{SO}_4$ , det er 1,68 Æquivalenter paa 1 Atom Hg.

0,2249 Gram Substans brugte paa samme Maade 18,2 Ccm. Syre, det er 1,62 Æquivalenter paa 1 Atom Hg.

Forholdet mellem Kulstofatomernes og Kvægsølvatomernes Antal er 9,65.

2°. Til 15 Gram Merkuridacetat i ca. 40 Ccm. Vand blev sat 5 Ccm. Acetylacetone. Der kom ikke Bundfald. Der tilsattes yderligere 5 Ccm. Acetylacetone, og nu kom der et Bundfald, der behandledes som ovenfor. Udbytte ca. 7 Gram.

Analysen gav følgende Resultater:

0,4127 Gram Substans gav 0,4245 Gram  $\text{CO}_2$  og 0,1232 Gram  $\text{H}_2\text{O}$ , det er 28,05 % C og 3,32 % H.

0,4605 Gram Substans gav 0,2847 Gram  $\text{HgS}$ , det er 53,29 % Hg.

0,1867 Gram Substans brugte ved Titring som ovenfor 17,3 Ccm. Syre, det er 1,76 Æquivalenter paa 1 Atom Hg.

Forholdet mellem Kulstofatomernes og Kvægsølvatomernes Antal er 8,75.

Forsøg paa at rense Præparaterne gav ikke Resultat. De sønderdeles allerede i Kulden af Kalium.

Det her meddelte Arbejde er udført paa den polytekniske Lærestalts kemiske Laboratorium, hvis Bestyrer, Hr. Professor, Dr. phil. S. M. Jørgensen bedes modtage min hjerteligste Tak for den Velvilje, hvormed alt for Arbejdet fornødent er stillet til min Raadighed.

København, d. 19. Februar 1904.

# Marktidseleu,

*Cirsium arvense.*

En Monografi

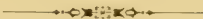
af

Samsøe Lund og E. Rostrup.

Med 4 Tavler.

Résumé en français.

D. Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Skr., 6. Række, naturvidensk. og mathem. Afd. X. 3.



København.

Bianco Lunos Bogtrykkeri.

1901.





# Indhold.

	Side
Føroord .....	5 (153).
I. Spiring .....	7 (155).
II. Frøplanten i det første Aar .....	16 (164).
III. Den to- og fleraarige Plante .....	26 (174).
IV. Erfaringer fra en Tidsel-Forsøgshave .....	31 (179).
V. Rodsystemet .....	46 (194).
A. Rodens Bygning og Virksomhed .....	46 (194).
B. Jordartens og Fugtighedsgradens Indflydelse .....	52 (200).
VI. Skudsystemet .....	83 (231).
A. Det vegetative Skuds Bygning og Virksomhed .....	83 (231).
B. Skuddets Væxt under forskellige Vilkaar .....	92 (240).
C. Det blomstrende Skud .....	98 (246).
VII. Former og Gruppedannelse .....	121 (269).
VIII. Forekomst og Optræden .....	129 (277).
IX. Parasiter .....	142 (290).
X. Systematik og Historie .....	146 (294).
<i>Cirsium arvense</i> . Résumé .....	153 (301).



## Forord.

**D**er kan være Anledning til at give en kort historisk Fremstilling af dette Arbejdes Tilblivelse.

Allerede i 1863 stillede det kgl. danske Videnskabernes Selskab en Prisopgave for det Classenske Legat, som gik ud paa at faa fremkaldt «en udførlig monografisk Fremstilling af samtlige denne Tidsels Forhold her i Landet». Da Opgaven ikke blev besvaret, udsattes den paany i 1871 for det Thottske Legat i en lidt ændret Form. Docent Samsøe Lund og Undertegnede toge da, ganske uafhængig af hinanden, fat paa Opgaven, og Besvarelserne, der indgaves til Selskabet i 1873, bleve begge belønnede med Prisen (Oversigt o. d. kgl. d. Videnskab. Selskabs Forhandlinger 1873, S. 53—59). Da vi begge modtog Opgørdringer til at lade vore Besvarelser publicere, var det naturligt, at vi søgte at enes om en Fællespublikation; men en saadan havde jo sine store Vanskeligheder. Da jeg i 1883 fik Ansættelse i København, toge vi for Alvor fat paa at udkaste en Plan, hvorefter Samarbejdet skulde finde Sted; men desværre kom vi ikke videre paa Grund af Samsøe Lunds tiltagende Sygelighed og hans Død i 1886. Mine Studier vare væsentlig gaaede i andre Retninger, og jeg kunde ikke finde Tid til at foretage Arbejdet alene. Da jeg imidlertid fra flere Sider blev tilskyndet til at faa Arbejdet publiceret, søgte jeg at faa Bearbejdelsen af de foreliggende Manuskripter udført af en yngre Botaniker, og det lykkedes mig at formaa cand. mag. A. Didrichsen til at overtage dette Ilverv. Arbejdet blev da udført efter den af de Forfattere lagte Plan, hvorefter nogle enkelte Afsnit optogès uforandrede efter Samsøe Lunds eller mit Manuskript, nemlig hvor en af os havde behandlet saadanne Sider af Opgaven, som den anden kun i ringe Grad havde beskæftiget sig med, medens de fleste Afsnit maatte behandles saaledes, at der skete en virkelig Sammenarbejdelse af begge

Manuskripter. Ligesom jeg allerede fra den Tid, da Opgaven første Gang blev stillet, nemlig 1863, havde min Opmærksomhed henvendt paa Marktidsløsen Optræden, saaledes har jeg ogsaa efter Indgivelsen af Prisbesvarelsen fortsat lagttagelser paa dette Omraade, som ere blevne benyttede i foreliggende Skrift. Jeg har ligeledes fulgt, hvad der i Literaturen er fremkommet, siden den Tid Prisskrifterne blev indleverede, uden at finde noget som helst, der kunde gøre Skriftets Publikation overflødig.

Der blev ogsaa ved Cand. Didrichsens Hjælp gjort et kritisk Udvalg af det meget store Antal Tegninger, der ledsagede Prisbesvareelserne. Medens Flertallet af Textfigurer skyldes Samsøe Lund, hidrøre derimod alle Tavlerne fra mine Haandtegninger.

Ved de enkelte Afsnit, som alene skyldes den ene af Forfatterne, er der under Afsnittets Titel anbragt et S. L. eller E. R. for at betegne Forfatteren.

Alle Temperaturangivelser ere C .

*E. Rostrup.*

## I. Spiring.

**F**røgemmet omslutter som sædvanlig hos Kurvblomsterne ét Frø, hvis Skal helt udfyldes af Kimen, idet Frøhvide ganske mangler i det modne Frø; Kimen er ret og har en ganske kort, nedadvendt Kimrod, medens Hovedmassen af Kimen udgøres af de næsten halvtrinde, tæt til hinanden sluttende Kimblade.

Spiringen<sup>1)</sup> indledes med, at Frøgemmet spaltes paa langs i sin nedre Halvdel, idet den hypokotyle Stængel bryder frem. Frøgemmet afkastes enten strax eller senere, undertiden først efterat Hypokotylet har hævet de i saa Fald endnu indesluttede Kimblade et Stykke op i Luften. Den hypokotyle Stængel varierer i udvoxen Tilstand, 3: faa Dage efterat den har begyndt at vise sig udenfor Frugten, fra nogle faa Liniers til over en Tommes Længde, med en Tykkelse af ca. 1<sup>mm</sup>; hyppigst er den  $\frac{1}{2}$ " lang. Den er i Begyndelsen klar og næsten farveløs, med en ved gennemfaldende Lys tydelig mørkere Streng i Midten, dannet af Spiralkar, der nedadtil fortsætter sig gennem hele Hovedroden som en lignende, lidt tyndere Streng, og som opadtil trænger sig dels ind i Kimknoppen, dels ind i Kimbladene, hvor den udbreder sig som et regelmæssigt Ribbenet. Fra den nedre Ende af den hypokotyle Stængel udvoxer den flere Gange tyndere Hovedrod, der samtidig med Kimbladenes Udfoldning forlænger sig lodret nedad til en Længde af 1—1 $\frac{1}{2}$ ", bugtende sig svagt, men uden at forgrene sig. Først samtidig med, at Kimknoppen begynder at udfolde sig, udsender Hovedroden stedse flere og flere Sidegrene med en akropetal Udvikling. Paa Grænsen mellem den hypokotyle Stængel og Roden, der sædvanlig falder sammen med Grænsen mellem Jord og Luft eller findes et ganske lille Stykke nede i Jorden, optræder samtidig med, at Roden begynder at skyde frem, en iøjnefaldende Borstestkrans, dannet af kraftige Rodhaar, som hefte sig saa fast ved Sandkorn og Jordpartikler, at disse ofte ikke ere til at løsrive fra Rodhaarene, uden at sidstnævnte sønderrives. Kimbladene ere omvendt ægformet-elliptiske, butte, med en nedløbende Rand paa den korte Stilk. Lige forend Kimknoppen begynder at udfoldes, ere Kimbladene omtrent  $\frac{1}{2}$ " lange

---

<sup>1)</sup> Efter E. R. (pag. 7—9).



og  $\frac{1}{4}$ " brede, men de vedblive endnu at voxe nogen Tid derefter, saa at de tilsidst kunne opnaa en Længde af  $\frac{3}{4}$ " og en Bredde af  $\frac{1}{3}$ ". I Regelen visne de, i det mindste hos dyrkede Planter, først 3—4 Maaneder efter, at de have vist sig over Jorden. Kimknoppen udvikler sig meget langsomt i Begyndelsen, og først 2—3 Maaneder efter, at Spiringen er begyndt, udfolde de første smaa, hele, men tornet-tandede Blade sig. Fra 4. eller 5. Blad at regne opnaa de sædvanlig deres normale Størrelse og Indskæring, der hos de dyrkede Planter var mindre dyb end hos de Exemplarer, af hvilke Frugterne vare tagne; ja hos de mest i Skygge dyrkede Planter vedbleve Bladene at være hele eller højest bugtet-tandede.

Hovedroden er i Kimbladstadiet ugrenet og omtrent af den overjordiske Dels Længde; men samtidig med, at Kimknoppen begynder at udvikle sig, begynder Roden at skyde Grene og at forlænge sig meget hurtig, saa at den snart overgaar Stængelen betydelig i Længde. Naar Kimplanten dyrkes i en Urtepotte, har Hovedroden allerede samtidig med, at nogle faa Stængelled ere udviklede, naaet Bunden, og begynder da at bugte sig rundt langs denne, ligesom søgende hid og did efter en Udvej, og næsten altid finder den eller en af dens kraftigere Grene Vej gennem det lille Hul i Bunden af Urtepotten, og hvis der er tilstrækkelig Fugtighed i Underskaalen, bugter den sig da rundt i Spiraler imellem Potten og Skaalen. Har Urtepotten staaet paa den blotte Jord i det fri, har det aldrig staaet fejl, at Rødderne gennem det omtalte Hul have boret sig mere eller mindre dybt ned i Jorden.

For at faa Lejlighed til at undersøge Frøenes Spiring og de herved frembragte Frøplanter videre Udvikling er man saa godt som udelukkende henvist til Dyrkningsforsøg; thi trods Marktidslens store Udbredelse og altfor hyppige Forekomst træffes der yderst sjældent saa unge Planter, at den primære Axe endnu er til Stede, 5: Individet, som ganske have Karakter af at være Frøplanter. I ét Tilfælde fandtes saadanne i en udtørret Søbund; en anden Gang fandtes nogle faa Exemplarer i en Skov i et det forudgaaende Efteraar opryddet Stykke Land, hvori der tildels var lagt Kartofler; i det siden Vinteren urørte Stykke fandtes midt i August de nævnte unge Tidsler, som rigtignok havde mistet Kimbladene, men som, ved at mangle den ellers karakteristiske, skælledede Rodstok, og ved at den overjordiske Stængel var en umiddelbar Fortsættelse af den lange, tynde, lodrette Rod, robede at de vare Frøplanter. Det største af Exemplarerne blev opgravet med en 4 Fod lang, lodret Rod; Stængelens tvende nederste Blade havde modsat Stilling og vare af en ganske anden Form end de øvrige Blade, idet de lignede Kimblade, men de vare større end disse og desuden fintornede i Randen, hvilket Kimbladene aldrig ere; der fandtes desuden Spor af henvisnede Bladskeder under samme. Ligesom paa de ved Dyrkning frembragte Frøplanter fandtes ogsaa her endel Knopper paa Hovedroden og dens første Forgreninger. En af Planterne havde allerede fra Grunden af den hypokotyle Stængel udsendt en bladbærende Gren, og fra den øverste Del af Hovedroden var udsendt

en vandret, tynd Rodgren, som i en Tommes Afstand fra Hovedplanten havde udsendt en ny overjordisk Stængel med flere Blade. Alle de nævnte Frøplanter havde iøvrigt Bladene angrebne af *Cystopus spinulosus* de By.

Ved talrige Dyrkningsforsøg, anstillede med Frø<sup>1)</sup> af *Cirsium arvense*, har det for det første vist sig, at de om Efteraaret indsamlede Frø have kunnet spire til enhver Tid i hele det efterfølgende Aar, idet altid nogle af de i enhver Maaned udsaaede Frø have spiret. Strax efter Modningen af Frugterne spire de hurtigere end senere. Den korteste Tid, den unge Plante kan nøjes med til at spire op over Jorden efter Udsæden, er 6 Dage; dette gjaldt f. Ex. om Frø, samlede d. 24. Juli 1872 af en Kurv, hvori de fleste Frugter endnu vare hvide og umodne; de faa lysebrune, men endnu temmelig bløde Frugter bleve saaede samme Dag i Sand, i et Par Liniers Dybde, Urtepotten stillet under en Glasklokke og stadig holdt fugtig; allerede den 30. Juli havde en af dem sendt Kimbladene over Jorden. Selv de endnu bløde og hvide Frugter spirede undertiden, naar blot Kimen i dem var fuldvoxen; hos disse endnu hvide Frugter sad Fnokken saa fast, at den blev siddende paa Frøgemmet, efterat Spiringen var begyndt. Længere hen paa Efteraaret og Vinteren varede det gennemsnitlig 1—2 Maaneder efter Udsæden, inden Kimbladene viste sig over Jorden.

Naar Frøene laa nær ved Jordoverfladen, skød den hypokotyle Stængel altid i Vejret med fastsiddende Frøgemme om Kimbladene, medens dette i Regelen blev afkastet i Jorden, naar de vare saaede noget dybere; dog var dette Forhold ogsaa afhængigt af Frugtens Modenhedstilstand, thi naar Frøgemmet ikke var hærdet før Udsæden, kastedes det ogsaa sent af.

De forskellige Former af Tidsler frembyde ikke nogen kendelig Forskel med Hensyn til Spiringsfænomener; dog fortjener det at anføres, at den med de spæde Kurve og de smaa Frugter forsynede Skovform (f. *gracilis*) kun fik halvt saa store Kimblade som de sædvanlige Former.

Den store Forskel, der har vist sig i Spiringshastigheden<sup>2)</sup>, selv naar Frøene ere saaede samtidig i samme Slags Jord og udsatte for samme ydre Betingelser, ligger navnlig i den forskellige Dybde, hvori de ere saaede. Spiringshastigheden var saaledes følgende for Frø, saaet d. 9. Juni, med den i Varmegradstabel I angivne Temperatur ved Jordoverfladen:

Frø, saaet ovenpaa Jorden, spirede i	8—9 Døgn,
— — et Par Linier dybt —	— 8—9 —
— — 1 Tomme — —	— 10—12 —
— — 2 Tommer — —	— 13—18 —

<sup>1)</sup> Det bemærkes, at der i hele dette Afsnit, for Nemheds Skyld, og for at anvende den almindelige Talemaade, er brugt Ordet «Frø», skønt de paagældende Organer selvfølgelig ere hele Frugter (Skalfrugter, *achæni*).

<sup>2)</sup> Efter S. L. (p. 9—15).

(Ved Forsøget anvendtes god Muldjord; det Frø, der var saæt ovenpaa fugtig Jord, dækkedes af en Glasklokke; til hvert Forsøg anvendtes mange og tilnærmelsesvis lige mange Frø).

Hvad der ved disse Forsøg særlig maatte vække Opmærksomhed, var følgende: Ved Spiring fra en Dybde af et Par Linier spirer det langt overvejende Antal Frø nogenlunde samtidig i 8de—9de Dogn. Ved Spiring fra en Dybde af 2" ganske anderledes; her var Forholdet følgende: den 13. Dag efter Udsæden spirede 2 Planter, 14. Dag 1, 15. Dag 3, 16. Dag 5, 17. Dag 7, 18. Dag 3; de følgende Dage spirede kun enkelte Exemplarer; med

Varmegradstabel I.

Dato	Kl. 7 Morgen	Kl. 9 Form.	Kl. 12 Middag	Kl. 4 Efterm.	Kl. 8 Aften
D. 8. Juni	10°	15°	18 $\frac{1}{2}$ °	16°	11°
- 9. —	12 $\frac{1}{2}$ °	20°	21°	20°	13°
- 10. —	13 $\frac{1}{2}$ °	14 $\frac{1}{2}$ °	14°	15°	13°
- 11. —	15°	22°	28 $\frac{1}{2}$ °	22°	12 $\frac{1}{2}$ °
- 12. —	12 $\frac{1}{2}$ °	20°	22°	17°	12 $\frac{1}{2}$ °
- 13. —	12°	18°	20°	11°	10°
- 14. —	10°	9 $\frac{1}{2}$ °	9°	9°	7 $\frac{1}{2}$ °
- 15. —	10°	13°	21°	17°	8°
- 16. —	11°	16°	26°	23 $\frac{1}{2}$ °	11°
- 17. —	10°	15°	30°	18°	12 $\frac{1}{2}$ °
- 18. —	12°	18°	37°	19°	12 $\frac{1}{2}$ °
- 19. —	12°	25°	37°	19°	13°
- 20. —	13°	19°	21°	19°	15°
- 21. —	14°	22°	20°	18°	14°
- 22. —	13°	19°	18°	13 $\frac{1}{2}$ °	13°
- 23. —	13°	20°	28°	21°	13°
- 24. —	12°	23°	34°	21°	13°
- 25. —	12°	21°	33°	25°	13°
- 26. —	15°	16°	16°	15 $\frac{1}{2}$ °	14°

andre Ord: Forskellen i Spiringshastighed mellem de forskellige Frø er langt større her end i det Tilfælde, hvor Frøet er saæt i ringe Dybde. Desuden maatte følgende Omstændighed vække Opmærksomhed: Skönt der ved Saaning af Frø i 2 Tommers Dybde anvendtes tilnærmelsesvis den samme Mængde spiredygtigt Frø som ved Saaning af Frø i et Par Liniers Dybde, var Antallet af Frø, der overhovedet spirede i første Tilfælde, dog næppe  $\frac{1}{4}$  af det Antal, der spirede i sidste Tilfælde; endel af Kimplanterne maa altsaa enten ikke have fuldført Spiringen, eller have maaske ikke engang begyndt derpaa. De her nævnte Ejendommeligheder ved Spiring fra en Dybde af 2" spores ogsaa — skönt svagere udtalt, — ved Spiring fra en Dybde af 1".

Frø, saaet i en Dybde af 3" eller dybere, spire aldeles ikke. Forsøget, der gav dette Resultat, anstilledes samtidig med de ovenfor nævnte Forsøg, paa samme Sted, ved samme Temperatur ved Jordoverfladen. Jorden blev samtidig med, at Saaningen foretoges, gjort meget fugtig. — Skønt Temperaturen (ved Jordoverfladen) hævdede sig betydelig (i Varmegradstaberne angives kun Temperaturen for de første 19 Dage), og skønt det søgtes at holde Jorden i forskellig Fugtighedstilstand, for muligvis at finde den passende, havde endnu intet Frø spiret d. 14. August. Nu samlede en Del af de udsaaede Frø og saedes

Varmegradstabel II.

Dato	Kl. 7 Morgen	Kl. 9 Form.	Kl. 12 Middag	Kl. 4 Efterm.	Kl. 8 Aften
D. 8. Juni	10°	11 $\frac{1}{2}$ °	12 $\frac{1}{2}$ °	12°	11°
- 9. —	12 $\frac{1}{2}$ °	14 $\frac{1}{2}$ °	16°	15 $\frac{1}{2}$ °	13°
- 10. —	13 $\frac{1}{2}$ °	13 $\frac{1}{2}$ °	12 $\frac{1}{2}$ °	13 $\frac{1}{2}$ °	13°
- 11. —	13°	14°	15°	14°	12 $\frac{1}{2}$ °
- 12. —	12 $\frac{1}{2}$ °	14°	15°	14 $\frac{1}{2}$ °	12 $\frac{1}{2}$ °
- 13. —	11°	11 $\frac{1}{2}$ °	12 $\frac{1}{2}$ °	10 $\frac{1}{2}$ °	10°
- 14. —	10°	9 $\frac{1}{2}$ °	9°	9°	7 $\frac{1}{2}$ °
- 15. —	9°	10°	11°	11°	9°
- 16. —	10°	10 $\frac{1}{2}$ °	12°	13°	11°
- 17. —	10°	11°	13°	13°	12 $\frac{1}{2}$ °
- 18. —	12°	13°	15°	14°	12 $\frac{1}{2}$ °
- 19. —	12°	13°	17°	15°	13°
- 20. —	13°	14°	17°	15°	14°
- 21. —	14°	15°	15°	14 $\frac{1}{2}$ °	14°
- 22. —	13°	14°	14°	13 $\frac{1}{2}$ °	13°
- 23. —	13°	13 $\frac{1}{2}$ °	14 $\frac{1}{2}$ °	14°	13°
- 24. —	12°	13°	14 $\frac{1}{2}$ °	14 $\frac{1}{2}$ °	13°
- 25. —	13°	15°	17°	16°	13°
- 26. —	14°	14 $\frac{1}{2}$ °	15 $\frac{1}{2}$ °	15 $\frac{1}{2}$ °	13 $\frac{1}{2}$ °

paany kun et Par Linier dybt, under forøvrigt de samme Vilkaar; Frøet spirede da i Løbet af en halv Snes Dage. — Hvorfor spirede Frøet ikke, eller hvorfor forsøgte det ikke i det mindste paa at spire fra en Dybde af 3"? Det maa antages, at Frøet i denne Dybde i Naturen vanskelig finder det passende Forhold mellem Varme og Fugtighed. Selvfølgelig kan der ingen Tvivl være om, at Frøet jo ved Anvendelsen af kunstige Midler vil kunne bringes til i det mindste at forsøge paa at spire fra en hvilkenksomhelst Dybde.

Frø, saaede i Friland d. 8. Juni 1872 under gunstige Spiringsvilkaar, et Par Linier dybt, i god, jævnt fugtig Muldjord, tæt overskygget af Ælm, Hyld og Syrenbuske, gjorde end ikke det svageste Forsøg paa at spire ved den Temperatur (ved Jord-

overfladen), der angives i Varmegradstabel II. — Da Frøet d. 14. August, altsaa mere end 3 Maaneder efter Saaningen, endnu intet Livstegn havde givet fra sig, samledes endel af det udsaaede Frø og saedes paany i god, jævnt fugtig Muldjord (et Par Linier dybt) paa et solvarmt Sted; det samme Frø, der før ikke spirede, kunde nu spire i Løbet af en halv Snøs Dage, tilsyneladende uden at andet havde forandret sig end netop Temperaturen. — Det var jo imidlertid muligt, at Spiringen ved dette sidste Forsøg var bleven forhindret derved, at der ikke var blevet tildelt Frøet den passende Fugtighedsgrad. For at faa Klarhed herover, anstilledes samtidig med det nysnævnte Forsøg følgende: Et almindeligt Glas (a) blev i  $\frac{3}{4}$  af sin Højde fyldt med vandmættet Havejord; et andet Glas (b) fyldtes halvt med Vand; begge Glas bleve nu forbundne ved en tyk Bomuldsvæge. Ved jævnlig Tilgydning af Vand til Glas b opnaaedes, at Jorden i a beholdt væsentlig samme Fugtighedsgrad. Ovenpaa Jorden i Glas a blev nu Tidsselfrøet saaet samtidig med og ved samme Temperatur som i ovennævnte Forsøg (Varmegradstabel II). — Frøet havde intet Livstegn givet fra sig d. 14. August. Ved dette Tidspunkt flyttedes Apparatet til et solbeskinnet Vindue, vendende lige mod Syd. Under disse forandrede Vilkaar spirede Frøet let i Løbet af en halv Snøs Dage.

Af dette sidste Forsøg fremgaar, at det ikke just kan have været Mangel paa Fugtighed, der i foregaaende Forsøg hindrede Frøet i at spire, men Mangel paa Varme, eller vel rettere ogsaa her i det passende Forhold mellem Varme og Fugtighed.

Der staar endnu en Del tilbage at oplyse med Hensyn til Fugtighedens Betydning for Tidsselfrøets Spiring, idet det dog maa erindres, at det ved Behandlingen af Spørgsmaalet om Jordbundens Betydning er umuligt at abstrahere fra Jordbundens Fugtighed.

Frøet behøver selvfølgelig en vis Grad af Fugtighed for at kunne spire. Det er sandsynligt, at den Grad af Fugtighed, der i det enkelte givne Tilfælde er mest gunstig for Spiringen, bestemmes af Temperaturen. — I rent Brøndvand have Frøene spiret efter en Maanedes Forløb; de begynde med at synke til Bunds, men efterat den hypokotyle Stængel er begyndt at skyde frem, hæves de op til Vandets Overflade: Vægtfylden forandres altsaa fra lidt over til under Vandets. — Frø, saaede ovenpaa fugtigt Filtrepapir og umiddelbart udsat for Sommervarmen, spire, som man kunde vente det, let i Løbet af en 8 Dages Tid. — Frø, som bleve saaede i November Maaned i en Urtepotte, fyldt med rene Bøgesavspaaner, frembragte kraftige Kimplanter i Løbet af en Maaned. — Frø, nedsænkede i Dynd (∴ Jord, der vedblivende er mættet med Vand), spire ikke ved almindelig Sommer-temperatur. Ved Forsøg herover anvendtes det tidligere omtalte Apparat, bestaaende af 2 Glas, som bleve forbundne ved en Bomuldsvæge; Vandet i det ene Glas blev stadig holdt omtrent lige med Jordhøjden i det andet. Glassene stillede d. 9. Juni paa et solvarmt Sted (Friland); de følgende 17 Dages Temperatur findes angivet i Varmegradstabel I. Intet



Frø spirede i denne Tid. Derpaa flyttedes Apparatet til et solvarmt Vindue, vendende lige mod Syd; her steg Temperaturen noget; paa dette Sted stod Glassene, udsatte for den stærkeste Solvarme, i ca. 2 Maaneder — til d. 14. August; i hele denne Tid havde intet Frø spiret. Nu ophævedes Forbindelsen mellem de to Glas, hvorved Fugtighedsgraden i det Glas, hvori Frøet var saaret, ved Fordampning gradvis aftog; Følgen heraf blev, at enkelte Frø d. 23. August begyndte at spire, og d. 24. og den 25. mylrede Kimplanterne frem.

Hvordan det nu gaar til, at Frøet vel spirer — som det synes endog temmelig let — i Vand, men ikke i Dynd, selv om det her kun er saaret et Par Linier dybt, er ikke ganske klart. Imidlertid kan der næppe være Tvivl om, at Frø, nedsænket i Dynd, vil kunne spire herfra, om kunstig Varme anvendes. Fremdeles maa det antages, at Frø, saaret i Vand under de ovenfor beskrevne Vilkaar, har været udsat for stærkere Varme end det Frø, der var saaret i Dynd tæt under Overfladen, hvilken sandsynligvis ved stærk Fordampning afkøledes i for høj Grad, til at Frøet kunde spire. — I det hele viser det sig, at Frøet behøver en temmelig betydelig Varme for at kunne spire. Springstiden i Naturen paa solbeskinnede, ikke altfor fugtige Steder er: Slutningen af April til Begyndelsen af September, og meget lidt af det Frø, der modnes i Eftersommeren, vil spire samme Aar; det allermeste vil overvintrere.

Endnu maa omtales nogle Spiringsforsøg, som anstilledes for at skaffe Kundskab om, hvorvidt Frøet bevarer sin Spireevne efter at have været udsat for Ætsning af forskellige Vædske.

Lige saa lidt som Tidselfrøet taber sin Spireevne ved flere Maaneder igennem at «sive» i Dynd, lige saa lidt odelægges det ved «Bejdsning». Ved den almindeligste Bejdsningsmetode udbredes Sæden paa et Logulv for derefter at overgydes med Kobbervitriolopløsningen; sjældnere anvendes den mere fuldstændige Bejdsning, hvorved Sæden, i Regelen i et halvt til et helt Døgn, nedsænkes i et Kar med den ætsende Vædske. Her anvendtes i det smaa den sidste Metode paa Tidselfrøet, der nedsænkedes i en Vædske, fremstillet ved Tilsætning af 50 pCt. Vand til en mættet Opløsning af Kobbervitriol. Tidselfrø, der var «syttet» i 1 Døgn, spirede (under gunstige Vilkaar) i Lobet af en 8 Dages Tid; Frø, der i samme Vædske var «syttet» i 6 Døgn, spirede med samme Lethed og lige saa rigelig.

Af mere Betydning er Besvarelsen af følgende Spørgsmaal: Hvorvidt bevarer Tidselfrøet sin Spireevne, naar det gør Rejsen gennem et Kreaturs (Hest eller Ko) Fordøjelseskanal?

I Juni 1872 fodredes en 8 Aar gammel Ko med fjorgammelt Tidselfrø paa følgende Maade: Nogle Tusinde spiredygtige Frø (en almindelig Underkop omtrent halv fuld) blandedes med ca. 1 Fjerdingkar Havre og 1 Fjerdingkar Byg. Blandingen befugtedes

med Vand og indgaves Koen i 2 Portioner, med et Mellemrum af et Par Timer (forøvrigt stod Koen paa Stald og aad Græs). Omtrent 1 Døgn efter viste der sig i Gødningen Spor saavel af Havren og Bygget som af Tidselfrøet. Koen blev endnu staaende paa Stald de følgende 2 Dage, altsaa i det hele 3 Dage efter, at den var bleven fodret med Frø. Ved Undersøgelsen af Gødningen viste det sig, at der vel her var adskillige tilsyneladende sunde Frø; men næsten det hele Antal var mer eller mindre tomme Skaller; af et Par Hundrede Stykker var kun omtrent en Snæs i Stand til at synke til Bunds i Vand. Disse saaes i en Urtepotte i fed Muldjord, et Par Linier dybt; Urtepotten stilledes i et solvarmt Vindue og holdtes jævnt fugtig. Af det hele Antal spirede kun 3, skønt Urtepotten vedblev at staa flere Maaneder under gunstige Vilkaar. Selve Gødningen, hvori der endnu var Frø tilbage, bredtes ud i et tyndt Lag paa et solvarmt Sted (Friland) og tildækkedes med et tyndt Jordlag; det hele holdtes jævnt fugtigt. Frem af Gødningen voxede i Løbet af et Par Uger 2 Frøplanter; forøvrigt spirede intet Frø her den hele Sommer. — Af den hele store Masse Frø fremkom altsaa kun 5 Frøplanter, et højest ubetydeligt Antal, der tilnærmelsesvis kan sættes lig Antallet af de Frø, der overhovedet havde bevaret Spireevnen ved at passere gennem Koens Fordøjelseskanaal.

En 18 Aar gammel Hest fodredes i August 1872 med en lignende Mængde Tidselfrø, som den i forrige Forsøg anvendte, blandet i ca.  $\frac{1}{2}$  Skæppe Havre. Dette Forsøg anstilledes fortrinsvis med Frø, avlet samme Aar, hvori dog var blandet noget fjorgammelt (Spiringen sker imidlertid lige let med begge Dele); alt Frø, der ikke sank til Bunds i Vand, var fjernet. Blandingen blev i 2 Portioner indgivet Hesten, der baade før og efter aad frisk Kløver. Omtrent et Døgn efter Fodringen viste sig i Gødningen Spor af Havren. Endnu 2 Dage blev Hesten staaende paa Stald. I Gødningen fra de forløbne 3 Dage fandtes kun overmaade faa Tidselfrø; ved mere end 10 Timers grundig Undersøgelse lykkedes det nemlig kun at samle 18 tilsyneladende gode Kærner; af disse vare dog kun 6 i Stand til at synke til Bunds i Vand, de øvrige 12 vare enten helt tomme Skaller eller bestode kun af en Skal, omsluttende en mere eller mindre opløst Kim og revnet eller flosset forneden. De 6 Kærner, der sank til Bunds i Vand, saaes i en Urtepotte under gunstige Vilkaar d. 20. August. Til hen i September havde endnu intet af dem gjort Tegn til at spire; men da Temperaturen nu var bleven saa lav, at intet andet Spiringsforsøg vilde lykkes ved den naturlige Varme, sættes Urtepotten med de 6 Frø ned i en tæt tillukket Kasse med fugtigt Hø; ogsaa ved den i det raadnende Hø udviklede Varme vægrede Frøene sig ved at spire, ligesom senere, da Urtepotten i længere Tid blev henstillet i et opvarmet Værelse. Det maa da antages, at selv disse 6 Frø havde mistet Spireevnen; talrige andre spirede nemlig let under de samme Betingelser. — Gødningen behandledes ligesom i forrige Forsøg, men heller ikke af den fremspirede noget Frø.

Hvorom alting er, kan der af det meddelte drages den Slutning, at Tidselfrø, der gør Rejsen gennem Fordøjelseskanalen hos en Hest eller Ko, overordentlig vanskelig bevarer Spireevnen, hvorfor Landmanden temmelig rolig kan fodre sine Kreaturer med Affaldet fra Sædrensningen. Dette er i alt Fald et langt sikrere Middel til at faa det i Affaldet indblandede Tidselfrø gjort uskadeligt end den ofte anvendte Fremgangsmaade: at kaste Affaldet paa Møddingen, hvor Tidselfrøet muligvis kan bevare Spireevnen, selv om det ligger hen i længere Tid.

■

---

## II. Froplanten i det første Aar.

De fleste Froplanter<sup>1)</sup>, der have spiret ved Foraarstid og udviklet sig under gunstige Væxtvilkaar Sommeren igennem, danne et kraftig grenet, blomstrende Løvskud, der kan naa en Højde af 2' eller derover. Hovedaxen ender i en Kurv og bærer ialt 20—30 Løvblade. De nedre Stængelstykker ere saa korte, at der tilsyneladende dannes en Roset; opadtil tiltager Stængelstykkerne i Længde indtil et Maximum, hvorefter de atter aftage til et Minimum tæt under Kurven. I Hjørnerne af alle Stængelblade efter Kimbladene anlægges Knopper, af hvilke de nedre dog ikke udvikles til Grene, medens de øvre danne Løvskud og de allerøverste af dem naa frem til Dannelsen af Kurv. Der er lovmæssig Sammenhæng mellem Udviklingen dels af Hovedaxen og Sideaxerne, dels af disse sidste indbyrdes. Som Hovedregler i denne lovmæssige Sammenhæng kan angives følgende: 1) Hver Sideaxe udvikler, forinden den danner Kurv, i det mindste ligesaa mange Løvblade som den Del af den relative Hovedaxe, der ligger ovenfor Sideaxens Insertion. 2) Jo højere en Gren er stillet paa Hovedaxen, jo mere fremskyndes dens Udvikling. Dette sidste viser sig navnlig deri, at Kurvene udfolde sig temmelig regelmæssig i nedstigende Orden; først blomstrer Hovedaxens endestillede Kurv, derpaa den øverste Sideaxes endestillede Kurv osv. nedad fra Gren til Gren. Undtagelser fra de to givne Regler findes; navnlig ere Undtagelser fra den sidste ikke sjældne, f. Ex. det Tilfælde, at en lavt stillet Gren kan udvikle sig væsentlig til samme Fylde og næsten ligesaa hurtig som Hovedaxen. Enhver Froplante, der har spiret ved Foraarstid og udviklet sig en Sommer igennem under gunstige Væxtbetingelser, sender sin Hovedrod flere Alen ned i Jorden. Hovedroden tiltager i Tykkelse nedefter og naar i den Henseende sit Maximum omtrent 6—9" under Jordoverfladen. Paa Hovedroden udvikles Sideaxer af forskellig Art; disse skulle nu omtales i den Rækkefølge, hvori de forekomme.

A. En talrig Mængde tynde, korte (kvarterlange eller kortere), ret livlig grenede Rødder begynde meget tidlig at udvikle sig paa Hovedroden, medens den endnu kun er

<sup>1)</sup> Væsentlig efter S. L. (p. 16—19).

faa Dage gammel. De udvikles oprindelig temmelig regelmæssig i nedstigende Rækkefølge; senere bryde imidlertid unge Rødder frem dels mellem, dels ovenfor de ældre. De udvikle sig altid livligst paa den Del af Frøplanten, der ligger umiddelbart under Jordoverfladen, ogsaa paa den underjordiske Del af Kimstængelen. De Rødder, hvis Forhold her ere fremstillede, kunne benævnes Ernæringsrødder, da deres Funktion udelukkende er den at virke for Plantens Ernæring.

B. Naar den kraftige Frøplante er omtrent 1 Maaned gammel, viser der sig paa den øvre Del af Hovedroden enkelte halvkugleformede Smaaknuder; ud af den enkelte lille Knude træder snart en Stængelknop. Hermed er Begyndelsen sket til den mærkelige Knopdannelse paa Roden, ved hvis Hjælp den engang af Frøet spirende Plante kan fortsætte Tilværelsen uden nogen bekendt Grænse. Naar Planten er bleven 4—5 Maaneder gammel, viser der sig næsten altid et betydeligt Antal saadanne Knopper, som snart sidde tættere, snart mere fjernede, lige op til den hypokotyle Stængel. Disse Stængelknopper, dannede paa Hovedroden, blive ofte staaende i Jorden (dækkede af skælformede Lavblade) uden at udvikle sig til Grene; i andre Tilfælde sker det dog, at en eller flere af dem i Sommerens Løb voxe ud til kraftige, blomstrende Skud, der i Fylde ikke give Hovedskuddet noget efter, hyppigst dog, hvis dette, strax medens det er ungt, paa en eller anden Maade er blevet hemmet i Udviklingen.

Det af en Stængelknop fra Roden udviklede Skud er kun forskelligt fra Frøplantens Hovedskud derved, at dets underjordiske Del, Rødstokken, er dækket af skælformede Lavblade, medens Kimstængelens underjordiske Del er nogen. De nævnte Skæl sidde i regelmæssig Spiralstilling; de ere brunlige, navnlig i Spidsen mørkfarvede; de nederste, som svare til de yderste i Knoppen, ere helrandede og sidde tæt, medens de øvre ere randhaarede eller tornet-tandede, tiltagende i Størrelse og indbyrdes Afstand opadtil, saa at de øverste Internodier blive  $\frac{1}{2}$ —1" lange. Fra den nederste Del af det fra Roden udsendte Løvskud sker der livlig Udvikling af Ernæringsrødder, oprindelig nogenlunde regelmæssig i opstigende Rækkefølge, senere mere uregelmæssig. — Saadanne Stængelknopper, som her er omtalte, anlægges altid kun paa Frøplantens Rod, aldrig paa den underjordiske Del af Kimstængelen.

C. Hen paa Sommeren udvikler Frøplantens Hovedrod endnu et System af Rødder, der i mange Henseender er forskelligt fra de tidligere omtalte «Ernæringsrødder», og som — efter deres væsentligste Funktion — kunne betegnes som «Formeringsrødder». Disse Rødder, der udsendes fra Hovedroden i et Antal af 1—4 og i en meget forskellig Dybde (fra et Par Tommer indtil en Alen), krybe først et kortere eller længere Stykke, indtil flere Alen, hen under Jordoverfladen for derpaa at sænke sig næsten lodret i Jorden. Hvad Rodens Væxtretning angaar, medens den kryber, da er det meget sjældent, at den er horizontal, endnu sjældnere nedadstigende lige til Krumningen, men det almindelige er,



at Roden kryber i en opadtil konkav Bue,  $\alpha$ : først sænker den sig lidt, løber dernæst et Stykke horizontalt, hvorefter den atter hæver sig til et Punkt, der sædvanlig ligger paa samme Højde i Jorden som Udgangspunktet, sjælden noget lavere, men tit endog højere. Saa langt Roden kryber, holder den sig sædvanligvis i det samme vertikale Plan uden at afvige i nogen betydelig Grad til højre eller venstre; meget sjælden danner den først en Bue til den ene og saa til den anden Side. Overgangen fra den krybende til den lodrette Væxtretning sker sædvanlig ved en brat Bøjning; der gives imidlertid ikke faa Tilfælde, hvor Overgangen er ganske jævn og gradvis. Formeringsroden tiltager altid i Tykkelse, efterhaanden som den fjerner sig fra Frøplantens Hovedrod; sit Maximum i Tykkelse naaer den omtrent paa det Sted, hvor den bøjer i Jorden; her er den ofte indtil 4—5 Gange saa tyk som ved sit Udspring og ikke sjælden tykkere end selve Hovedroden, men fra dette Maximum aftager dens Tykkelse atter gradvis nedefter. Paa en Rodgren, som den her beskrevne, kan der i Lobet af samme Sommer udvikle sig følgende Sidedannelser:

a) Et Antal korte, fine Ernæringsrødder, der ganske ligne dem, der udvikles paa Hovedroden; af disse udgaa dog kun meget faa fra den krybende Del. Endvidere: b) 1—flere Stængelknopper; disse anlægges sædvanlig paa den krybende Del af Formeringsroden nær ved det Sted, hvor den bøjer ned i Jorden, og ligne ganske dem, vi fandt paa Hovedroden. Nogle af disse Knopper komme allerede til Udvikling i den første Sommer, saaledes som det ses paa det 10 Maanedes gamle Exemplar, som er fremstillet Tab. IV; her ses allerede 2 Adventivknopper at have udviklet sig til overjordiske, bladbærende Stængler af samme Højde som den primære Stængel, der endnu paa dette Tidspunkt var levende, skønt i Færd med at gulne. Af de 2 nye, fra Rodknopper kommende Stængler udspringer den ene ( $d$ ) fra Hovedroden, den anden ( $d'$ ) fra en Rodgren af første Orden. De Rodstokke, som udvikles af Røddernes Adventivknopper, ere stedse lodrette, om end undertiden noget bugtede; de udsende talrige Biorødder, af hvilke de allerfleste ere tynde Ernæringsrødder, medens nogle faa undertiden blive til Formeringsrødder, der ganske forholde sig som de tykkere Rodgrene, der udgaa fra den primære Rod. — Endelig kan Formeringsroden af første Orden endnu udsende: c) en ny Generation af 1—faa Formeringsrødder, der i alt væsentligt forholde sig som Moderroden, blot at de i alle Henseender ere svagere; dette viser sig dels i, at de ere tyndere, dels i, at de udsende et ringere Antal Ernæringsrødder, dels i, at de ikke samme Sommer danne tydelig fremtrædende Stængelknopper, dels endelig deri, at de kun sjælden udvikle en ny Generation af Formeringsrødder; en saadan 3die Generation kan optræde, dog ville disse Rødder næppe nogensinde naa videre den første Sommer end til, at de krybe; i Regelen ere de alligevel let kendelige fra Ernæringsrødderne, der bl. a. ikke følge en saa bestemt Væxtretning. — En ny Formeringsrod udsendes sædvanlig fra den Del af Moderroden, der ligger ud mod Periferien, altsaa nær det Sted, hvor Moderroden bøjer ned i Jorden, eller hvor den udvikler sine kraftigste Stængelknopper;

Undtagelser fra denne Regel forekomme sjælden. Desuden danne de nye Formeringsrødder hyppig en direkte Fortsættelse af Moderrodens krybende Del.

En Omstændighed, der ikke tidligere synes at være bemærket, er den, at der ogsaa fra den epikotyle Stængel kan udvikle sig Birødder<sup>1)</sup>, som udgaa enlig tæt nedenfor Basis af hvert af de nederste, paa dette Tidspunkt henvisnede Stængelblade. Disse Birødder ere allerede i Frøplantens første Leveaar i Stand til at blive saa kraftige, at de forinden den primære Axes Henvisnen kunne skyde Adventivknopper, hvilket i alt Fald har teoretisk Interesse, da man næppe hidtil hos nogen anden Planteart har fundet Adventivknopper paa de fra den epikotyle Stængel udgaaende Birødder. Der er saaledes ved Hjælp af den ovennævnte Knopdannelse en Mulighed og Sandsynlighed for, at Planten kan gennemgaa hele sin væsentlige Metamorfose, o: komme til Blomst- og Frugtdannelse, uden Hjælp af de fra den hypokotyle Axe eller dens Forgreninger udviklede Adventivknopper, skønt der ingen Tvivl er om, at den ordinære Maade, hvorpaa Marktidseleens Formering foregaar, er ved Hjælp af de sidste.

De ved Dyrkning i Værelser om Efteraaret frembragte Frøplanter bevare i Almindelighed hele den primære Axe Vinteren over, ja Hovedstængelen vedbliver endog at voxer og frembringe nye Blade, men uden at forgrene sig eller at blomstre, i et helt Aar efter Spiringen, saa at den først visner henimod næste Vinter. Anderledes forholder det sig derimod med de i det Frie dyrkede Frøplanter, og altsaa efter al Rimelighed ogsaa med alle vildt voxende Frøplanter af Marktidsele, idet hele den overjordiske Stængel allerede dør bort i Begyndelsen af den første Vinter, saa at det alene bliver Rodderne, der maa sørge for Vedligeholdelsen.

Tidselen ynder aabenbart megen Fugtighed; dog kan den ogsaa faa for meget af det gode, saa at Plantens Udvikling bliver svag. Lader man Tidselfrø spire i Jord og dernæst overfører Kimplanten til Vand — selvfølgelig med Kimbladene over Vandfladen —, voxer den villig, men dens Udvikling bliver svag. Ved saadanne Forsøg anvendtes Glas, der rummede 1½ Pægl Vand; over Glasset lagdes en Glasplade, der paa Midten var gennemboret; gennem det lille, runde Hul blev Kimplantens Rod stukken ned i Vandet, medens Kimbladene hvilede ovenpaa Pladen. (Der anvendtes Grøftvand; Næringsvædske blev der ikke anstillet noget Forsøg med.) Roden udviklede sig nu paa følgende Maade: Hovedroden, der ved Omplantningen var 2—3" lang, standsede strax i Væksten. Fra dens øverste Del brode imidlertid Rodgrene frem; disse udviklede sig til en Længde af et Par Tommer, hvorefter de ligeledes standsede i Væksten, uden paa nogen Maade at være generede af Pladsmangel, medens nye Rodgrene brød frem — og saa fremdeles. Alle Rødder forbleve tynde. Saaledes var Kimplantens Rod tilsidst formet omtrent som en Trævlerod.

<sup>1)</sup> Efter E. R

Det er en bekendt Sag, at den vegetative Stængel hos mange Planter strækker sig stærkere ved en ringe end ved en høj Lysgrad; det er endvidere bekendt, at dette ofte har stor Betydning for Spiringen. Marktidseken danner i den nævnte Henseende ingen Undtagelse: Naar et Tidselfrø saas i en Dybde af  $\frac{1}{2}$ " , strækker Kimstængelen sig saa meget, at Kimbladene naa frem til Dagslyset, hvorefter Længdevæksten strax standser. Saas et Tidselfrø i en Dybde af  $1\frac{1}{2}$ " , er det samme Tilfældet, idet Kimstængelen da bliver  $1\frac{1}{2}$ " lang. Saas Frøet ovenpaa Jorden, er Kimstængelens Længdestrækning omtrent = Nul, hvilket ingenlunde kommer Kimbladene til Skade, da de jo alt ere udsatte for Dagslyset. Ved saaledes at lade Kimstængelen strække sig stærkt, naar den udvikles i Mørke, svagt eller slet ikke, naar den udvikles ved rigeligt Lys, opnaar Naturen, at Kimbladene, hvad enten saa Frøet er saat i den eller den Dybde, bestandig bringes under de samme — for Assimilation gunstige Vilkaar. Vi have tidligere set, at der gives en vis Grænse for Frøets Evne til i Naturen at spire fra større Dybde, en Grænse, der ligger ved en Dybde af omtrent 2". Der viser sig nu en paafaldende god Overensstemmelse mellem denne Grænses Beliggenhed og det Længdemaximum, Kimstængelen overhovedet kan naa. Frø, der saades under gunstige Spiringsvilkaar i et Par Liniers Dybde, hvorefter en omvendt, vel tillukket Urtepotte sættes derover, frembragte ved Spiringen i Mørket Kimstængler med ret betydelig Længdestrækning; der var kun ringe Forskel i denne Henseende mellem de forskellige Kimstængler, og den største Længdestrækning, nogen af dem opnaaede, var ikke meget over 2". Der kan saaledes vistnok siges at være god Mening i, at Naturen har tildelt Frøet den Egenskab, at det under almindelige Forhold ikke vil spire i en Dybde, hvorfra Spiringen alligevel ikke vilde kunne fuldføres, selv om den blev paabegyndt.

Lysets Indflydelse paa Roden er jo kun indirekte, men den er meget betydelig. Medens Roden hos Kimplanter, hvis Skud udvikles under de gunstigste Lysvilkaar, i det første Aar kan naa en Længde af 5' og udsende flere kraftige Formeringsrødder, der give Exemplaret en Udbredningsdiameter af over 10', ville Frøplanter, der udvikles i fuldt Mørke, gaa til Grunde efter at have udviklet en Kimrod paa ca. 1" Længde — alene fordi Skuddet manglede Lys. Videre kan Frøplanten nemlig ikke bringes i Udvikling ved Hjælp af det i Kimbladene opbevarede assimilerede Stof; skal den voxe videre, maa den hjælpe sig selv, og selv assimilere. Derfor vil ogsaa enhver Svækkelse af Belysningen virke skadelig paa Frøplanten: naar den udvikles i Vintersæd, vil dens Skud saaledes kun naa en Længde af ca.  $\frac{1}{2}$ ', i Foraarsæd lidt mere, medens det fritvoxende kan naa over 2'. Forsøg have vist, at den langt overvejende Del af Frøplanter, der voxe op blandt Vintersæd, gaa fuldstændig til Grunde i Løbet af det første Aar.

Lysets velbekendte Indflydelse paa Farven viste sig tydelig ved Dyrkningen af Marktidseken. De i store Cylinderglass dyrkede Frøplanter fik nemlig de ellers blege Stængelskud, der udgaa fra Rodderne, farvede grønne, selv i ca. 6" Dybde i Sandet, saa

snart de udviklede sig saa nær det Sandet omgivende Glas, at Lyset kunde naa dem, og de i Vand hensatte Planter fik efter en kort Tids Forløb alle Rodstokkene lige ned til Roden farvede frisk grønne; ja endog de Birødder, som udgik fra den epikotyle Stængel, bleve ved Lysets Indvirkning i en længere Strækning klorofylholdige.

Ligesom for Spiringen sætter Temperaturen ogsaa Grænser for Skuddets Væxt, og Kimplanter ere langt mere kuldkære end ældre Planter; saaledes visnede den overjordiske Del af hver eneste Kimplante af et større Antal, der havde spiret i Friland ca. 1 Maaned tidligere, ved en svag Nattefrost i Slutningen af September Maaned, en Nattefrost, der var saa ringe, at den ikke engang anfægtede Tropaoler, Agurker, Georginer og mange andre ellers kuldkære Planter.

Med Hensyn til Jordbundens Betydning<sup>1)</sup> for Frøplantens Væxt ere talrige Spiringsforsøg anstillede. De følgende Angivelser referere sig til Frøplanters Væxt i et Tidsrum af 6 Uger; i Oversigten (se næste Side) er givet en samlet Fremstilling af den største Rodlængde, kraftige Kimplanter opnaaede i den nævnte Tid, udviklede paa den forskellige Jordbund under de samme Lys-, Varme- og Fugtighedsvilkaar. Forsøgene anstilledes paa Friland, paa en Skraaning, der hældede svagt imod Syd. Forsøgsbedene vare 2' i Diameter, ca. 2½' dybe og uden Bundfugtighed. Det ved Forsøgene anvendte Ler var temmelig rent, hvidgraat Ler, opgravet af en Enggrøft; Sandet var taget i en Sandgrav, ca. 12' under Jordoverfladen, meget løst, næsten hvidt; Tørven var almindelig sort, kornet Tørvejord fra en Kærmoose. I Oversigten vedføjes en Angivelse af den Udviklingsfylde, Frøplanterne opnaaede i Løbet af Sommeren, samt af den Dybde, i hvilken Formeringsrødderne udgik. Frøet, der var saaat samtidig i alle Bede, spirede i Slutningen af April.

Om den Rodlængde, Frøplanter kunde opnaa i Sommerens Løb, kan tilføjes, at medens de i Tørv voxende naaede 42" og de i Ler endog 60", viste de faa, der overhovedet havde kunnet opholde Livet saa længe i det gølge Sand, ved Udgravning d. 10. Oktober en Hovedrod af næppe en Strikkepinds Tykkelse og af 21—30" Længde. Om nu end disse Talstørrelser maa bruges med Forsigtighed, saa meget mere, som de ikke paa ethvert Punkt synes overensstemmende, tør der dog uddrages visse almindelige Slutninger. Frøplanten udviklet i en Jordbund med 6" Sand foroven og Ler eller Tørv forneden sender i det paagældende Tidsrum sin Rod ned til en Dybde, der ikke er meget større end den, Roden opnaar i den samme Tid i Sand, hvorimod Frøplanten udviklet i en Jordbund, hvor 6" Ler eller Tørv hviler paa Sandet, sender Roden paa 6 Uger ned til en Dybde, der omtrent svarer til den Rodlængde, Frøplanten udviklet i Sand alene opnaar i Løbet af en hel Sommer. — Heraf kan i Almindelighed slutes, at det har Betydning for Rodens Dybdevæxt paa mager Jordbund, at det øvre Jordlag dannes af en mere

<sup>1)</sup> Efter S. L. (p. 21—23).

nærende Jordart end Underlaget; og dette vil selvfølgelig gælde ikke blot for Froplantens Rod, men ogsaa for ældre Planters Rødder, idet de sandsynligvis i et overliggende Ler- eller Torvelag (selv et svagt) ligesom ville samle sig større Kraft til at trænge ned i Sandet, end om Jordbunden helt og holdent havde været Sand. — Hvad angaar Betydningen af det øvre Jordlags Omdannelse til Muld ved Dyrkningen, vil en Sammenligning af de i

Jordbund	Rødlængde d. (14.—)15. Juni	Den videre Udvikling i Sommerens Løb		
		Skud	Rødder	Dybden af Formerings- røddernes Udspring
<u>Ler 6"</u>	27—30"	Ret kraftige, temmelig liv- lig blomstrende	Rigeligt Antal Formeringsrødder fra de ret kraftige Hovedrødder	< 6" 3: i Leret
<u>Sand</u>				
<u>Fed Havejord 6"</u>	21—24"	Som foregaaende	Som foregaaende	< 6" 3: i Muldjorden
<u>Sand</u>				
<u>Tørv 6"</u>	24—27"	Intet blomstrende Skud	Hovedroden ret anselig, men af 12 har kun 1 dannet Formeringsrod	
<u>Sand</u>				
<u>Sand 6"</u>	12—15"	Som foregaaende	Lidt kraftigere end foregaaende, dog kun meget faa Formeringsrødder	> 6" 3: i Tørven
<u>Tørv</u>				
<u>Sand 6"</u>	12—15"	Ret kraftige, blomstrende Skud	Livlig Udvikling af Formeringsrødder fra de ret kraftige Hovedrødder	> 6" 3: i Leret
<u>Ler</u>				
<u>Tørv</u>	24—27"	Som foregaaende	Som foregaaende	< 6" for de flestes Ved- kommende
<u>Tørv</u>				
<u>Ler</u>	21—24"	Kraftige, livlig blomstrende Skud	Kraftig Hovedrod med tilsvarende Udvikling af Formeringsrødder	
<u>Ler</u>				
<u>Sand</u>	9—12"	Yderst svage Skud (Blad- rosetter)	Ingen Udvikling af Formeringsrødder	
<u>Sand</u>				
<u>Tørv 6"</u>	24—27"	Ret kraftige, blomstrende Skud	Livlig Udvikling af Formeringsrødder	> 6" 3: i Leret
<u>Ler</u>				

Fed Havejord og de i Sand udviklede Froplanter, idet man betragter ikke blot Rødlængden, men ogsaa Rodens hele kraftige Udvikling hos førstnævnte, gøre det klart, at et Muldlag paa Sandjord maa have Betydning for Rodens Dybdevæxt.

Til de i ovenstaaende Oversigt givne Oplysninger om Dybden af Formeringsrøddernes Udspring kan føjes, at Frøplanter, der udvikle sig i en Jordbund, hvis overste Lag var



goldt Sand i 6" Dybde, medens det underste Lag var fed Havemuld, dannede endel Formeringsrødder, der næsten alle udgik dybere end 6", o: i Muldiaget.

Det maa endnu bemærkes med Hensyn til de meddelte Forsøg over Jordartens Indflydelse paa Froplantens Væxt; at der er ikke faa Kilder til Fejl. Saaledes er det f. Ex. umuligt at tilvejebringe de samme Fugtighedsforhold i de forskellige Jordarter. Fremdeles maa det ikke lades ude af Betragtning, at Forsøgsbedene kun vare 2' i Diameter, hvorfor saadanne Froplanter, som udviklede Formeringsrødder, ved disse hurtig kom i Forbindelse med den omgivende Muldjord, hvilket absolut maa have haft Indflydelse paa de enkelte Planters Udviklingsfylde. Imidlertid led jo alle Bedene af samme Fejl, hvorfor dog utvivlsomt de Resultater, der kunne uddrages af Forholdet mellem Planterne, kunne være nogenlunde brugbare. (Sml. for øvrigt Afsnit V. B.)

Alle de underjordiske Dele af Marktidseelen besidde, som det senere (Afsnit V. A.) nærmere vil blive udviklet, en mærkværdig høj Grad af Vitalitet, og selv smaa Brudstykker paa et Par Tommers Længde vise en forbavsende Reproduktionsevne, saa længe de blot ikke udsættes for Udtørring. Det er tidligere omtalt (p. 8), at Hovedroden eller kraftigere Rodgrene af Kimplanter, der dyrkedes i en paa den blotte Jord hensat Urtepotte, hyppig søgte Udvej igennem Hullet i dennes Bund; losrevne Brudstykker af saadanne undslupne Rodder have vist sig at være i Stand til at voxe videre og til at skyde Knopper; ja en saadan forgrenet, kvarterlang Rodtrævl, som var hensat i Vand, havde endog efter 8 Dages Forløb frembragt en lille friskgrøn Bladroset med 3 tornede Blade, skønt Rodgrenen paa det tykkeste Sted næppe var  $\frac{1}{2}$ " tyk, og skønt der ved Løsrivelsen ikke var Spor af Knop at se paa Rodtrævlen.

Rodstumper,  $\frac{1}{2}$ —1" lange, af ca. 1 Maaned gamle Froplanter, bleve den 1. Juni plantede i god Havejord saaledes, at Rodspidsen ragede op over Jordoverfladen; Urtepotten, hvori Rodstumperne vare plantede, stilledes paa et lunt Sted, beskyttet mod altfor stærk Paavirkning af Solvarmen, og blev af og til vandet forsigtig. Alle disse 1 Maaned gamle Rodstumper gik til Grunde. — Samme Forsøg anstilledes ganske paa lignende Maade med  $\frac{1}{2}$ —1" lange Rodstumper af ca. 6 Uger gamle Froplanter d. 15. Juni. Af 30—40 Rodstumper bestode 4, som før Forsøget besad 1—flere Stængelknopper (der ved Plantningen vare bragte i Højde med Jordoverfladen); alle øvrige Rodstumper, knopbærende og ikke knopbærende, gik til Grunde. Den laveste Aldersgrænse for sonderlemmede Rødders Spireevne er da tilnærmelsesvis 6 Uger.

Paa Froplanter, spirede i Slutningen af April i god, jævnt fugtig Muldjord og dernæst udviklede under de gunstigste Lys- og Varmebetingelser, blev Skuddet afskaaret tæt ved Jordoverfladen d. 20. Maj; alle Planterne gik til Grunde. — Det samme Forsøg gentoges d. 1. Juni med Froplanter, der havde spiret paa samme Tid som de første og udviklet sig under samme gunstige Betingelser og nu altsaa vare ca. 4 Uger gamle. En-



kelte af disse Frøplanter bestod, udviklende et nyt Stængelskud tæt nedenfor den øvre Ende af den lidt fremragende Rod. Aldersgrænsen er da her tilnærmelsesvis 1 Maaned. — Frøplanter, der udviklede sig under ganske samme Vilkaar som de nys nævnte, fik Lov at voxte i Ro, til de vare ca. 6 Uger gamle, hvorefter Toppen blev afstukken af dem alle umiddelbart ved Jordoverfladen (d. 15. Juni). Som det synes, overstode næsten alle Planterne Amputationen (Forsøget anstilledes paa engang med et helt lille Bed fuldt); de udviklede hurtig fra Roden nye Skud, der snart vegeterede kraftig. Afstikningen fortsattes imidlertid paa samme Maade Sommeren igennem: 16. Juli, 16. August og 16. September. Efter hver Afstikning udvikledes nye Løvskud, dog blev Skududviklingen noget svagere for hver Gang. Ved Udgravningen i Oktober viste det sig, at Antallet, saavidt det efter et løst Skøn kunde bestemmes, var svundet ind til ca.  $\frac{1}{3}$  af det oprindelige; men saa mange havde dog taalt den 4 Gange gentagne Afstikning og vare dertil kraftigere, end man skulde have ventet det. Hvor Stængelen af en eller anden Grund hemmes i Væksten, er det jo at vente, at Rodsystemet, hvis Udvikling paa en vis Maade ene skyldes Skuddets Virksomhed, ogsaa maa blive svagt; og naar Roden, der kun kan udvikle Skud paa Bekostning af det i den opsamlede Reservenæringsstof, ligesom tvinges til vedblivende at udvikle nye, vil Roden tilsidst blive udtømt. Rodsystemet hos disse Frøplanter var da ogsaa betydelig svagere udviklet end hos andre, der — for øvrigt under de samme naturlige Vilkaar — havde voxet uforstyrret: dels var Frøplanternes Hovedrod tynd, dels gik den kun ned til en ringe Dybde (højest 3'), dels havde den ikke udviklet krybende Formeringsrødder; men de givne Exempler viste dog tilfulde, hvor overordentlig virksom den saarede Rod (naar den da først har naaet en vis Aldersgrænse) er for at udvikle Skud. Vi skulle imidlertid nu se, at der dog er en Grænse for denne Evne. For det første saa vi, hvorledes virkelig en Del af de Frøplanter, der bleve afstukne 4 Gange i 1 Sommer, gik til Grunde; dernæst saa vi, hvorledes Skududviklingen fra de tilbageblevne Exemplarer gradvis aftog i Kraft. Endelig træder ogsaa Grænsen aldeles bestemt frem ved følgende Forsøg. Ved alle de i det foregaaende nævnte Afstikningsforsøg bleve disse foretagne saaledes, at Rodenden ragede op til Jordoverfladen; de Skud, der udvikles af Knopper fra den øvre Rodende, træde da strax frem for Dagslyset og kunne saa at sige strax begynde at assimilere — Rodens Ulejlighed med deres Udvikling er særdeles ringe. Anderledes derimod, hvis Roden skal sende Skud frem fra større Dybde, hvor den altsaa maa bringe Skuddet langt videre end før, inden det kan naa frem for Dagslyset og assimilere; her fordres der en langt større Kraftanstrengelse af Roden, og her er det let at finde Grænsen for, hvad den kan præstere. Frøplanter, der havde udviklet sig under samme gunstige naturlige Vilkaar som dem, der bleve anvendte til det ovenfor nævnte Forsøg, bleve, da de vare ca. 6 Uger gamle (d. 15. Juni), først afstukne, derefter dækkede med et 3" højt Lag af almindelig

god Muldjord; hver eneste Plante gik til Grunde ved dette Forsøg; da Bedet i Oktober blev udgravet, fandtes i Jorden kun forraadnede Rodlevninger. — Andre Frøplanter, der forøvrigt vare behandlede ganske paa samme Maade, men kun dækkede med 2" Jord, gave ganske samme Resultat. — Atter andre Frøplanter — med samme Udvikling og af samme Alder — bleve afstukne og dækkedes derpaa med et Jordlag, der kun var 1" højt; af mere end 50 Frøplanter bestode kun 6. — Her have vi altsaa Grænsen!

### III. Den to- og fleraarige Plante.

---

Ved Slutningen af første Væxtperiode dø alle Frøplantens Skud bort lige ned til Roden. Idet Frøplantens Hovedskud, nemlig det Skud, der dannede en umiddelbar Fortsættelse af Hovedroden, er fjernet, er al virkelig Forskel forsvunden mellem den kraftige Frøplante og den ældre Plante, som den viser sig bygget paa dette Tidspunkt; de ere ikke til at skelne fra hinanden. I November Maaned finder man paa mange Frøplanter, der blomstrede sidste Sommer, at ogsaa Hovedroden er fuldstændig raadden saavel som den nærmeste Del af de Formeringsrødder, der umiddelbart udgaa fra den — med andre Ord: saadanne Frøplanter have opløst sig i ligesaa mange nye Rodsystemer, som der for var Formeringsrødder. Paa mange Frøplanter finder man dog, at Hovedroden endnu ved Juletid er frisk og knophærende; imidlertid vil den næppe nogensinde komme til at bære blomstrende Skud for anden Gang, selv om den endnu i en følgende Væxtperiode kan bevare sig nogenlunde frisk. Hos Frøplanter derimod, der ikke have blomstret første Aar paa Grund af ugunstige Væxtbetingelser, vil Hovedroden i den anden Væxtperiode kunne bære blomstrende Skud.

En kraftig fleraarig Plante ligner ved Sommerens Slutning i høj Grad den kraftige Frøplante ved samme Tidspunkt. — kun at den i alle Henseender er rigere udstyret. Dens Bygning er følgende: Rodsystemets Centrum dannes af 1 ældre, kraftig, nedstigende Rod, der ofte sænker sig adskillige Alen i Jorden. Fra dennes øverste Del (et Par Tommer til ca. 3' dybt) udgaa indtil over en Snes «Rodradier», hver bestaaende af 1—flere Generationer af Formeringsrødder («Rodled»). Af de mange fra et Centrum udstraalende Radier synes altid 1 eller nogle faa langt at overgaa de øvrige i Størrelse; en enkelt Radie kan naa en Længde af en Snes Fod, de fleste ere imidlertid betydelig kortere; det er ingenlunde altid de kraftigste Rodradier, der ere sammensatte af flest «Led», idet det tværtimod synes, som om en Rodradies Længde staar i omvendt Forhold til Antallet af Led. De Formeringsrødder, af hvis krybende Del de Led dannes, der ligge nærmest Rodsystemets Centrum, ere de kraftigste og naa ned til den største Dybde i Jorden, ofte adskillige Alen; de, der ligge længst ude mod Periferien, ere altid svagest. Den umiddel-

bart fra den centrale Rod udgaaende Formeringsrod har undertiden selv udsendt flere nye; i saa Fald bliver den enkelte Radie opløst i flere Radier.

Hvad den enkelte Formeringsrods Væxtretning og Tykkelsevæxt angaar, da følger den ganske de almindelige Regler, der ere givne ved Omtalen af Frøplanten.

Fra det Rodsystem, hvis Forhold her kortelig ere beskrevne, udgaar for det første et ret betydeligt Antal af Ernæringsrødder af den forhen omtalte Bygning, fra den krybende Del af Formeringsrødderne dog kun forholdsvis faa. — Fra adskillige Formeringsrødders nedstigende Del udgaa ikke sjælden nogle ligeledes nedstigende, kraftige Rodgrene, saaledes altid hvor Moderrodens Væxtspids er gaaet til Grunde, men undertiden ogsaa, hvor dette ikke er Tilfældet. — Fremdeles finder man udgaaende fra Rodsystemet et Antal af Stængelknopper og udviklede Skud, der paa dets forskellige Dele ere ordnede saaledes: Paa den centrale Rod findes sædvanlig 1—2 sidestillede blomstrende Skud; dog er det ofte Tilfældet, at den kun bærer døde, sorte Rester af Skud, der blomstrede i foregaaende Væxtperiode. Paa hver af de Formeringsrødder, der udgaa umiddelbart fra Rodsystemets centrale Rod, findes enten (paa de kraftigste) 1—faa blomstrende Skud samt flere Stængelknopper, eller (paa de mindre kraftige) 1—faa Løvskud med tilnærmelsesvis rosetformet ordnede Løvblade samt nogle Stængelknopper, eller (paa de svage) 1—flere uudviklede Stængelknopper, eller endelig (paa de allersvageste) ikke engang Knopper. De Rodled, der ligge længere ude, bære enten 1—faa Løvskud eller blot Stængelknopper; idet dog de svageste af dem, der ligge længst ude mod Periferien, ikke engang bære Knopper. Ved Betragtning af disse Forhold viser det sig klart, hvorledes Skududviklingen paa det enkelte Rodsystem gaar fra Centrum ud imod Periferien.

Stængelens underjordiske Del (Rodstokken) er i Regelen fuldkommen vertikal; naar man i enkelte Tilfælde kan træffe den liggende et Stykke vandret, kan det hidrøre snart fra en Sten, der ikke lader sig skyde til Side, snart fra en af Avlsredskaberne foraarsaget Beskadigelse. Hyppigere finder man Rodstokken siksakformet bugtet eller endog (enten i hele sin Længde eller paa et kortere Stykke) stærkt spiralsnoet (Fig. 1), saa at man skulde tro at have en Rodstok af Ager-Snerlen for sig. Aarsagen til Bugtningen ligger mulig i forskellige smaa Hindringer i Jordbunden, og de større skruedeformede Vridninger kunne maaske i nogle Tilfælde forklares af en fortsat Væxt under den frosne Jordskorpe, navnlig naar der om Foraaret indtræffer en Efterfrost, efterat der er begyndt at komme fornyet Væxt i Rodskuddene, der ofte allerede om Efteraaret have begyndt at udvikle sig til flere Tommer lange, vertikale underjordiske Stængler. Ogsaa hvor et Tidselskud, der borer sig opad gennem det dækkende Jordlag, møder en større eller mindre Lufthule, snor det sig i Spiralform. Dette Forhold synes at have sin Betydning for Skuddet; det er nemlig aabenbart en ubehagelig Sag for det at møde en saadan Lufthule; den hemmer Væxten, idet Skuddet i den maa savne den faste Understøttelse paa alle Sider,

som er nødvendig for det, naar det skal bore sin Spids videre gennem den haarde Jord. Idet Skuddet nu snor sig i Spiralvindinger, der i Vidde svare til Hulens Rummelighed, opnaar det den fornødne Understøttelse ved at stemmes mod Hulens Vægge. — Paa en enkelt Lokalitet, nemlig i henraadnende Tanglag ved vore Kyster, vil man ofte finde, at

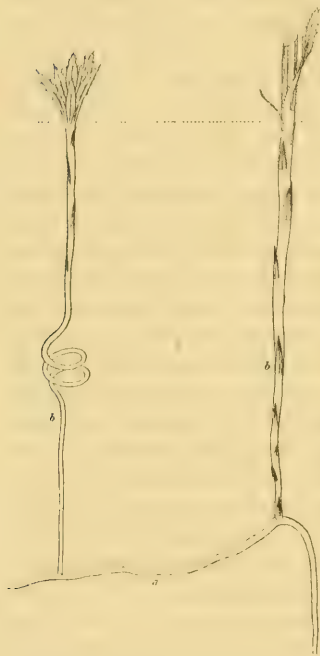


Fig. 1. To fra en Formeringsrod (a) udgaende Rodstokke (b), af hvilke den ene har dannet et Par Spiralsnovinger.  $\frac{1}{3}$ .

Rodstokkene ere blevne krybende i horizontal Retning. De overvintr temmelig uforandret, beskyttede af et tykt Lag Tang, og om Foraaret retter Spidsen sig i Vejret og voxer op til en overjordisk Stængel, eller, hvad der synes at være hyppigere, Endeknoppen dør om Efteraaret eller Vinteren, og i saa Fald udskydes rækkestillede overjordiske Stængler fra Bladskællenes Hjørner i den tilbageblevne Del af Rodstokken, der iøvrigt ogsaa, ligesom den vertikale Rodstok, udsender Formeringsrødder.

Rodudviklingen fra Stængelens underjordiske Del maa vi endnu dvæle lidt ved. Den udviklede Stængelknop bærer ingen Ernæringsrødder. Det udviklede Lovskud, der kun er naaet til at danne en større eller mindre «uægle» Bladroset, bærer nogle faa Ernæringsrødder. Det kraftige blomstrende Skud (der i alt væsentligt er bygget som det blomstrende Skud hos en kraftig Frøplante, men i Henseende til Gren-, Blad- og Blomsterrigdom er langt rigere udstyret) bærer et meget stort Antal Ernæringsrødder; ja her findes forholdsvis (i Forhold til Rummet) de fleste Ernæringsrødder samlede; navnlig ere de tæt stillede foroven; derfor — naar man trækker et saadant Skud op af Jorden og betragter dets underjordiske nedatil afsmalnende Parti, der er tæt besat med fine Rødder, faar man Indtrykket af, at det er en Pælerod med sine talrige Siderødder. — Fra Rod-

stokken udgaar hos kraftigere Planter i Regelen endnu nogle Radier af Formeringsrødder, der dog som oftest hverken blive talrige eller stærkt udviklede. En usædvanlig kraftig Udvikling af saadanne fra Rodstokken udgaende Rødder fandtes hos et Exemplar, der voxede ved Strandbredden ved Storebelt. Jordbunden bestod overst af  $\frac{1}{2}$ ' Tang, derunder 1—2' Sand og Smaasten, og dernæst mergelholdigt Ler. Rodsystemet, der efter sin Oprindelse fra Rodstokken nødvendigvis maa have udviklet sig i Lobet af samme Sommer,



var i Begyndelsen af Oktober udbredt over et Areal af ca. 100 □'. Fra Rodstokken udgik 3 Formeringsrødder, der med deres mange fine Forgreninger af indtil fjerde Orden ligelig fordelte sig over hele det nævnte Fladerum. Paa hele dette Rodsystem fandtes talrige (ca. 30) Adventivknopper, spredte paa Axerne af første og anden Orden, bestemte til næste Aar at udvikle ligesaa mange Stængler; nogle af de paa de primære Rodstrengene optrædende Knopper vare allerede udviklede til flere Tommer lange Skud. Disse fra Rodstokken udgaaende Rødder afvige altsaa deri fra Formeringsrøddernes Forgreninger, at 2 Generationer af Forgreninger i samme Aar bære Knopper og altsaa ogsaa i samme Aar kunne bære overjordiske Stængler. Hele dette Rodsystem fandtes i den nederste Del af Tanglaget paa Grænsen mod Sandet, og det var netop paa Grund af den løse, lagdelte, henraadnende Tang, at det blev muligt at udpræparere et saa stort Parti af Rødderne i Sammenhæng.

I Lobet af Efteraaret og Vinteren gaa alle mere eller mindre udviklede Tidselskud til Grunde. Saa vel de blomstrende Skud som de rene Løvskud dø bort lige ned til Roden, hvorfor i Regelen heller intet i den ene Væxtperiode assimilerede Skud fortsætter Væksten i den følgende — ikke engang ved Sideskud. Dog kan den nedre Del af Rodstokken undertiden overvintré, i hvilket Tilfælde der om Foraaret fra Skælbladenes Hjørner udvikles end Del tæt samlede Stængler; dette finder især Sted, naar Rodstokken er angreben af det perennerede Mycelium af Tidselrusten. Naar der undtagelsesvis udgaar et Sideskud fra en underjordisk Stængelstump, kan dette ogsaa hidrøre fra følgende: ved Pløjning er Spidsen bleven afskaaren af alle de mange Stængelknopper, der rage op i Pløjelaget, og de ere alle gaaede til Grunde med Undtagelse af nogle ganske faa, for hvilke det er lykkedes at fortsætte Væksten ved at danne Sideskud, medens de udgaaede blive erstattede af nye Skud, der voxe frem fra de respektive Formeringsrødder. De omtalte underjordiske Stængelstumper, der bære Sideskud, vise da ogsaa ved deres forholdsvis friske Udseende, at de ikke ere Levninger af fjorgamle Skud.

I Lobet af Vinteren dør fremdeles den Del af Rodsystemet bort, der i sidste Væxtperiode har blomstrende Skud, ligesom ogsaa den største Del af de nærmest tilstødende Rodled. Undtagelsesvis kan man dog finde, at den nedstigende Del af en Formeringsrod, der har båret blomstrende Skud, holder sig nogenlunde frisk og endog danner et lille, svagt Stængelskud i den følgende Væxtperiode.

Idet nu saaledes Rodsystemet dør bort bagfra, ville de Formeringsrødder, der udgik fra den henraadnende Del, blive frie indbyrdes — saaledes altsaa, at hele det oprindelige Rodsystem opløser sig i ligesaa mange nye Rodsystemer, som det for indeholdt Radier af første Orden. De enkelte Radier ere imidlertid betydelig afkortede, hvorfor ogsaa de fleste Rodsystemer i det tidlige Foraar ere smaa.

I Midten eller i sidste Halvdel af April (alt efter Varmegraden) begynder Væksten



paany: Fra hvert (nye) Rodsystems centrale Rod udvikles en eller nogle faa af Stængelknopperne efterhaanden til blomstrende Skud, der fra deres underjordiske Del senere hen danne talrige Ernæringsrødder og ofte tillige enkelte Formeringsrødder. — Samtidig med at Stængelskuddet udvikles, kommer der ogsaa Liv i Rodsystemet: Den (nye) centrale Formeringsrod havde alt i forrige Væxtperiode udsendt et ringe Antal Formeringsrødder; disse fortsætte nu alle i Foraaret den Væxt, der blev afbrudt forrige Efteraar, idet de, der havde begyndt at sænke sig i Jorden, voxte videre nedad, de derimod, der standsede som krybende, krybe videre. Det er i Maj Maaned let at paavise for hver enkelt Rods Vedkommende, hvor den samme Foraar paany har begyndt at voxte, idet den overvintrende Del af Roden er gulagtig eller gulbrun, medens de nye Roddele ere næsten hvide (paa fugtig Jordbund er Forskellen dog mindre tydelig). Foruden at de allerede tilstedeværende Rødder fortsætte Væksten i den nye Væxtperiode, vil den centrale Rod genoptage sin Virksomhed med Dannelsen af Formeringsrødder.

Det vil af alt det foregaaende være klart, at Rodradiens Deling i Led intet har at gøre med Væxtens Periodicitet.

Vi have saaledes set, hvorledes den fleraarige Plante alene ved Hjælp af sin Rod formerer sig paa den smukkeste og regelmæssigste Maade, og hvorledes efterhaanden det Rodsystem, der i foregaaende Væxtperiode kun dannede en Del af en kraftig Radie paa et ældre Rodsystem, selv er naaet frem til en lignende Udvikling som det oprindelige.

#### IV. Erfaringer fra en Tidsel-Forsøgshave.

Af E. R.

Blandt de mange Rækker af lagttagelser og Forsøg med Hensyn til Marktidseleens Udvikling, de underjordiske Deles Forgrening og Knopdannelse m. m., anstillede i forskellige Egne i forskellig Jordbund, er der navnlig en Række af lagttagelser, som jeg vil tillade mig her noget fuldstændigere at meddele, da de ere anstillede næsten daglig i Løbet af omtrent 4 Maaneder, og da de have tjent som Grundlag for en Del af de Resultater, der fremstilles i det følgende.

I Midten af Maj 1872 blev jeg i en Have opmærksom paa et Stykke Jord, der endnu ikke var blevet bearbejdet i Løbet af Foraaret, og som var aldeles bedækket med unge, kraftige Skud af Tidsler. Ved Ejerens Velvilje blev Stykket mig overladt til nærmere Undersøgelse og til Benyttelse som Forsøgshave i Løbet af Sommeren. Arealet var rektangulært, 60' langt og 40' bredt, altsaa 2400  $\square'$  eller lidt over  $\frac{1}{3}$  Skæppe Land; det var en Del af en i det mindste 100 Aar gammel Have, med omtrent  $1\frac{1}{4}$ — $1\frac{1}{2}'$  dyb Muld. I det omtalte Stykke Jord var der i 3 Aar, 1868—70, dyrket Kommen, hvorefter der i Sommeren 1871 var dyrket Kartoffler, og efter disses Optagelse ved sædvanlig Tid havde det ligget urørt. Nu, i Midten af Maj, havde Tidslerne faaet saaledes Overhaand, at man fra den ene Ende af Arealet ikke kunde se en Plet nogen Jord for de dog endnu kun lave Tidselskud, der næsten ganske havde fortrængt alle andre Ukrudsplanter med Undtagelse af nogle hist og her frempippende Ager-Padderokker og Ager-Snerler. I en Nabohave fandtes samtidig et lignende Stykke Jord, henliggende i en endnu ubearbejdet Tilstand; det halve Areal var lige saa bedækket med Tidsler som det ovenfor beskrevne, medens det andet halve Stykke var næsten ganske frit for Tidsler; kun nogle enkelte Skud fandtes tæt ved Grænsen af det angrebne Parti, derimod var det desto mere overgroet med Padderokker. Ifølge den Oplysning, jeg kunde faa, havde der baade paa Tidsel- og Padderokke-Stykket været dyrket Kartoffler i flere Aar, og den eneste Forskel i Behandlingen af de to Stykker Jord var den, at der i den Del, hvor Tidslerne fattedes, var dyrket Kaal om Efteraaret efter Kartoffernes Opgravning; dog maa det ogsaa bemærkes, at Padderokke-Stykket var en Smule lavere beliggende og desaaarsag lidt fugtigere.

Den 21. Maj lod jeg opgrave endel Tidsler, dog denne Gang kun i 3—4' Dybde. Selv hvor de stode tættest, fik jeg dem dog stedse ikkun parvis sammenhængende, hvortil Aarsagen vil blive nærmere belyst i det følgende. I omtrent 1' Dybde udgik Stængelskuddene fra den paa dette Sted vandret liggende tykkeste Del af Roden, hyppigst saaledes, at de to Stængler havde deres Udspring nogle faa Tommer fra hinanden. Det omtalte vandrette Rodstykke, hvorfra Stængelskuddene udgaa, kaldtes af Arbejderne «Labben» eller «Foden», hvilket sidste ret betegnende Udtryk jeg i det følgende for Kortheds Skyld vil betjene mig af; det svarer iøvrigt til, hvad der ellers i denne Afhandling er kaldt «Formeringsrod». Et kort Stykke fra det Sted, fra hvilket Stænglerne skode til Vejrs, krummede Foden sig nedad for at sænke sig lodret til en Dybde, som ved denne foreløbige Gravning paa dette Sted ikke blev iagttaget.

Ved samme Gravning fandtes i samme Dybde talrige sorte Rodstokke med lange vandrette Udløbere af *Equisetum arvense* samt spinklere og skorere hvidgraa Rødder af *Convolvulus arvensis*, fra hvilke opsendtes hvide, oftest mere eller mindre spiralsnoede, skælklædte, underjordiske Stængler, men af disse to Planter fandtes endnu saa godt som intet ovenfor Jorden.

Af de den 21. Maj opgravede Tidsler anbragtes samme Dag to Brudstykker af 6" Længde, hvert i sin Urtepotte med sandblandet Muld; begge Stykker hidrorte fra samme Exemplar, men det ene var taget af Stængelskuddet, fra Foden halvvejs op til Jordoverfladen, det andet var et Stykke af selve Foden i 15" Dybde, paa hvilket der ikke fandtes Spor af Knopper. Begge Stykker stilledes dernæst under samme Betingelser med Hensyn til Lys og Fugtighed. Skuddet gik snart ud og raadnede, men Rodstykket skød den 5. Juni, altsaa efter 14 Dages Forløb, en tommelang overjordisk Stængel, af hvilken der Dagen iforvejen ikke var Spor at se over Jorden; det friske, lysegrønne Skud havde 4 Blade, 2 nedre skælgagtige og næsten helrandede, og 2 større, i Randen indskaarne og tornede Blade. Den 10. Juli var den overjordiske Stængel endnu kun bleven  $\frac{1}{2}$ ' høj og forsynet med 6 Blade, saa at den Raskhed, hvormed den voxede i det første Par Dage, meget hurtigt aftog. Da den derefter henstod en Uge uden at vandes, visnede hele Planten meget hurtigt uden igen at komme til Live ved fornyet Vanding.

Den 22. Maj maalte jeg en Del af Tidslerne i Forsøgskvarteret. De kraftigste Exemplarer vare nu med Bladtoppen fodhøje, selve Stænglerne 8", med kraftige, indtil 10" lange og 3" brede Blade. Stænglerne vare indtil  $\frac{1}{2}$ " tykke, tiltagende jævnt i Tykkelse fra Foden til et Stykke op over Jorden, saaledes at Tykkelsen i Jordoverfladen var 2 Gange og midt paa den overjordiske Stængel 3 Gange saa stor som ved Udgangspunktet fra «Foden». De fleste Stængler vare endnu marvfyldte, men endel af de tykkeste vare allerede hule i det nederste Stykke af den overjordiske Del. Alle nogenlunde kraftige Planter havde indtil 3" lange Grene i hvert Bladhjørne over Jorden, et ifølge mine

tidligere iagttagelser sikkert Tegn paa, at de vare bestemte til Blomstring. medens de svagere, blomsterløse Skud hos yngre Planter stedse ere grenløse. De to nederste Blade paa de nævnte Grene vare hyppig tilsyneladende modsatte og lidt indskaarne, hvilket ogsaa undertiden er Tilfældet med de to nærmest over Jorden siddende Blade af Hovedskuddet, saa at de ligesom efterligne Kimbladene.

Alle Tidslerne paa det her beskrevne Areal havde allerede paa nuværende Standpunkt en stor ydre Lighed og viste en Overensstemmelse i hele Formen, som man ellers ikke er vant til at træffe hos denne Tidselart. Bladene vare noget tyndere, fladere eller mindre krusede og bredere, end hvad man maaske kan kalde normalt, ligesom Indskæringerne næppe naaede halvt ind mod Midtribben. Derimod fandtes i samme Have, imellem Kommen og stødende op til Tidselkvarteret, en Del Exemplarer med smallere, meget bølgede og næsten til Midtribben indskaarne Blade, en Forskel, der formentlig hidrørte fra, at Jorden her ikke havde været saaledes bearbejdet det foregaaende Aar som Tidselkvarteret.

Allerede paa nuværende Trin af Udviklingen viste sig ligelig spredt over Terrænet en Mængde af de bekendte, sygelig udseende Tidselplanter, som fra det tidligste Foraar vise sig angrebne af Tidselrusten, *Puccinia suaveolens* (Pers.), Rostr., hvis tidligste Stadium er de vellugtende Spermogonier, som have givet Snylteren Navn. Endnu paa den her omtalte Tid (22. Maj) var saa godt som kun Spermogonier udviklede, men i saadan Mængde, at samtlige Blade paa de angrebne Planter vare bedækkede heraf fra Grund til Spids; kun paa enkelte Blades Underside havde de rustrode Uredo-Hobe begyndt at udvikle sig. De af denne Snyltesvamp angrebne Planter var ikke alene paa Afstand kendelige ved deres gulagtige Farve, men i Regelen ogsaa ved deres mere opløbne Væxt, saa at deres højere, slankere og rankere Stængel ragede ikke lidet op over de friske. Meget hyppig viste der sig dog ogsaa hele Knipper af tætsiddende Stængler eller rettere af Grene, kommende fra den vertikale Rodstok, alle angrebne af de nævnte Spermogonier. Jeg opgravede saaledes den 21. Maj et Exemplar indtil 2' Dybde, som havde 9 overjordiske Stængler, der vare Forgreninger af en Rodstok, udgaaende i 10" Dybde i Jorden fra den sædvanlige vandret liggende Rodgren eller «Foden». Dagen efter opgravede jeg et andet af samme Snyltesvamp angrebet Exemplar, som fra en og samme lodrette Rodstok udsendte ikke færre end ialt, med de sekundære Forgreninger, 17 overjordiske Stængler, alle angrebne af Spermogonier, og tildels af Uredo. At det Mycelium, som udvikler Spermogonier og Uredo-Hobe, ikke alene udbreder sig i hele den underjordiske Stængel, men ogsaa kan gaa ned i Foden, altsaa i selve Roddelene, synes at fremgaa af flere Exemplarer, som jeg opgravede i Tidselkvarteret den 28. Maj, idet flere Stængler, som udgik fra forskellige Steder af samme Rod eller endog fra dennes sekundære Forgreninger, alle viste sig ligelig angrebne paa de overjordiske Dele. De underjordiske Dele, saavel Rødder

som Rodstokke, der vare gennemtrængte af Snyltesvampens Mycelium, syntes stedse at vise Tilhøjelighed til ejendommelige uregelmæssige Bugtninger, Spiralvridninger og afvigende Forgreninger.

For at prøve Livskraften hos Tidselens overjordiske Dele afskar jeg den 22. Maj, fra et nogle Tommer over Jorden siddende Bladhjørne, et Grenskud af et Par Tommers Længde, med en Stump vedhængende Stængel, plantede samme i en Urtepotte, fyldt med sandblandet Jord, og omgav det med et omvendt stillet Glas for at beskytte det mod for stærk Udtørring. Grenen voxede godt, slog Rodder og var frisk og kraftig indtil midt i Juni, da jeg besaaede Bladene temmelig stærkt med Uredo-Sporer af *Puccinia suaveolens*. 2 Dage efter begyndte Bladene at sortne, og tredje Dagen efter var hele den spæde Plante raadden og næsten opløst, hvortil jeg ikke kunde indse anden Grund end et altfor pludseligt og stærkt Angreb af de talrige spirende Sporer.

For paa nærværende Udviklingstrin at prøve, hvilken Indvirkning en Bortskæring eller Beskadigelse af de overjordiske Dele af Tidselen maatte have, foretog jeg blandt andet følgende Forsøg med 4 Exemplarer i Tidselhaven, som jeg mærkede med Pinde paa følgende Maade: *A*) et sundt Exemplar, som blev afskaaret i Jordskorpen, *B*) et dito, hvis Endeknop afskares, *C*) et af Tidselrust angrebet Exemplar, som blev afskaaret i Jordskorpen, *D*) et dito, hvis Endeknop afskares. — Alle 4 Exemplarer voxede frodig videre. Det viste sig saaledes f. Ex. 3 Uger derefter (d. 18. Juni), at *A* havde skudt 3 nye overjordiske Stængler eller rettere Grene fra den underjordiske Stængel (den vertikale Rodstok) af en halv Fods Højde, alle udmærkende sig ved at være meget stærkt og tæt haarede, samt ved at Bladene kun vare lidet indskaarne og næsten flade. *B* havde fra samtlige overjordiske Bladhjørner udskudt kvarterlange kraftige Grene; Saaret var lagt lige i Overfladen og Stængelen var ikke visnet ned under Snittet. *C* havde skudt 4 nye mere end 6" over Jorden ragende Skud fra den underjordiske Stængel, alle i samme Grad som den bortskaarne Stængel angrebne af Rust, og tilmed baade med Spermogonier og Uredo. De havde fra den tilbageværende Del af Stængelen udsendt 3 fodlange, ranke næsten lodrette Grene fra Bladhjørnerne, alle angrebne af Rusten i begge dens Former.

Den 8. Juni optalte jeg samtlige overjordiske Tidselstængler (uden at medregne de mange Forgreninger fra en og samme Rodstok hos en Del af de rustsyge Planter) paa et mindre Stykke af Tidselkvarteret, nemlig paa et Areal af 130 □' (13' langt og 10' bredt). Heri fandtes ikke mindre end 520 «Tidsler», hvilket altsaa giver 4 overjordiske Tidselstængler for hver Kvadratfod eller ialt 9600 Tidsler paa hele Tidselkvarteret, som var lidt over  $\frac{1}{3}$  Skæppe Land. Paa en Tønde Land vilde der altsaa kunne trives 224000 Tidsler. Alle Tidslerne, med Undtagelse af de rustsyge, lignede hyerandre fuldstændig i hele Dragten, Stængelens og Bladenes Form, Beklædning, Farve osv. Stænglerne vare alle friskgrønne, butkantede, svagt haarede, men opadtil aldeles glatte. Bladene



vare aldeles ikke nedløbende, af Mellemform med Hensyn til Indskæring og Bolgning. Alle kraftigere Stængler vare nu 2—3' høje. Flere af de rustsyge Tidsler, som horte til de højeste og slankeste, vare nu rigelig 3' høje. Paa det nævnte Areal paa 130 □' talte jeg 16 Tidslexemplarer, som vare angrebne af Spermogonier, hvorved maa bemærkes, at de knippeformede Stængler regnedes for enkelte; dette gav et Antal af 300 rustsyge Tidsler paa hele Kvarteret eller med andre Ord:  $\frac{1}{32}$  af Tidslerne vare syge.

Den 12. Juni bemærkede jeg, at alle de Tidsler, der stod langs med en tæt Hasselhæk, som mod Øst begrænsede Tidselhaven, havde alle Stængelbladene stillede mere eller mindre paa Kant, med Overfladen vendt mod Vest, næsten som om de vare pressede. Aarsagen kunde vel næppe være anden end den, at Lyset hovedsagelig maatte komme fra Vest, idet Haslerne skyggede baade fra Østsiden og ovenfra.

Den 17. Juni vare enkelte af de højeste Tidsler 4' høje, og den 21. Juni vare alle de kraftigere Stængler 4' og derover; jeg maalte en, som var rigelig  $4\frac{1}{2}'$  høj. De højeste havde nu distanceret de rustsyge Tidsler, der hidtil havde raget op over alle de andre. Det højeste syge Exemplar var dog 4' højt og aldeles rødbrunt af de talrige Uredosporer, der nu bedækkede ikke alene Undersiden, men tildels ogsaa Oversiden af Bladene; det havde en Kurvknop i Enden af Stængelen, men den kom ikke til Udvikling.

Den 18. Juni overskar jeg endel kraftige Stængler, som viste sig at indeholde noget hvid Mælkesaft, som det syntes i større Mængde jo højere oppe under Toppen Snittet fandt Sted. Denne Mælkesaft fandtes senere at være i Aftagende og var aabenbart til Stede i størst Mængde i Plantens kraftigste vegetative Tilstand, lige førend Kurvene begyndte at udvikles, idet disse endnu den 18. Juni kun viste sig som smaa Knopper i Enden af de kraftigste Stængler, af hvilke Knopper den midterste, Endeknoppen, stedse var størst. Den 21. Juni havde de største Planter ikke alene en Endekurv og en Kreds af mindre Kurve om samme, men alle de øvre Grene havde nu ogsaa begyndt at vise deres knopformede Endekurve, omgivne af endnu mindre vorteformede Sidekurve. Allerede paa nuværende Standpunkt viste det sig tydelig nok, at Kurvene indbyrdes havde en centrifugal Udvikling, saa at man bør kalde hele Kurvsamlingen en Kvast (cyma) eller maaske bedst en topformet Kvast.

Den 24. Juni tog jeg det højeste Exemplar af en rustsyg Tidsel, som jeg overhovedet har fundet, idet det var  $4\frac{1}{2}'$  højt; det havde en Endekurv af en lille Ærts Størrelse og nogle mindre Sidekurve af et Peberkorns Størrelse. Selve disse Kurve vare angrebne af Rust, i det mindste paa de ydre Kurvblade. Spermogonierne vare nu benterrede og viste sig kun som fine brunsorte Prikker paa de faa Steder af Bladenes Underside, der ikke vare optagne af de rødbrune Uredo-Hobe. Den ejendommelige, noget vammelsøde Duft, som ellers udmærker de rustsyge Tidsler, var derfor nu forsvunden, da den alene skyldes Spermogonierne.

Den 28. Juni begyndte Tidslernes Blomstringsperiode, idet der paa den Dag viste sig enkelte udsprungne Kurve, der alle vare Endekurve. Det viste sig, at ikke alene disse, men samtlige senere i hele Tidselkvarteret blomstrende Kurve alene indeholdt Hunblomster.

Samme Dag saa og fangede jeg for første Gang i det paagældende Aar en Del Exemplarer af nogle smaa gule Fluor med sortspættede Vinger, *Trypeta flava*, som jeg det foregaaende Aar havde faaet udklækket af Larver, der levede i Agertidselens Kurve; de fandtes allerede tildels i Parring. De grøngule Cikadelarver, som hidtil havde opholdt sig i de talrige Skumklatter, der bedække Tidslerne, begyndte nu at udvikles, og en Mængde fuldt udviklede, i Farve og Tegning meget varierende Skumcikader hoppede nu lystig om imellem Tidslerne, naar man trængte sig ind i den tætte Skov, som disse dannede. De faa udsprungne Blomster vare allerede nu hjemsogte af forskellige blomster-sugende Insekter samt nogle disse forfølgende Rovfluor.

For hver Dag udviklede der sig nu flere Blomsterkurve. Den 8. Juli fandtes ikke alene talrige Kurve i Blomstring, men en Del af Endekurvenerne vare allerede afblomstrede eller havde i alt Fald visne Blomster. Denne tidlige Henvisnen hidrorte sandsynligvis fra Angreb af Larven til den ovenomtalte lille gule Flue, der allerede fandtes i en stor Mængde Kurve, som i Regelen vare kendelige ved at være spaltede i den ene Side, og ved at en Del af Blomsterne fandtes visnede selv strax efter Kurvenes Udfoldning. Der fandtes kun 1 Larve i hver af de talrige Kurve, jeg undersøgte i denne Henseende, men sjældnen søgte jeg en saadan forgæves, og i de nys omtalte revnede og mistænkelig udseende Kurve fandt jeg stedse den lille hvide Maddike i Midten af Kurven.

Tidselstænglernes Højde var nu, den 8. Juli, gennemsnitsvis 5', de højeste vare 5' 8". Som Resultat af næsten daglige Maalinger af flere Exemplarer i Sommerens Løb viste det sig, at Tilvæksten var størst fra Midten af Maj til kort efter Midten af Juni, eller med andre Ord, til Blomsterkurvenerne begyndte at vise sig. I det nævnte Tidsrum var den daglige Tilvæxt i Højde i Gennemsnit  $1\frac{2}{3}$ ", medens den efter den Tid hurtig aftog til  $\frac{2}{3}$ " og  $\frac{1}{3}$ ", indtil der efter Midten af Juli ikke længer fandt nogen Længdetilvæxt Sted af Hovedstængelen, men vel af Grenene.

Ingen af de rustsyge Planter naaede til Blomstring. I Begyndelsen af Juli visnede de efterhaanden hen; kun de øverste Blade vare endnu i Live hos en Del Exemplarer, og selve Stænglerne vare nu blevene optagne af linieformede, smalle, brune Hobe af Uredosporer, i stedse stigende Mængde opadtil. Kun i de bearbejdede, med Kartofler dyrkede Dele af Haven, skod stadig nye Skud frem med de duftende bleggule Spermogonier, som ogsaa vilkaarlig kunne fremkaldes ved Bortskæring af de ældre rustsyge Stængler. I Begyndelsen af Juli viste sig pludselig paa næsten samtlige hidtil friske Tidselplanter talrige snart rødbrune, snart mørkebrune smaa prikformede Hobe af en Rustsvamp. Hobene

indeholdt dels alene ægrunde Uredosporer, dels en Blanding af disse og af 2-rummede, mørkere Teleutosporer, dels alene af de sidste, men stedse uden mindste Spor af Spermogonier. Disse Rusthobe tilhørte utvivlsomt anden Generation af *Puccinia suaveolens*, med et kun lidet udbredt, begrænset Mycelium, medens den første Generations Mycelium gennemvæver hele den angrebne Plante og er spermogoniebærende. Det bemærkes endnu kun, at de nævnte Rusthobe begyndte at optræde paa de nedre, ældre Blade, men efterhaanden indfandt de sig ogsaa paa de øvre.

I Begyndelsen af Juli havde en Mængde Blade paa Tidslerne faaet et besynderligt Udseende, idet de paa samme siddende talrige Larver af *Cassida viridis* havde afgrævet runde Pletter af Bladkødet, men ladet den ene Overhud, snart paa Undersiden, snart paa Oversiden af Bladet, sidde uskadt tilbage, som en uds্পndt Trommehinde. De udviklede Biller begyndte at vise sig paa Tidslerne i Slutningen af Juli.

Den 10. Juli maalte jeg en Tidsel, som forneden var 2" i Omfang, og som ragede 5' 9" op over Jorden. Den overjordiske Stængel bestod af 38 Led, foruden flere forkortede Led lige i Jordskorpen, som kun havde Bladskeder; de derefter følgende ca. 10 Blade vare visnede, men endnu fastsiddende; de næste 10 Blade vare gulnede og alle angrebne af anden Generation af *Puccinia suaveolens*. Resten af Bladene vare, ligesom de fleste Grenblade, frisk grønne. I alle Bladhjørner fandtes Grene, som vare tiltagende i Længde opad; de 8 nederste vare henvisnede, de nederste af de friske vare 4" lange, de øverste 13 vare kurv bærende, med mere eller mindre udviklede Kurve, jo højere Grenene sad. De længste Grene vare fodlange, med omtrent en halv Snæs Kurve; de naaede paa dette Standpunkt endnu næppe saa højt som Stængelens Endekurve. Fra den 10de Gren, regnet ovenfra, aftog de atter i Længde og i Antallet af Kurve; der fandtes saaledes tæt under Endekurven 2 siddende Sidekurve, derefter fulgte endnu 3 enlige Kurve med respektive  $\frac{1}{2}$ ", 1" og  $1\frac{1}{2}$ " lange Stilke, medens de efterfølgende Grene alle bar flere Kurve og vare forsynede med stedse længere Stilke. Middellængden af Stængelens Ledstykker var 1",8; de længste, som fandtes paa Midten af Stængelen, vare 3". Den overjordiske Stængel havde i sin længste Del en hul Kanal paa 2—3''' i Vidde. Marven, navnlig i Rodstokken, farvedes hurtig rødlig, saasnart den udsattes for Luftens Indvirkning, hvilket overhovedet fandt Sted med alle de Tidselplanter, som jeg paa den Tid iagttog i denne Henseende. Den her beskrevne Tidsel er omtalt noget vidtløftig, da den kan tjene som Exempel paa alle de kraftigere Individer i Tidselkvarteret, idet de, som tidligere bemærket, habituelt lignede hverandre overmaade meget.

Den 18. Juli bemærkede jeg, at alle de øvre Sidegrene vare voxede op over Endekurven, ofte 3—4" højere. For at faa Begreb om Kurvenes Antal paa en enkelt Stængel optalte jeg dem paa 7 forskellige Planter tagne i Flæng blandt de

store, middelstore og mindre, hvilket gav følgende Resultat: 144, 128, 100, 90, 70, 64 og 34 Kurve, eller som Middeltal 90 Kurve paa hver Stængel.

I Slutningen af Juli ragede de længste kurv bærende Sidegrene indtil 6" op over Endekurven, saa at nu de højeste Tidsler vare 6' høje, regnede til Spidsen af Sidegrenene, og de syntes nu at have opnaaet deres Maximum, idet jeg ikke senere i Tidselkvarteret fandt højere Exemplarer. Frugterne begyndte nu ved Hjælp af Fnokkens Krumning at skyde sig ud af Endekurvene og de øverste Grenes endestillede Kurve. Denne Løsning og Løftning af Frugterne finder først Sted, naar ved Modningen Kurvdækket begynder at visne, hvorved den Spændkraft ophører, med hvilken det livskraftige Kurvdække omslutter de endnu umodne Frugter. Fra at være krukkeformet (urceolatus) gaar Kurvdækket over til at være klokkeformet (campanulatus) eller endog bækkenformet (crateriformis), hvilket bevirkes derved, at det henvisnende Kurvdække trykkes indvendig fra af de nu fuldt udviklede Fnokstraaler, hvis Sidestraaler ved Udtørringen udspiles. Der dannes dog ikke en saadan Fnokbold, som hos saa mange Cichoriaceer, idet nemlig Fnokkens Hovedstraaler ved Udtørring krumme sig stærkt i den nedre Del, hvorved Frugterne løsnes og hæves op over de børsteformede Avner. Der fandtes iøvrigt i Tidselhaven, skønt her kun forekom saadanne Former, der ellers pleje at bære Frugt, kun meget faa fuldt udviklede, modne Frugter. I de fleste i Slutningen af Juli udviklede Kurve fandtes ikke en eneste Frugt, der saa ud til at blive moden, idet de vare svange, tynde, sammenfaldne eller endog helt henvisnede, og i de faa Kurve, hvori fandtes saa store Achænier, at de saa ud til at blive fuldt udviklede, var disses Antal altid meget ringe, aldrig over  $\frac{1}{20}$  af Blomsternes Antal. Dette mærkelige Misforhold hos disse ellers saa kraftige Individuer laa sandsynligvis i to Omstændigheder: dels det store Antal Larver af *Trypeta flava*, som havde angrebet Kurvenes Indhold, og som fandtes saa hyppig, at jeg maatte overskære Snese af Kurve, før jeg traf en ubeskadiget, dels den Omstændighed, at der i den af høje Hække, Hege og Træer omgivne Have, saavel som i Nabohaverne, ikke fandtes en eneste Hanplante af *Cirsium arvense*. Jeg fandt ogsaa, trods megen Eftersøgen, kun nogle faa Gange Støvkorn paa Arrene, medens jeg paa Marker og Veje, hvor der voxer baade Han- og Hunplanter, aldrig forgæves har søgt efter det nævnte Pollen paa Hunplanternes Ar.

Den 8. August lod jeg de fleste af Tidselstænglerne afmeje, og den 17. August paagyndtes Gravningen, der fortsattes næsten daglig i Resten af Maaneden, før ved Hjælp heraf saa vidt muligt at komme til Klarhed med Hensyn til Marktidseleens underjordiske Deles Forgrening, Knopskydning og øvrige Forhold. Den Dybde, hvortil der arbejdedes, var 7', og Jordens Beskaffenhed var følgende: De øverste halvanden Fod (eller rettere afvæxlende 18"—22") var Muldjord eller «sort Jord» som den kaldtes, hvis nederste Parti var graaagtig, i tor Tilstand næsten askelignende, i vaad

Tilstand seig og bindende, en Jordart, der af Graverne kaldtes «Bumme». Under dette kom et 4' mægtigt Lag «dødt Ler», stift Blaaler uden kendelig Indblanding af Kalk, med talrige i alle Retninger gaaende rustgule Aarer, farvet af Jærntveille. Dette Lerlag var overordentlig fast og haardt, saa at det paa den nævnte Tid næppe var til at grave i, men maatte hakkes op eller tildels kløves med Mejsel og Hammer for ikke at beskadige Tidselrødderne, hvilket Arbejde dog lettedes ved de talrige mere eller mindre lodrette Kløvningsflader, som fandtes overalt i det døde Ler, og som af Arbejderne kaldtes «Avner». Længs disse fandtes talrige, hyppigst vertikale Kanaler, som dels vare aldeles hule, dels fyldte med sort Jord eller med visne Plantedele. Disse Kanaler vare aabenbart, i det mindste for en stor Del, dannede af Planterødder, navnlig Tidselrødder og i ringere Grad af Ager-Padderokkens og Ager-Snerlens Rødder og Rodstokke fra de foregaaende eller sandsynligvis fra en længere Række Aar, og man kunde ofte paa disse Kanalers Forgrening, Form og Retning bedømme, hvilken af de nævnte Planter der havde frembragt dem. Det viste sig ogsaa, at endnu levende, lodret nedadgaaende, kraftige Tidselrødder stedse søgte disse lettere gennemtrængelige Spalter eller Kløvningsflader i Leret. Længs disse lodrette Tidselrødder fandtes ofte større hule Kanaler end fornødent for Røddernes Plads, og sædvanlig vare de udfyldte med sort Jord; maaske hidrørte dette fra, at de nye Tidselrødder havde benyttet de af de ældre nu forraadnede Rødder dannede Rør; i nogle Tilfælde syntes Aarsagen dog at være den, at Oldenborrelarver og Regnorme, som her kaldes «Maddiker», følge Tidselrødderne for lettere at trænge ned til en større Dybde eller omvendt for at naa højere op mod Overfladen, idet jeg nemlig flere Gange traf de nævnte Dyr tilsyneladende i Begreb med at foretage en slig Vandring. Det nederste Lag af det døde Ler var noget blodere, og i 5½—6' Dybde stødte man pludselig paa en, i sit overste Parti blød og let bearbejdelig Mergel, der var meget fed og bruste overmaade stærkt ved Tilsætning af Syrer, medens ikke den svageste Brusning eller med andre Ord Kulsyreudvikling var at bemærke selv i den nederste Del af Lerlaget, saa at Grænsen var temmelig skarp. Denne bløde Mergel gik efter omtrent 1' Mægtighed over i en haardere Mergel af ubekendt Dybde.

Ved med Spade og Hakke, Mejsel og Hammer, Kniv og Pincet at forfølge Hundreder af Tidsler mere eller mindre fuldstændig i deres underjordiske Forgreninger viste det sig for det første, at der ikke fandtes en eneste Froplante, men at alle overjordiske Tidselstængler havde deres Oprindelse fra Knopper paa Roddele. Endvidere viste det sig, at disse til Stængler bestemte Knopper aldrig optraadte dybere end i Muldlaget, altsaa her ikke dybere end 18", i hvilken Dybde kun ganske undtagelsesvis fandtes en Knop paa Roden, medens de i Regelen opstod i en Dybde af 9—12" under Overfladen. De fra foregaaende Efteraars Knopper udviklede Stængler fandtes selvfølgelig ogsaa stedse at udgaa fra den nævnte Dybde af omtrent 1', hvor den vandrette Del af Roden,  $\alpha$ : «Foden»,



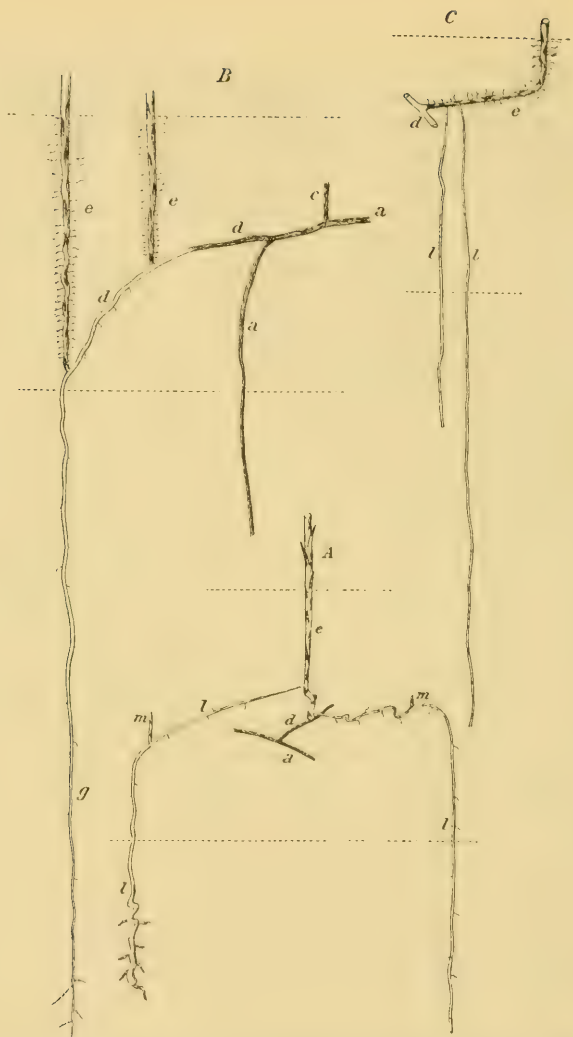


Fig. 2. Exemplar paa Roddannelse fra «Tidsel-Forsøgshaven». Laget mellem de to prikkede Linier paa alle tre Figurer er Muld, nedenunder Ler. a. Levning af den fjorgamle, visne Rod. d. Rødder, som samme Aar have frembragt blomsterbærende Stængler. c. Rodstokke; i C ligger den nederste Del af Rodstokken vandret. c. Fjorgammel Rodstok. g. Rødsænkere, som danne umiddelbar Fortsættelse af «Foden». l. Birødder, udgaaende fra Rodstokken; i A er den ene Rødsænker kun naaet l' ned i Leret og ender med et opsvulmet Parti og flere med Rodhaar tæt beklædte Grene. m. Knopper.  $\frac{1}{10}$ .

altid fandtes. Kun hos et af den første Generation af Tidselrusten angrebet Exemplar havde den gentagen gaffelformet grenede Rodstok sit Udspring i 21" Dybde, men dog endnu i graaagtig, med Humus blandet Lerjord.

Af særlig Interesse var den gennemgaaende overordentlige Regelmæssighed eller Ensartethed hos de her voxende Tidslers underjordiske Dele, hvilket tydelig ses af Fig. 2 og Tavlerne; Roddelenes naturlige Stilling er fremstillet, saaledes som den viste sig under Udmejslingen. Det viste sig saaledes, at alle de vandrette Rodgrene fandtes i en forholdsvis ringe Dybde, nemlig fra  $\frac{3}{4}'$ — $1\frac{1}{2}'$ , altsaa stedse i Muldlaget, at Knopperne alene udgik fra denne Del af Roden, og at altsaa ogsaa de skælklædte, lodrette, underjordiske Stængler, Rodstokkene, ligeledes udgik fra de vandrette Roddele, Fødderne, i den nævnte Dybde. Endvidere viste det sig altid, at Roden et kort Stykke fra det Sted, hvor Knopperne fandtes, eller hvorfra Rodstokkene udgik, krummede sig nedad og derpaa, næsten uden at udsende Grene til Siderne, gik lodret ned gennem hele det 4' mægtige døde Lerlag, og endelig til  $\frac{1}{2}$ — $1'$  Dybde ind i det bløde Mergellag, i hvilket den forgrenede sig mere eller mindre; Enderne af Grenene vare beklædte med fine Rodhaar. De lange «Rodsækere» (eller «Ernæringsrødder», som de ellers ere kaldte her i Skriftet) bugtede sig meget lidt, gik ofte længere Strækninger snorlige, og de faa og svage Krumninger synes navnlig at hidrore fra de nødvendige Omveje for at omgaa Sten eller haardere Partier i Leret, samt fra Tilbøjeligheden til at følge Lerets Kløvningsflader. De faa Rodgrene, som udsendtes fra «Rodsækkerne», vare vandrette, korte og tynde. Kun fra Foden, der bar Rodstokkene, og fra den allerøverste, endnu i den sorte Jord værende Del af Rodsækkerne udsendtes kraftigere Rodgrene, bestemte til længere Varighed og Virksomhed. Disse Rodgrene gik først i vandret Retning eller, hvis de udgik noget dybere, først i en buetformet opstigende Retning, indtil de naaede den sædvanlige Dybde, fra hvilken Stænglerne have deres Udspring. Efter at have vandret i 1—2' Længde i den nævnte Retning danne de 1 à 3 Knopper, hyppigst dog 2, sædvanlig i et Par Tommers indbyrdes Afstand, men undertiden i over 1' Afstand fra hinanden. Tæt nedenfor det Sted, hvor disse Knopper findes, bliver Rodgrenen tykkere, saaledes at de ved Udgangspunktet knap  $\frac{1}{2}'''$  tykke, Violinstrengene lignende, vandrette Grene, ved Knopperne vare op imod  $1'''$  og nedenfor samme, gennem den største Del af Lerlaget, over  $1'''$  tykke, indtil de endelig aftog igen i den nedre Del af Leret og i Mergelen, saa at den her forekommende forgrenede Del af Roden ikke havde større Tykkelse end ved Udgangspunktet. Saaledes vare de Roddele beskafne, som vare bestemte til i det følgende Aar at udsende overjordiske Stængler, medens de Rødder, som i selve det paagældende Aar bare saadanne, i det hele vare meget tykkere og kraftigere, men iøvrigt havde ganske samme Form og Retning som hine.

Det var ikke muligt nogetsteds at iagttage flere sammenhængende Roddele end dem, der svare til 3 paa hverandre følgende Aars overjordiske Stængler,

nemlig samtidig fra 1871, 1872 og 1873, af hvilke endda de, som svare til det foregaaende Aar kun vare til Stede i hentorret, uddød Tilstand, medens de tilsvarende overjordiske Stængler vare sporløst forsvundne (sml. Tab. I, hvor Roddelene *a* svare til 1871, *d* og *g* til 1872, medens *i* først i 1873 vare bestemte til at skyde Stængler). Medens der for de overjordiske Deles Vedkommende aldrig fandtes andet eller mere end, hvad der svarede til samme Aars Vegetation, idet alt er kommet frem efter Vinteren, og alt er bestemt til at gaa bort; følgende Vinter, endog et Stykke ned i Jorden, saa ere Roddelene derimod ikke alene noget mere varige, idet de i visnet Tilstand endnu ere kendelige et Aar derefter, men den Rod, som er bestemt til at bære og nære Stængler det følgende Aar, udvikles allerede fuldstændig i dette Aar og bærer henimod Efteraaret de Knopper, som ere bestemte til Overvintring. Forgreningen, saaledes som den viste sig overalt i Tidselhaven, forstaas bedst ved Henviisning til den vertikale Profilletegning (Tab. I), der er udført i  $\frac{1}{8}$  sand Størrelse efter det fuldstændigst udgravede Exemplar. Først bemærkes en sortebrun henviisnet Rodlevning (*a*) fra foregaaende Aar; nedenfor dens i Lerlaget afbrudte Ende fandtes endnu i det stive Ler tydelige Aftryk (*b*), i omtrent 1' Længde, af dens Fortsættelse, som var fuldstændig forvitret, medens der selvfølgelig ikke var noget tilsvarende at opdage ved den anden, i det løse Muldrag afbrudte Ende. Fra den øverste Krumning af den fjorgamle Rod fandtes endvidere at udgaa tvende korte henviisnede Brudstykker (*c*) af Rodstokke, hvis Fortsættelse, de tilsvarende overjordiske Stængler, vare sporløst forsvundne. I Forbindelse med den visne Rod og udgaaende fra denne fandtes endnu 2 kraftig vegeterende vandrette Rodgrene, «Fodder» (*d*); hos andre af de udgravede Exemplarer i Tidselhaven varierede disses Antal fra 1 til 3. De nævnte Rodder vare tæt ved Udgangspunktet fra den fjorgamle Rod næppe  $\frac{1}{2}$ ''' tykke, men de tiltoge efterhaanden i Tykkelse, saa at de blev  $1\frac{1}{2}$ ''' paa det Sted, hvorfra Stænglerne skød frem, og tæt nedenfor samme. Med Hensyn til Retningen af disse Rodder, da krummede de sig først lidt nedefter og derpaa atter opad, og ankomne til det øverste Sted, omtrent i 1' Dybde under Overfladen, udsendte de 2 eller 3 (undertiden kun 1) lodrette, skælklædte og med talrige fine forgrenede Birodder forsynede Rodstokke (*e*), som forlængede sig over Jorden til blomsterbærende Stængler. Tæt forbi det Sted af Foden, som bar Stænglerne, krummede den sig temmelig pludselig nedad og gik derpaa som en lodret «Rodsænker» (*g*) lige ned i Mergelen til en Dybde under Overfladen af 6—7', altsaa til en endnu større Dybde i Jorden end Stænglerne naaede over Jorden. Hele Tidselens lodrette Udstrækning fra den nederste Rodspids til den øverste Blomsterkurv var altsaa rigelig 12'. De yderste Rodender og de yngste tynde Sidegrene (*h*) vare beklædte med fine Rodhaar, hvilket ikke alene var Tilfældet med de i Mergelen nedsænkede Rodder, men ogsaa med de yngre Rodsænkere, som endnu ikke naaede længere ned end i Leret (*i*). Fra de stængelbærende Fodder udgik dernæst til alle Sider flere først i vandret Retning 1—2' langt udlobende og derpaa lodret ned i Mergelen

gaaende nye Rodgrene (*i*). Det lykkedes kun at udpræparere 2 til 3 af dem ad Gangen (d. v. s. hørende til samme Exemplar), idet de vinkelret paa Brudfladen i Leret udgaaende Rodder i Regelen bleve overskaarne. De her omtalte Rodgrene viste sig ganske som en Gentagelse af den Rod (*d* og *g*), der samme Aar bar de blomstrende Tidselstængler; de krummede sig sædvanlig først lidt nedad eller gik et Stykke i vandret Retning og derefter noget opad; paa den øverste Del af Krumningen fandtes 1 à 3 Knopper (*k*), bestemte til efter Overvintring at skyde i Vejret som overjordiske Stængler. Endelig fandtes ogsaa udgaaende fra den underjordiske Stængeldel lignende, men spinklere, knophørende Rodder (*l*), hvis Rodsænkere hos de Exemplarer, jeg kunde forfølge til Enden, kun naaede et kortere eller længere Stykke ned i Leret uden at naa Mergelen, hvormod deres tyndere og spinklere Knopper (*m*) viste sig at være mere udviklede og langstrakte end paa de fra den ældre Rod udgaaende Rodgrene. En af de her tegnede Rodder havde, hvad der overhovedet meget hyppig var Tilfældet, boret sig paalangs gennem et i det nederste af Muldlaget liggende Stykke Trærød (*n*).

Foruden Tidselrødderne fandtes i det mindste gennem hele Lerlaget ogsaa enkelte, af Arbejderne saakaldte «Rokker» eller «Rokkerødder», d. v. s. Rodstokke af *Equisetum* arvense, let kendelige ved deres sortagtige Farve, leddede Bygning osv. Medens man i Lerlaget udelukkende fandt vertikale Tidselrødder, strakte de nævnte Padderokker sig horizontalt vidt og bredt omkring, endnu i over 4' Dybde. Endvidere forekom en Del «Gedetving», d. v. s. *Convolvulus* arvensis, hvis Rodstokke og Rodder vare kendelige fra Tidslernes ved deres lysere, næsten hvide Farve, medens Tidselrødderne vare gulgraa, samt ved at være spædere og skørere. Snerlens Rodstok var endvidere i Regelen mere eller mindre spiralsnoet. I Forhold til den Mængde af Gedetving, som fandtes i Jorden optraadte den kun sparsomt med sine overjordiske Dele, formodentlig hemmet i sin Udvikling af den store Masse Tidsler, af hvilke dog nogle enkelte fandtes lige til Toppen omslyngede af denne Medbejler med Hensyn til at trænge dybt ned i Jorden, at skyde Knopper fra Roden, Sejglivethed, Vanskelighed i at rydde afvejen og den heraf følgende skadelige Rolle i dyrket Jord.

Tidselens Rødder viste sig at være meget sejge. Naar man rev dem over med Magt, bristede først det skøre Barklag, og derpaa sonderreves den overordentlig stærke og elastiske Marvskede paa et ganske andet Sted, saa at den hang frem af den ene Part som en lang, tynd Tarm, ligesom hos Stængelen af den Plante, der har faaet sit Navn efter denne iøvrigt ikke sjældne Egenskab, nemlig Honsetarm (*Cerastium*). Denne elastiske Karbundtstreng lod sig let udtrække af Tidselrøddernes Barklag i en Alens Længde uden at briste og var saa stærk, at den strax lod sig udspænde stramt nok til, at den kunde give en temmelig høj Tone ved at sættes i Svingninger. I frisk Tilstand kunde en saadan Streng af 6" Længde bære en Vægt af indtil  $1\frac{1}{2}$   $\text{Å}$ , og efter 3 Timers Torring var den



endog i Stand til at bære en Vægt af 3  $\bar{\text{A}}$  38 Kv., inden den brast; efter længere Tids Udtørring blev den dog skørere. Som et særligt Tilfælde fortjener det at anføres, at jeg i Muldlaget fandt en Tidselrod, som var fuldstændig gennemboret paatværs af en anden lige saa tyk Tidselrod, uden at der dog havde fundet nogen Sammenvoxning Sted, thi den forstnævnte Rodgren kunde med Lethed trækkes frem og tilbage gennem det tilsyneladende lagte Hul i den anden, paa dette Sted selvfølgelig udvidede Rod.

Den 10. September undersøgte jeg de endnu efter Udgravningen henstaaende lodrette Brudflader. Det viste sig da, at der fra de i Muldlaget liggende Dele af Rodderne, som vare blevne blottede, havde udviklet sig en Del grønne Bladrossetter. En saadan fandt jeg endog endnu midt nede i Lerlaget paa den blottede Væg, i  $3\frac{1}{2}'$  Dybde, paa en lidt højere oppe afknækket, for Jord blottet Rødsænker, hvilket tjener til Bevis for, at selv saa dybt liggende Roddele, paa hvilke der normalt ikke dannes Knopper, dog kunne udvikle saadanne, naar de blot udsættes for Luftens Indvirkning. Brudstykker af Rodder, som vare blevne siddende i Lerklumper, vare visnede eller raadnede, fordi Lerklumperne vare udtørrede i Solheden. Derimod viste det sig, at talrige, baade korte og lange Rodstumper, som henlaa i den opdyngede Jord, i omtrent 6" Dybde, havde skudt friske Spirer, som med deres grønne Blade ragede et Par Tommer op over Jorden; ja det samme var endog Tilfældet med afbrudte skælklædte Rodstokke, som slet ikke stod i Forbindelse med noget af den Rod, hvoraf de vare udviklede; nogle af dem havde endog fra Bladskællenes Vinkler udsendt 2—3 Skud, der ragede op over Jorden med deres grønne Blade.

De midt i August afhuggede og i en Bunke henlagte Tidselstængler vare midt i September blevne sortagtige, hvilket viste sig at hidrøre fra et Overtræk af Svampe, navnlig bestaaende af et Mycelium af sorte leddede Traade, som bare talrige Macro- og Microconidier af en Pleospora. Fra Begyndelsen af Oktober til helt ind i Vinteren vare først Kurvene, senere ogsaa Stænglerne oversaaede med en stor Mængde Exemplarer af *Physarum cæsius* (Schum.) Fr.

I Slutningen af November og i Begyndelsen af December undersøgte jeg flere af de løst paa Jorden liggende og halvt i samme nedsænkede, men afhuggede Stængler, som vare uden Forbindelse med Roden og tilsyneladende visne og hentørrede. Ved nærmere Betragtning viste de sig dog ofte endnu at være levende, idet de havde udsendt talrige fine, indtil kvarterlange Trævelrødder fra de Dele, som vare i Berøring med Jorden, samt begyndt at udvikle smaa grønne Bladrossetter fra de henvisnede Blades Vinkler. Det viser sig altsaa, at selv de afhuggede, overjordiske Stængler, under begunstigende Omstændigheder, ere i Stand til at tjene til Marktidscelens Formering. Det samme har jeg ogsaa iagttaget ved omfaldne, løsrevne og tilsyneladende visne Stængler (af Hun-



planter) paa Græsmarker om Efteraaret, og endelig har jeg ogsaa ved Dyrkning af Stumper af henvisnede overjordiske Stængler om Efteraaret overbevist mig om, at de ved rigelig Vanding ere i Stand til at slaa Rodder og skyde Knopper. Denne Formeringsmaade synes dog kun at kunne finde Sted hen paa Efteraaret, idet Stængelstykkerne tidligere paa Aaret, i den da herskende tørrere Luft, altfor hurtig visne og ved rigelig Vanding raadne. For saa vidt de nævnte Birødder blive kraftige og dybtgaaende nok til at overvintre, er Formeringen ogsaa sikret ad denne Vej.

## V. Rodsystemet.

### A. Rodens Bygning og Virksomhed.

Det er ved Studiet af Marktdiselen af megen Vigtighed, sikkert at kunne adskille den færdig dannede Rod fra den færdig dannede Stængel. Selvfølgelig vil man i Regelen kunne adskille disse to Organer ved, at Stængelen bærer Blade, Roden ikke; naar imidlertid Bladene paa den underjordiske Stængeldel hen paa Sommeren ere raadnede bort og kun have efterladt et højt ubetydeligt Ar, er dette Kendemærke for Stængelen meget usikkert. Den anatomiske Bygning afgiver da et sikrere og lettere anvendeligt Adskillelsesmærke, idet Stængelen indeholder mange isolerede Karbunder, der ere stillede i Kreds omkring en Marv eller (i ældre Stængler) en Hulhed, medens Roden altid indeholder i udelt, midtstillet Karbunds-system. Dette er noget forskellig bygget hos de forskellige Rodder, men indeholder altid Nägeli's bekendte primære, centripetalt udviklede Kargrupper, hvis Beliggenhed er nærmest Strængens Centrum; disse Grupper findes hos *Cirsium arvense*

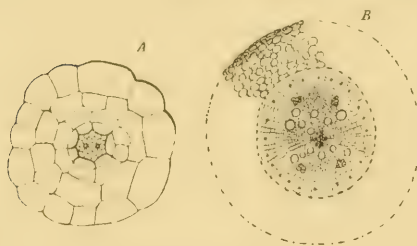


Fig. 3.

- A. Tværsnit af en Ernæringsrod.  
B. Tværsnit af en Formeringsrod.

sædvanlig i et Antal af 2, dog kan der undertiden forekomme 3. Den berørte Forskel mellem de enkelte Rodformer i anatomisk Henseende er ingen Væsens-, kun en Gradsforskel, som det vil fremgaa af de vedføjede Figurer. Fig. 3 A er Tværsnit af en yderst fin Ernæringsrod, meget svagt forstørret; i det centrale Karbunds-system, der omgives af Karbundtskeden, Barken og Overhuden, er der kun anlagt 2 Kar, de første Begyndelser til de 2 centripetalt udviklede

Kargrupper. Fig. 3 B er et Tværsnit af en middelstærk Formeringsrod, meget svagt forstørret; det mediane Karbunds-system er her overordentlig sammensat og indeholder talrige Kar samt Strenge af Bast; det omslutes af et radierende indre Barkparti, hvori findes en

Kreds af Harpingsange, samt af en kraftig udviklet Yderbark med uregelmæssig stillede Celler. — Adventivknopperne, der dannes paa Roden, anlægges, som det almindelig er Tilfældet med Adventivknopper paa Rødder, inde ved Rodens centrale Karbunds-system, løfte Barken vorteformet i Vejret og sprænge den, idet de trænge frem.

Skont den Funktion at skulle bevare Planten fra Aar til Aar samt at skulle sørge for Plantens Formering ganske er overladt til Roden, saa har denne dog tillige beholdt sin almindelige Funktion: at skulle sørge for Plantens Forsyning med Vand. Til Besvarelsen af det Spørgsmaal, om alle Dele af det hele Rodsystem have lige megen Betydning for Vandforsyningen eller ikke, ville følgende Forsøg<sup>1)</sup>, der alle anstilledes paa Lerjord, give et Bidrag.

I Juni Maaned fjernedes Jorden omkring den underjordiske Del af nogle Skud, dels saadanne, der endnu ikke havde Kurvknopper, dels saadanne, der alt havde anlagt dem. Idet Jorden blev borttagen, ophævedes altsaa Virksomheden af de Ernæringsrødder, der udgaa fra den underjordiske Del af Stængelen. Dette syntes ikke at frembringe nogen synderlig skadelig Virkning paa Skuddene; ethvert kraftigt Skud blomstrede senere livlig. Dog er det selvfølgelig umuligt at sige, om disse Skuds Udvikling ikke vilde have været endnu kraftigere, om hint Experiment ikke var blevet foretaget med dem.

Gentagne Gange behandledes kraftige Skud, paa omtrent samme Væxstadium, nogle voxende paa torrere, andre paa fugtigere Jord, paa følgende Maade: I en Afstand af ca. 6" fra Skuddet gravedes et Hul paa ca. 18" Dybde; fra Bunden af Hullet arbejdedes ind under Skuddet og derfra opefter til dets nederste Ende, der blev afskaaren fra Forbindelse med Moderroden. Virkningen heraf viste sig snart, paa varme Dage næppe en Time efter: Skuddet lod Bladene hænge. Stod Skuddet paa en forholdsvis tør Grund, visnede det fuldstændig, skønt det ofte havde talrige Rødder fordelt i det øvre Jordlag til en Dybde af 9—12". Paa mere fugtig Grund, navnlig hvor et lille Lag Tørv hvilede paa blødt, fugtigt Ler, bevirkede Experimentet, at Skuddet blev overordentlig ømfindtligt for Varmens Indflydelse; Skuddet, hvis Blade hang slapt ned, var meget sygt, skønt det havde Rødder spredte i den fugtige Grund, og Væksten syntes helt standset; kolige Nætter og Regnvejrskdage forfriskede det dog kendeligt. Imidlertid udsendtes snart fra den underjordiske Del af Stængelen flere Formeringsrødder, der alle forholdsvis hurtig bojede lodret ned, søgende den fugtige Undergrund, hvorefter Skuddet, uden længer at generes af stærk Varme, kunde fortsætte Væksten og endog naa til Blomstring.

Ved atter andre Skud fjernedes Jorden omkring den underjordiske Del, hvorefter Moderroden fulgtes et Stykke ned og afskaars fra Forbindelse med de fra den udgaaende Formeringsrødder, saaledes at Skuddet nu kun ved sin Moderrod stod i Forbindelse med

<sup>1)</sup> Af S. L. (p. 47—48).

Jorden, og derved med de dybere liggende Jordlag. Saadanne Skud forbleve friske og blomstrede, uden at vise nogen kendelig Aftagen i Kraft.

Af det meddelte kan sluttet: Skuddets Forbindelse med det øvre Jordlag kan undværes, hvorimod Forbindelsen med de dybere liggende Jordlag ikke kan undværes. Op-hæves denne sidste, søges den strax bragt tilveje; kan dette ikke ske, gaar Skuddet til Grunde. — Det er altsaa den nedstigende Del af Formeringsroden, der særlig har Betydning som vandforsynende; de Rødder, der udgaa fra Stængelens underjordiske Parti, synes for Vandforsyningen kun at have Betydning som supplerende Hjælperødder, medens de jo for Ernæringen i øvrigt kunne være af Vigtighed.

Ved Plojning og Harvning sonderdeles de Formeringsrødder, der krybe i det øvre Jordlag, ligesom alle de Stængelknopper eller Lovskud, der have boret sig op gennem Plojelaget, løsriver. Ved Gravning af Grøfter, Mergelgrave osv. ville ogsaa dybere liggende Dele af Planten udsættes for at sonderdeles paa den forskelligste Maade. De løsrevne Stumper af Rødder og Stængler ville bringes under de forskelligste Livsvilkaar. Det er allerede i Afsnittet om «Tidsel-Forsøgshaven» omtalt, at alle de i de opkastede Jordbunker liggende Stumper, i hvilken Stilling de end laa, kunde opsende Stængelskud. Dette skete i Regelen, forsaavidt de ikke enten laa i større Dybde end 1' eller laa frit ovenpaa Jorden; i første Tilfælde udeblev Knopdannelsen af Mangel paa Luftens Adgang, i sidste Tilfælde indtørrede Røddelene hurtigt i Solskinnet, og senere indtræffende Regn var ikke i Stand til at bringe Liv i dem; senere hen paa Efteraaret viste det sig, at selv overfladisk liggende Rodstykker, i den da herskende fugtigere Luft, vare i Stand til at udsende Rodgrene og skyde Knopper. Saadanne løsrevne Stumpers Livskraft skal i det følgende nærmere undersøges.

Naar en Stump af en Formeringsrod, der samme Sommer vil bære (eller allerede bærer) blomstrende Skud, en Stump paa mindst et Par Tommers Længde, indplanteres under gunstige Vilkaar, vil det sjældent slaa fejl, at der efter 2—3 Ugers Forløb viser sig Bladrossetter over Jorden, hvad enten der paa de indplantede Brudstykker fandtes synlige Knopper eller ej; kun fremkomme Skuddene i første Tilfælde noget tidligere. Resultatet viser sig ogsaa at være det samme, hvad enten Brudstykket er taget af den horizontale «Fod» eller af den tyndere Rødsænker, og hvad enten det er taget i 1' eller i 6' Dybde. — Rodstumpen udsender sædvanlig Stængelskuddet fra den ene Ende og Formeringsrodterne fra den anden Ende, og det synes, som om dens Stilling i Jorden har nogen Indflydelse paa, hvilken Ende, der skal danne Stængel, og hvilken der skal danne Rod, idet en saadan Rodstump, stillet lodret eller stærkt heldende i Jorden, næsten i alle Tilfælde udvikler Stængelen fra den øverste og Rødderne fra den nederste Ende.

Hvor kraftig en Udvikling en saadan Rodstump som de omtalte kan naa i Lobet

af en Sommer<sup>1)</sup>, vil fremgaa af Fig. 4, der viser en ca. 6—8" lang Rodstump, plantet under gunstige Vilkaar d. 16. Juli 1872, som i den følgende Del af Sommeren udviklede et kraftigt Skud, der blomstrede i Midten af September, samt et Rodsystem, bestaaende af 4 Rodradier, der indtil Oktober gav Planten en Udbredningsdiameter af 9' (største Radius 5'). Den eneste væsentlige Forskel mellem et sædvanligt Rodsystem og det, der udvikles her, er følgende: Alle eller næsten alle de Formeringsrødder, der bryde frem umiddelbart fra Rodstumpen, bøje meget hurtig i Jorden; de Formeringsrødder derimod, der atter udgaa fra dem, krybe temmelig vidt omkring, som sædvanlig.

Det ovenfor beskrevne Exempel maa i høj Grad vække vor Forundring; thi — kan en Rodstump, kun lidt over et Kvarter lang, brede sig til en Kred, der er 9' i Diameter, i Løbet af et Par Maaneder — synes Tidselrodens Livskraft jo at være næsten uendelig. Vi skulle nu i det følgende søge efter Grænserne.



Fig. 4. Udvikling af et Rodsystem fra en Rodstump i Løbet af en Sommer.

Vi have allerede ved Omtalen af Kimplanterne set, at der findes en laveste Aldersgrænse. At der ogsaa findes en højeste Aldersgrænse, fremgaa af følgende: Naar Stumper (paa  $\frac{1}{2}$ —6" Længde) af Rødder, der bare blomstrende Skud det for-gaaende Aar, plantes selv under gunstige Vilkaar, gaar den overvejende Del af dem til Grunde.

Ved alle de følgende Forsøg anvendtes Stumper af Rodgrene, der samme Sommer udviklede blomstrende Skud; alle Forsøgene anstilledes i Midten af Juli Maaned.

Rodstumper af 1" Længde plantedes 2" dybt paa et solbeskinneth Sted i god, jævnt fugtig Muldjord. De udviklede Lovskud i Løbet af en halv Sneds Dage; naar nu dette Lovskud blev afbrøkket strax efter, at det havde vist sig i Jordskorpen, dannede samme Rodstump sædvanlig intet nyt Skud. — Rodstumper paa 6" Længde, plantede under lig-nende gunstige Vilkaar, taalte vel, i alt Fald de fleste af dem, at de fra dem udviklede

<sup>1)</sup> Efter S. L. (p. 49—52).



Skud brækkedes af flere Gange, saa snart de viste sig i Jordskorpen; men hermed var Væxten ogsaa forbi, og saadanne Rodstumper, hvis Skud ikke kom til at assimilere, udviklede intet System af Formeringsrødder.

Vi se saaledes, at en Rodstump kan blive ligesom »udtømt«, samt at Kvantiteten af Skududvikling, som en Rodstump kan præstere, for en Del i det mindste bestemmes af Stumpens Størrelse.

Rodstumper paa 1" Længde ere i Stand til at udvikle Løvskud og Formeringsrødder, naar de (under de oftere nævnte gunstige Vilkaar) plantes i en Dybde af 6", derimod ikke, hvis de plantes 1' dybt; i dette sidste Tilfælde synes dog i det mindste en Del af Rodstumperne at forsøge paa at sende Skud op til Jordoverfladen, men Forsøget mislykkes, og saavel Skuddet som Rodstumpen gaa til Grunde (ved Udgravning i Oktober fandtes kun forraadnede Rester i Jorden).

Ved lignende Forsøg viste det sig, at Rodstumper paa 6" Længde ere i Stand til at opsende Skud til Jordoverfladen, derfor ogsaa til at danne Formeringsrødder og fortsætte Væxten, fra en Dybde af 1', derimod ikke fra en Dybde af 2'.

Rodstumper paa 6" Længde, plantede saaledes, at den ene Ende ragede frem over Jordoverfladen, iøvrigt under samme Betingelser som de foregaaende, men i stærk Skygge, udviklede vel Skud, der imidlertid ved det svage Lys hensygnede; hen paa Sommeren vare saavel Skuddene som Rodstumperne raadne. Det synes i det hele taget, som om der ikke er noget mere ødelæggende for en Rodstump end at gøre et mislykket Forsøg paa at udvikle assimilerende Skud.

Rodstumper paa  $\frac{1}{2}$ —1' Længde, plantede i 1' dybt Vand, (i hvilket de sank til Bunds, da den friske Røds Vægtfylde er lidt større end Vandets), gik for en Del til Grunde uden at danne Skud; andre udviklede Skud, der grønnedes, men da de ikke naaede frem over Vandfladen, gik saavel Skuddene som Rodstumperne i Forraadelse.

Rodstumper paa  $\frac{1}{2}$ —1' Længde henlagdes i den varme Sommertid i fri Luft, udsatte for Sol og Vind, i 2 Døgn; derpaa befugtedes de med Vand og plantedes under saa gunstige Vilkaar som muligt. Hver én af disse Rodstumper raadnede fuldstændig uden at have givet Livstegn fra sig. Rodstumper af samme Længde, behandlede paa ovennævnte Maade i 1 Døgn, derefter plantede under lignende gunstige Vilkaar, raadnede lige-saa alle uden Undtagelse. — Der er overhovedet intet, Tidselroden taaler mindre end at tørres. I fugtigt og køligt Vejr taale Rodstumper da ogsaa at ligge længere Tid ovenpaa Jorden uden at tage Skade.

Naar der skal gives et almindeligt Udtryk for Rodstupers Evne til at danne et nyt selvstændigt Tidslexemplar, maa det formes omtrent saaledes: En Rodstump er i Stand til at grundlægge et nyt selvstændigt Tidslexemplar (med Rodsystem og Løvskud), dog kun forsaavidt den er over en vis lav og under en vis høj Aldersgrænse, og kun

forsaavidt den er stillet under saadanne Vilkaar, at den kan bringe Stængelskud saa vidt frem i Udviklingen, at disse kunne begynde at assimilere. — Det er da væsentlig det fra Rodstumpen udviklede Skuds Assimilationsevne, som det kommer an paa; foruden af de i det foregaaende givne Exempler fremgaar dette klart deraf, at et Skud, der, udsendt fra en Rod, først er naaet saa vidt frem, at det har faaet begyndt at assimilere, slet ikke behøver Rodstumpen, men kan skilles fra den og dog fortsætte Udviklingen, idet der strax fra dets underjordiske Del udsendes Formeringsrødder.

Naar vi nu vende tilbage til det først givne Exempel paa en Rodstumps Livskraft, et Exempel, der med Rette maatte vække vor Forundring, se vi, at der er mere Grund til at undre os over Skuddets store Assimilationsevne end netop over Rodstumpens Livskraft. Rodstumpens væsentligste Fortjeneste er for det første at bringe Skuddet saa vidt frem i Udviklingen, at det kan begynde at assimilere, og dernæst at danne den ledende Forbindelse mellem det og det nye System af Formeringsrødder. Og dog maa det ikke overses, at den plantede Rodstump virkelig har nogen Indflydelse paa, om det ved Stængelskuddets Virksomhed dannede Rodsystem skal blive svagt eller kraftigt: en Rodstump paa 1" Længde udsender et Lovskud, der i Kraft er meget langt fra at kunne maale sig med det eller de Lovskud, som udsendes fra en Rodstump paa  $\frac{1}{2}$ —1', og for saa vidt faar Rodstumpen da indirekte ogsaa sin Indflydelse paa, hvilken Udbredelse det hele nydannede Tidselxemplar skal faa.

Hvor Tidselens overjordiske Stængel af en eller anden Grund bliver svagt udviklet, danner Moderroden sædvanlig intet nyt erstattende Skud. En saadan svag Udvikling kan skyldes Mangel paa tilstrækkeligt Lys, eller den kan hidrøre fra voldsom Medfart, som Tidselskuddene saa ofte kunne blive udsatte for, f. Ex. paa Græsmarker, hvor Kreaturer afæde Lovbladene, hvorved Skuddene forkrøbles for deres hele Levetid. Under saadanne Omstændigheder er Roden i Regelen træg til at danne nye Skud. Ganske anderledes forholder det sig da, naar Roden saares. Vi have tidligere omtalt (p. 24), med hvilken Kraft Kimplanternes Rødder, efter Afstikning af Skuddet, danne nye Skud, i alt Fald naar de have naaet en vis Alder. Nogle Exempler ville vise, at ældre Tidselrødder i langt større Maal ere i Besiddelse af denne Evne.

Naar en Groft graves gennem en Gruppe Tidsler, bliver denne, saa vidt Groften naar, ødelagt «i Bund og Grund», men kun tilsyneladende. De nedstigende Rødder lade Rodender blive tilbage i Jorden, Rodender, hvis Spidser rage frem for Lyset saavel paa Groftens skraa Sider som i Bunden af Groften. Fra den øverste Del af disse Rodender udvikles der snart, om Temperaturen tillader det, et betydeligt Antal Skud, der mere eller mindre dækker Groftens Sider og, hvis der ikke er Vand i dens Bund, ogsaa denne. Saaledes gaar det da til, at Marktidselen almindeligvis er den første Plante, der optræder i

saadanne Grøfter; den var til Stede i Jordsmonnet, længe før Grøften blev gravet. — Naar man en hel Sommer igennem med en Maanedes Mellemløb vedblivende afstikker Løyskuddene paa saadanne Tidsler, ville bestandig nye bryde frem, indtil ved Efteraarstid den lave Temperatur forhindrer det.

En ældre Tidselrod er i Stand til at sende Skud op til Jordoverfladen fra en Dybde af i det mindste et Par Alen; men der kan, bl. a. af de tidligere meddelte Forsøg med Kimplanter, sluttes, at der for hver Rod og hvert Rodsystem gives en Grænse for, hvad der kan præsteres i Henseende til Skududvikling. Jo svagere Roden er, jo lavere ligger denne Grænse.

Endnu skal anføres følgende lille Forsøg: Naar man i Forsommeren trækker et kraftigt Tidselskud op af Jorden, vil det sædvanligvis løse sig helt nede ved Moderroden; denne, der er saaret, sender hurtig 1—flere kraftige Skud frem til Jordoverfladen, selv om den ligger temmelig dybt i Jorden. Trækker man atter disse op, sendes en ny Generation af Skud frem. Dette kan gentage sig endnu et Par Gange i Løbet af Sommeren; de forskellige Generationer ere dog en Del forskellige indbyrdes; bestandig blive de svagere, og de sidste ere endog meget svage. — Det vil af Forsøget ses, at Rodens Udholdenhed ve er stor, men at dens Evne til at opsende Skud fra Dybden dog tager af i en meget kende- lig Grad. — Indskrænker man sig til kun 1 Gang at trække de fra en kraftig Rod udviklede Skud op, da ville de erstattende Skud, som den saarede Rod hurtig sender frem, kunne opnaa en meget kraftig Udvikling i den følgende Del af Sommeren, om de naturlige Væxtvilkaar ellers tillade det.

## B. Jordartens og Fugtighedsgradens Indflydelse.

Jordbundsforholdene her i Landet ere ret komplicerede. De almindelig forekommende Jordarter ere vel kun 4: Ler, Sand, Tørv, Kalk, men ikke desto mindre frembyder Jordskorpen i dens naturlige Sammensætning megen Variation — Jordskorpen blot regnet til en Dybde af 4—8'. Dels forekomme Jordarterne ofte blandede i de forskellige Forhold; dels findes de ofte lejrede lagvis, f. Ex. et Lag Tørv ovenpaa Ler eller dannende afvekslende Lag af Tørv og Ler; dels endelig kunne Lagforholdene yderligere kompliceres, naar der i et af Hovedlagene optræder flere mindre Lag, f. Ex. tynde Gruslag i Leret. Hertil kommer endnu, at de færreste Dele af Landet ere uberørte af Agerdyrkningen, saaledes at Sand og Ler i Overfladen i Regelen er forandret til henholdsvis Sandmuld og Lermuld.

I det enkelte at følge Marktidslens Væxt paa en saa forskellig Jordbund, er et meget vanskeligt Arbejde, væsentlig paa Grund af, at der til en sikker Besvarelse af de enkelte Spørgsmaal kræves et uhyre Materiale; men der gives næppe nogen indenlandsk Plante, hvis Væxt under forskellige Jordbundsforhold det er mere taknemmeligt at stu-

dere end netop den. Dens Rodsystem breder sig saa vidt og sænker sig' saa dybt, at enhver væsentlig Forandring af Væxten, fremkaldt ved Forskellighed i Jordlagenes Art og Sammensætning, nødvendigvis maa blive kendelig paa et saa udstrakt Rodsystem.

Ligesom Marktidseelen spirer let i enhver Jordbund (om ellers alle andre Springsvilkaar ere gunstige), saaledes kan den ogsaa voxe i enhver Jordart, om den end ikke trives godt overalt.

Inden vi gaa over til en Betragtning af Jordbundens Indflydelse paa Rodsystemets<sup>1)</sup> Væxt, ville vi se nogle Exempler paa, med hvilken Haardnakkethed Roden bevarer den Væxtretning, den engang er slaaet ind paa, selv naar der kunde synes Anledning til at fravige den, samt nogle andre Exempler, der vise, at Væxtretningen under visse almindelige Forhold virkelig konstant kan fraviges.

Hvis en krybende Rod møder en anden Tidseelrod eller støder paa et Lovskuds underjordiske Del, løber den sædvanlig udenom, dog er det ikke sjældent, at den krybende Rod gennemborer sin Frænde for derefter at fortsætte sin Vej med uforandret Væxtretning (sml. p. 44). Er den krybende Rod, der borer sig ind i en anden Rod eller en Stængel, svag, koster det den undertiden dens Liv, idet den aldrig kommer ud igen. I et enkelt nærmere undersøgt Tilfælde var Roden brudt ind i en Stængel til Marven, inde i hvilken den var voxet opad; da dens Væxt her snart var standset, havde den udsendt en Rodgren, der voxede nedad, ligeledes inde i Marven.

Hvis en krybende Rod møder en haard Sten, løber den tæt udenom, snigende sig tæt op til den, med mindre Stenens Form enten ikke tilsteder dette eller særlig indhyder Roden til at løbe oven- eller nedenom; naar Roden er kommen forbi, optager den sin gamle Væxtretning.

Saafernt en Rod, der sænker sig i Dybden, møder en haard Sten, sniger den sig tæt forbi denne og føres herved ofte i horizontal Retning; er Stenen passeret, optager Roden sin tidligere Væxtretning, den vertikale.

Møder en krybende eller en nedadgaaende Rod en porøs Sten, søger Roden at bore sig igennem den, men lader i Reglen sit Liv under dette Forsøg; strax bryder en Rodgren frem tæt foran Stenen. Hvis Moderroden nu var krybende, fortsætter den nye Rod den krybende Væxtretning; var Moderroden derimod nedstigende, voxer den erstattende Rod ogsaa i vertikal Retning. — Hvis en krybende eller nedstigende Rods Væxtpunkt paa anden Maade ødelægges, erstattes Roden paa lignende Maade ved 1 eller flere Rodgrene, der næsten altid bevare Moderrodens Væxtretning.

Imidlertid gives der nu ogsaa Exempler, om end kun sjældne, paa at visse Forhold kunne fremkalde endog meget væsentlige Forandringer af Væxtretningen:

<sup>1)</sup> Naar der her og i det følgende anvendes Udtrykket Rodsystem, forstaas derved altid Systemet af Formeringsrødder, med mindre andet særlig bemærkes.

Moder Roden, krybende eller nedstigende, en Luftgang, følger den sædvanligvis denne, i det mindste et Stykke og kan paa denne Maade bringes fuldstændig ud af sin gamle Væxtretning.

I en Kalktuffdannelse ved Vejstrup Aa paa Fyn fandtes en Mængde, ofte lange og lodret staaende  $\frac{1}{2}$ —2" tykke, halvt forraadnede Trærødder. De paa denne Lokalitet i Mængde voxende Tidslers lodrette Rødsænkere viste en mærkelig Tilbøjelighed til at op- søge og bore sig paalangs ind i de nævnte henraadnede Trærødder, som de fulgte saa langt som muligt, ofte i 1—2' Længde; undertiden bekvemmede Roden sig endog til at bøje lidt ud af sin ellers sædvanlige lodrette Retning for at følge en lille Krumning paa Trærøden, men blev denne Krumning for stor, fik dog Tyngderetningen Overhaand, og Tidselroden borede sig da ud af den skraatliggende Trærød for at søge lodret nedad. Saa- længe Tidselroden befandt sig i det henraadnende Træ, udsendtes talrige lange, tynde, med et flojsagtigt Overtræk af fine Rodhaar forsynede Sidegrene, som synes at være bestemte til at indsuge Bestanddele fra det henraadnende Træ. Undertiden fandtes et langt Stykke Tidselrod beklædt med Barken af tynde Trærødder, hvis Indhold var aldeles fortrængt. — Et særlig smukt Exempel paa det samme Forhold viste en Rod, der sænkede sig lodret i fugtigt Ler og i en Dybde af ca. 5' mødte en gammel hul Rodstok af en Equisetum, hvor- paa den bojede ind i denne Kanal og fulgte den horizontalt mere end 2'; den var tilsidst død herinde efter at have skudt flere Rodgrene. I dette Tilfælde er en nedstigende Rod ligesom forvandlet til en krybende Rod. Saa store Afvigelser ere imidlertid sjældne; i Regelen, navnlig hvis Luftgangens Vægge dannes alene af Jord, smutter Roden snart ud, fortsættende sin tidligere Væxtretning.

Paa Kalkjord kan man hyppig træffe mærkelige Afvigelser hos de krybende Tidsel- rødder fra den radiære Væxtretning, saaledes f. Ex. ved Alindelille, hvor Jordbunden paa den dyrkede Ager tæt under Plojelaget bestaar af en temmelig løs Kalkjord, indeholdende talrige, større og mindre, haardere Kalkknolde; disse forantedige stadig Rødderne til at forlade deres normale Retning, saa at man endog kan finde Rødder, der krybe i en hel Cirkel. — Et lignende Tilfælde kan anføres fra en Mergelgrav, ved hvis Rand en krybende Rod, der først havde bevæget sig gennem en temmelig løs Blanding af Grus og Ler, stødte paa en stor og meget haard Lerknold; den borede sig ca. 6" ind i den, gjorde derefter omkring og fortsatte nu sin Vej omtrent i modsat Retning af den, i hvilken den var kom- men. — Endelig fandtes et lignende Tilfælde i en Jordbund, der mest bestod af Køkken- affald med en Mængde halvforraadnede Dyr- og Planterlevninger, blandet med Dynd, Murbrokker, Torvesmuld o. a.; i denne sure Jordbund, der farvede Roden næsten ganske sort, og hvor Roden kun var svag, viste Væxtretningen mange sære Sving og pludselige Drejninger.

Det vil ses, at de her omtalte Forhold intet have at gøre med Rodens Væxt i nogen



speciel Jordart, uden da for saa vidt som Sten- og Luftgange kunne være mere hyppige i én Jordart end i en anden. — Hvad Rodens Overflade angaar, da er det af dens Udseende ikke muligt at slutte noget med Hensyn til, hvilken Jordart Roden har voxet i. Overfladens Form bestemmes vel ved det omgivende Medium, men simpelt hen paa den Maade, at den, hvis det omgivende Medium er meget blødt, intet kendetligt Aftryk modtager af Omgivelserne; er derimod det omgivende Medium fuldt af haarde Smaaklumper, frembringer hver af disse, for saa vidt de komme i Berøring med Roden, et Indtryk i dens Overflade. Man vil i Ler som i Sand, i Torv som i Kalk (alt efter den nærmere Beskaffenhed) finde saavel fuldkommen glatte, trinde Rødder som ogsaa Rødder, der ere fulde af Buler og Rynker.

Den Dybde<sup>1)</sup>, hvori de vandrette Rodgrene ligge, er forskellig og retter sig efter Jordbundens Beskaffenhed og andre ydre Forhold, men er næsten stedse den samme for Flertallet af Exemplarer paa samme Mark eller overhovedet samme Lokalitet. Jo dybere og porøsere Muldlaget er, desto dybere vil man i Regelen finde, at «Foden» ligger. Findes den raa Undergrund og navnlig det stive døde Ler i ringe Dybde, finder man, at de vandrette Rodgrene arbejde sig omkring paa Grænsen af de fastere og porøsere Dele af Jordbunden. Paa almindelig lermuldet Agerjord viser det sig i Regelen, at de krybende Rodgrene ligge 8—9" dybt; at disse Dele, som jo ere bestemte til Overvintring og derved til Individets Vedligeholdelse og Formering, netop ligge i den angivne Dybde i Agerjorden, har vel sin Grund i, at den for Knopdannelsen fornødne Luft trænger ned hertil, ligesom ogsaa, at de i Haver, der sædvanlig have et noget tykkere, porøst Muldlag, sædvanlig findes i lidt større, nemlig i 10—12" Dybde. At Beliggenheden er afhængig af den Dybde i Jorden, til hvilken Luften har let Adgang, synes ogsaa at fremgaa deraf, at de dybere liggende vertikale Rødder ikke normalt skyde Knopper, men derimod meget vel kunne gøre dette, selv i flere Fods Dybde, saasnart Jorden bortgraves saa meget at Luften kan faa Adgang til disse Rødder, hvilket man let kan iagttage overalt ved dybere Grøfter, Mergelgrave eller blottede Skrænter, og hvorpaa ogsaa specielle Exempler ere omtalte ovenfor, under Afsnittet om Tidsel-Forsøgshaven.

Paa aabne Skovsletter og paa Overdrev med tyndt Muldlag og magert, gruset og stenet Underlag kunne de vandrette, knopdannende Roddele træffes liggende højere oppe end paa noget andet Sted, ja undertiden naaende lige til Jordoverfladen, saa at der slet ikke findes nogen Rodstok, men den overjordiske bladbærende Stængel udgaar umiddelbart fra Roden. I stærkt porøse Jordlag kan Foden derimod ligge overordentlig dybt; dette var saaledes Tilfældet i den tidligere (p. 54) nævnte Kalktufdannelse ved Vejstrup Aa paa Fyn. Dannelsen er udbredt over et Areal af flere Tusinde Kvadratfod, i et skovbevokset Dalstrøg,

<sup>1)</sup> Efter E. R.

som i en lang Strækning følger Aaens nuværende Lob og har Karakteren af et gammelt Flodleje. Overst findes et 1—1½' tykt torveagtigt, løst Muldlag; derunder et 5—6' mægtigt Lag Kalktuf, der i fugtig Tilstand er sejt og mergelagtigt, i tør Tilstand askelignende, opfyldt af en overordentlig Mængde Bløddyrskaller, navnlig af Landsnegle, samt hist og her med underordnede tynde Torvelag, især dannede af Træbestanddele; endvidere er Kalktuffen gennemtrængt af de før omtalte halvt forraadnede Trærødder. Under Kalktuffen findes ligesom en Brolægning af større og mindre Sten, lejret dels i Grus, dels i kalkholdigt Blaaler, sandsynligvis det gamle Aaleje (Tab. IV). En Mængde Tidsler voxede frodigher; i Hovedsagen var Forgreningen af de underjordiske Dele den sædvanlige, men Foden laa stedse dybere, ofte henved 2' dybt, ja i et enkelt Tilfælde endog i over 3' Dybde, nemlig 40". Overalt paa de lodrette Skrænter af de 1 eller flere Aar iforvejen udgravede Partier af Kalklaget (der bortkortes og benyttedes som Mergel) brød en Mængde blad bærende Tidselstængler frem, ofte lige ned til Bunden af de 6—7' dybe Skrænter, som en Følge af, at de dybere liggende Rødder ved Luftens Adgang vare blevne i Stand til at udvikle Adventivknopper. — Som et ejendommeligt Tilfælde fra denne Lokaltet kan nævnes et Exemplar, hvis lodrette Rod delte sig i 2 parallelle og lige tykke Grene, som løb jævnsides nedad til den sædvanlige Dybde.

En almindelig Regel er det, at de vertikale Rødder kun udsendte faa og meget fine Sidegrene, allerfærrest dog, hvor de passere det saakaldte døde Ler, nogle flere, hvor de gaa igennem Torv-, Sand- eller Kalklag.

Med Hensyn til den Dybde, hvortil de vertikale Rødder kunne naa, da synes det at være en gennemgaaende Regel, at de i vor Jordbund bore sig nedad, til de naa den her sjælden manglende Mergel, hvad enten den optræder i 4 eller 8 Fods Dybde. Efter at være naaet hertil udsender den nu meget spæde og skøre Rod en Del Forgreninger af samme Tykkelse, borende sig i ½—1' Længde til alle Sider i Mergelen, forsynede med fine Rodhaar. Mergelgraverne pleje at paastaa, at Rødderne gaa netop til Mergelen og ikke længere, hvilket vel nærmest ligger i, at de fine og skøre Grene i Mergelen udgaa deres Opmærksomhed.

### Nogle Dyrkningsforsøg vedkommende Marktidslens underjordiske Dele.

AF E. R.

1) D. 3. Februar 1872 opgravedes i den tidligere omtalte Kalktufskrænt ved Vejstrup Aa en Rod, hvoraf der blev afskaaret en Stump af et Par Tommers Længde og 3 Liniers Tykkelse, som allerede var forsynet med en lille blegrodt Stængelspire. Den henlaa paa mit Bord til d. 10. Februar og blev da plantet i Sand i et stort Cylinderglass. En Maaned senere havde den udsendt endel friske Rodtrævler, og Knoppen havde udviklet sig til en

kraftig, frisk grøn Bladroset med 5 Blade af 1—2 Tommers Længde. Atter en Maaned senere (12. April) havde den 10 Blade og efter 3 Maaneders Forløb (7. Maj) var den 5" høj og havde 14 Blade. I Midten af Juni havde den henved en Snes helt udviklede Blade og voxede nu næsten ikke mere. Alle Bladene havde nedløbende Rande. I Slutningen af August skød en ny Stængel frem fra Roden. D. 16. September udskyllede jeg alt Sandet af Glasset og skitserede hele Planten (Tab. III). Det viste sig nu, at der fra den gamle Rødstump (a) foruden mindre Rodtrævler var fremskudt 2 kraftigere Rodstreng (d); den ene bar 8 opadvendte Knopper, af hvilke den sidste (fjernest fra Rodgrenens Udgangspunkt) var udviklet til en 4" lang, men endnu i Sandet skjult Stængel; den anden Rodstreng var visnet i Spidsen, men havde udsendt en sekundær Rodgren (d'), der bar en halv Snes Knopper, af hvilke den ottende (ligesom paa den første Rodgren) var voxet ud til en 10" lang Stængel, som ragede op over Sandet med en grøn Bladroset (f).

2) D. 24. Maj 1871 opgravede jeg i en lermuldet Mark 3 Rødstokke af  $\frac{1}{2}$  Fods Længde, uden vedhængende «Fod», hver med en lille Bladdusk i Spidsen, og plantede dem i store Urtepotter i almindelig Havejord. De voxede alle tre, men hos de 2 Exemplarer visnede i den varmeste Sommertid (de stode ude i fri Luft) den overjordiske Stængel, medens den tredje bevarede samme. De underjordiske Dele vedbleve imidlertid at vegetere kraftig, idet der udvikledes en Mængde nye Rodgrene. Urtepotterne vare henstillede paa den blotte Jord, og i Begyndelsen af September viste det sig, naar de løftedes lidt, at alle tre Planter havde fundet Lejlighed til at undslippe Fangenskabet i Urtepotterne, idet de havde udsendt kraftige, lange og stærkt forgrenede Rødder gennem Bundhullerne trods de over samme anbragte Potteskaar, saa at der nu fandtes flere levende Bestanddele af Tidsierne udenfor end i Potterne. Rodgrenene vare allerede naaede over foddybten ned i Jorden, men da de her meget fine Trævler knækkede over, kunde jeg ikke forfølge dem i deres hele Længde. For at undersøge, hvorvidt og hvor snart en af disse undslupne Rodtrævler var i Stand til at producere Knopper og Stængler afskar jeg en saadan paa  $\frac{1}{2}$  Fods Længde og plantede den i en ny Urtepotte, som stilledes i et Værelse. Dette skete i Begyndelsen af September, og i de første Dage af Februar 1872 viste det sig, at Rodtrævlen virkelig levede, idet den havde opsendt en rigtignok spæd,  $1\frac{1}{2}$ " høj, ottebladet Stængel, hvis nederste 3 Blade kun vare brune Skæl, de 4 næste vare smalt linieformede, rendede, men dog grønne og randtornede, det øverste endelig havde en bredere, men endnu helrandet Plade. Det maa endnu tilføjes, at hele Planten pludselig raadnede i Marts Maaned af mig ubekendte Aarsager. De 3 nævnte Urtepotter, hvis levende Indhold tildels var undsluppet, flyttede jeg om Efteraaret i Hus; intet af Exemplarerne havde da mindste Spor af levende Stængel over Jorden. Det ene af dem skød strax efter en Stængel frem, som i Løbet af et Par Maaneder blev fodhøj, gik ud i Slutningen af Aaret, men i Begyndelsen af næste Aar (1872) afløstes af et nyt Skud, som naaede en Højde af  $1\frac{1}{2}$ ' i Slutningen af April, hvorefter det

henvisnede uden at vise mindste Tegn til Blomsterdele. De andre 2 Exemplarer viste lignende Forhold, idet de frembragte rigtbladene, men blomsterløse Stængler, der vegeterede  $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{2}$  Aar og derpaa langsomt visnede hen, som det synes af Mangel paa tilstrækkelig Næring, idet Henvisningen begyndte med, at der dannedes store, uregelmæssige, gennemsigtige Partier i Bladene, hidrørende fra, at alt Bladkødet var forsvundet, og kun de to Lag farveløs Overhud var bleven tilbage. Det ene af de 3 omtalte Exemplarer er nu gaaet aldeles ud, hidrørende fra, at jeg lod det henstaa en Maanedstid uden at vande det; de 2 andre ere derimod endnu levende og have i Oktober (1872) udsendt nye, kraftige, friskgrønne Bladrossetter med næsten helrandede, glatte Blade.

3) Midt i Juni 1872 opgravede jeg et kraftigt Exemplar af en Marktidse i en sandet Havstok, afskar det 6" over og 6" under Jorden, saa at det ikke havde anden Rod end de fine Trævler, der udgik fra Rodstokken, plantede det i Havejord og vandede rigelig. Det voxede villig og havde efter 3 Ugers Forløb skudt friske Skud frem af Bladhjørnerne paa Rodstokken. Dette Forsøg anføres kun for at vise, dels at en total Forandring af Jordbunden ikke skader Planten, dels at en saadan Formeringsmaade endnu kan finde Sted saa langt hen paa Sommeren, kort før Blomstringen.

4) D. 16. September 1871 tog jeg i Kalktuflaget i en Dybde af 4' et Stykke Tidse-rod, som var fuldstændig indesluttet i en mør Trærød, hvorfra jeg afskar et 3" langt Stykke. Jeg anbragte det derpaa i et Glas med Vand, saaledes at det var fuldstændig dækket af Vandet. Efter en Maanedes Forløb havde der henimod den øverste Ende dannet sig en Knop, som i Begyndelsen af November udviklede sig til en tommelang Bladroset, medens der fra den nederste Ende var udsendt en 14" lang Rodgren med talrige korte Sidegrene. Hele den nævnte lange, tynde Rod var lysegrøn, hidrørende fra Lysets frie Adgang til samme. En anden, ganske paa samme Maade behandlet Stump Rod, opgravet samme Dag, paa samme Sted og i samme Dybde, udviklede ikke umiddelbart nogen Knop, men derimod en kun  $\frac{1}{2}$ " tyk, lang, grøn Rodstreng, paa hvilken der, i en Afstand af  $\frac{1}{2}'$  fra den tykke Rodstump, dannedes en Knop, der midt i April 1872 havde udviklet et 3" langt, grønt Skud med 10 Blade, af hvilke de 5 nederste vare skælgagtige. Hele Udviklingen af disse 2 Exemplarer foregik alene i Vand, som kun blev skiftet et Par Gange i Løbet af den nævnte Tid.

5) For at undersøge, hvorvidt der er nogen Grænse for den Dybde, i hvilken Rodtræerne endnu ere i Stand til at skyde Adventivknopper, har jeg opgravet Brudstykker af Rødder uden Spor af Knopper i 5—6' Dybde i leret Jord paa Agerland og i 7' Dybde i Kalklaget og anbragt dem i Urtepotter, dels i samme Jord, hvorfra de vare udgravede, dels i Sand, dels i Havejord, og i alle Tilfælde have de udsendt en eller flere Knopper, som jo fugtigere Jorden har været holdt, desto hurtigere ere blevene udviklede til Bladrossetter eller bladbærende Stængler med forlængede Stængelled. En i Brøndvand anbragt,  $\frac{1}{2}'$  lang

Rodstump, tagen i 5' Dybde i Ler, staar i Øjeblikket for mig med en  $\frac{1}{2}'$  lang Stængel med kun 6 Blade og saa forlængede Stængelled, at det længste er 2"; hele denne Stængel har udviklet sig i Løbet af en Maaned.

6) Af en dyrket Frøplante løsrev jeg d. 12. September en faa Tommer lang, 1<sup>mm</sup> tyk Trævl, som hørte til de yderste Rodgrene, og anbragte den i et lille Glas med Vand; allerede efter 8 Dages Forløb havde denne fine Rodtrævl frembragt en lille grøn Bladroset, skønt der ikke var Spor af nogen Adventivknop, da Rodgrenen nedlagdes i Vand, ligesom saa fine Rodgrene heller aldrig pleje at bære Adventivknopper, medens de ere i Forbindelse med Moderplanten.

### Udgravninger af Tidselrødder i forskellig Jordbund.

Af S. L.

Ved Udgravning af Tidselrødder paa forskellig Jordbund opdager man snart, at de paa en hvilkensomhelst Jordbund krybe i meget forskellig Højde, saa at man endog i et og samme udelte Rodsystem kan finde nogle Rødder krybende et Par Fod dybt, andre et Par Tommer dybt, atter andre i en Middeldybde; der er saaledes ingen Jordbund, om hvilken man kan sige: Rødderne krybe i denne bestemte Dybde. Det er derfor umuligt at sammenligne den krybende Rods Dybde paa én Jordbund med dens Dybde paa en anden Jordbund, saaledes at Forskellen faar et bestemt Udtryk, uden ved først at finde det omtrentlige Middeltal. At finde Middeltallet paa den Maade, at man udgravede et vist Antal Rødder, maalte den Dybde, hvori de krøbe, og heraf uddrog Middeltallet, vilde være ugorligt: Arbejdet vilde være altfor stort, og desuden vilde Fremgangsmaaden være uheldig af andre iøjnefaldende Grunde.

Jeg har ved Bestemmelsen af Middeltallet anvendt følgende — som det forekommer mig — ulige heldigere Fremgangsmaade:

Ved at udgrave et Skud og maale Længden af dets underjordiske Parti, maaler man tillige derved den Dybde, hvori den Del af Roden, hvorfra Skuddet udgaar, kryber; og naar man nu paa en vis Jordbund udgraver f. Ex. 100 Skud, maaler, hvor dybt hvert enkelt Skud gik i Jorden, heraf beregner den samlede Sum for alle 100 Skud, og endelig dividerer denne Sum med 100, saa finder man herved Middeltallet, der angiver den Middeldybde, hvorfra Skuddene paa en vis Jordbund udgaa, og som tilnærmelsesvis kan betragtes som et rigtigt Udtryk for den Dybde, hvori Rødderne paa denne samme Jordbund krybe; thi vel er det saa, at den Del af Roden, hvorfra Skuddet udgaar, ofte ligger noget højere end samme Rods Udgangspunkt (ofte paa samme Højde, sjældn dybere) og næsten altid højere end det midterste af den krybende Rod; men det er dog vel egentlig Middeldybden for den skuddannende Del af Roden, man fornemmelig ønsker at kende. Selv-



følgelig maa de Resultater, der findes ad denne Vej, sammenholdes med de Resultater, som en Udgravning af mere eller mindre fuldstændige Rodsystemer maatte give.

Ved Metodens Anvendelse maa man iagttage en Mængde Forsigtighedsregler:

Det gælder for det første om, at alle 100 Skud udgraves helt ned til Moder-roden. Det er da en Selvfølge, at almindelig Gravning ikke kan anvendes til at udtage Skuddene; jeg har mig nu saaledes ad: hvor mange Tidselskud vare forenede i én Gruppe, lod jeg ved Udkanten af Gruppen grave en Grav paa omtrent 2 Alens Dybde; bestandig udvidende denne arbejdede jeg mig ind i Gruppen, indtil det fulde Antal var naaet; hvor Skuddene ikke stode i tæt Gruppe, men enkeltvis eller parvis, indskrænkede jeg mig til at grave et Hul, 1 Alen i Diameter og 1 Alen dybt (yderst faa Skud gaa saa dybt). Imidlertid kunde det ikke undgaas, at en Del Skud ved Udgravningen knækkede over — og det gerne de længste, altsaa de, der vilde gøre Middeltallet stort; jeg søgte imidlertid ved Forsigtighed at indskrænke saadanne Skuds Tal, saavidt som det var muligt, saaledes at den Fejl, der herved er kommen i Beregningen, ikke kan være meget stor — saa meget mindre som Fejlen findes saavel ved Beregning for den ene som for den anden Jordbund. De enkelte Skud, der knækkede, regnede jeg med, som de vare, naar Stængelstumpen var lang, men kasserede dem, hvis den var kort.

De Skud, man udgraver, maa ikke vælges, men tages i Flæng, hvilket ikke er saa meget let at overholde, da man altid vil være tilbøjelig til at tage efter de smukke, kraftige Skud, hvilket vil kunne have nogen Indflydelse paa Resultaterne. Et Valg har jeg imidlertid fundet nødvendigt. Jeg har foretaget de fleste Udgravninger paa dyrket Ager, og jeg har da ikke vidst nogen anden Maade, hvorpaa jeg nogenlunde sikkert kunde finde, hvilken Indflydelse Agerdyrkningen (navnlig Plojningen) og hvilken Indflydelse Jordbunden havde haft paa Bestemmelsen af den Dybde, hvori Rodderne krybe, end netop ved af Beregningen at udelade alle de Skud, som ikke i den forløbne Sommer havde blomstret eller i det mindste dannet en forlænget Stængel.

Ved Maalingen af Skuddene har jeg som Enhed brugt  $\frac{1}{2}$  Kvarter, saaledes at f. Ex. et Skud, der gaar  $\frac{3}{4}$ s Kvarter i Jorden, regnes til Skud, der gaa 3 Kvarter i Jorden; ved Anvendelse af Nøjagtighed i Maalingen vil den største Fejl, man herved begaar, for hvert Skud kunne indskrænkes til  $\frac{1}{4}$  Kvarter; men denne Fejl vil ved Optællingen af alle Skuddene nogenlunde hæves, idet der f. Ex. til Skud, udgaaende fra en Dybde af 3 Kvarter, henregnes saavel Skud, udgaaende fra en Dybde af  $\frac{3}{4}$ s Kvarter, som Skud, der udgaa fra en Dybde af  $\frac{2}{4}$ s Kvarter — saaledes at Fejlen i alt Fald ikke kan faa nogen synderlig Indflydelse paa de almindelige Resultater.

Jordbundens Sammensætning forandrer sig ofte temmelig brat, idet f. Ex. et underliggende Jordlag kan sænke sig ret betydelig paa en kort Afstand; dette er saaledes ofte Tilfældet, hvor Torv hviler paa Ler; naar Sagen nu netop er den at følge Rodens Væxt,

hvor de to Jordarter staa i et vist bestemt Forhold til hinanden, maa man selvfølgelig anvende megen Forsigtighed, men alligevel er det umuligt ganske at sikre sig mod at begaa Fejl. Paa nogle Steder, hvor Jordlagene kun i ringe Omkreds bevarede det samme indbyrdes Stillingsforhold, har jeg maattet indskrænke mig til at søge Middeltallet af et ringere Antal Skud, nemlig 50, hvorved selvfølgelig Middeltallets Rigtighed bliver mere usikker.

Ved Betragtning af alle disse her nævnte Fejlkilder, hvis Betydning vel ved Anvendelsen af tilborlig Omhu kan indskrænkes, men aldrig ganske hæves, bliver det klart, at det er nødvendigt ved Benyttelsen af den fremstillede Metode at uddrage Resultater med megen Forsigtighed. Jeg tør saaledes ikke lægge nogensomhelst Vægt paa de enkelte Tal, hvoraf Middeltallet i de nedenfor anførte Tilfælde udledes; men ligesaa lidt tør jeg betragte Middeltallet selv som noget ganske sikkert Udtryk for det virkelige Forhold. Derimod maa jeg betragte de almindelige Resultater, der fremkomme navnlig ved en Sammenstilling af de forskellige Middeltal, som saa paalidelige de overhovedet kunne blive.

Endnu maa jeg gøre opmærksom paa en Fejlkilde, jeg af egen Drift har indført, fordi jeg fandt den hensigtsmæssig: Ved Jordens Dyrkning ere Jordbundsforhold som  $\frac{\text{Sand}}{\text{Sand}}$  eller  $\frac{\text{Ler}}{\text{Ler}}$  osv. forvandlede til  $\frac{\text{Sandmuld}}{\text{Sand}}$  eller  $\frac{\text{Lermuld}}{\text{Ler}}$  osv.; foreløbig tager jeg imidlertid ikke Hensyn til denne Forvandling, hvorfor det senere bliver nødvendigt at foretage en Korrektion.

Nr. 1.  $\frac{\text{Ler}}{\text{Ler}}$  (tør Grund). Højtliggende, lerede, mere eller mindre grusede Marker<sup>1)</sup>

udtørres altid stærkt af Sommersolen, saaledes at paa dyrket Mark det øvre Jordsmon tæt under Plojelaget, selv om Efteraaret, er haardt, vanskeligt for Spade og Hakke at gennemtrænge. Paa en saadan tør Lermark (Bakke ved Møllesøen, Mierløse pr. Ringsted, Bygmark) viste de krybende Rodder følgende Dybdeforhold:

Fra en Dybde af $\frac{1}{2}$ Kv. udgik 2 Skud					Middeltal af 100 Skud: 1,45 Kv.
-	-	—	- 1	- — 23 —	
-	-	—	- $1\frac{1}{2}$	- — 64 —	
-	-	—	- 2	- — 7 —	
-	-	—	- $2\frac{1}{2}$	- — 2 —	
-	-	—	- 3	- — 1 —	
-	-	—	- $3\frac{1}{2}$	- — 1 —	

Nr. 2.  $\frac{\text{Ler}}{\text{Ler}}$  (fugtig Grund). Paa lavtliggende, fugtige Lermarker, hvor Leret er

<sup>1)</sup> Med mindre andet særlig bemærkes, ere alle Udgravningerne foretagne paa dyrkede Marker, og alle i Maanederne August, September og Oktober 1871 og 1872.

blødt og klægt, og hvor det øvre Muldrag ikke er ganske frit for nogen Indblanding af Torv, der oprindeligt har været til Stede i et Lag paa faa Tommers Tykkelse, men som ved Jordens Opdyrkning er blandet med det underliggende Ler, paa saadan Jordbund (opdyrket Eng, Bygmark, Mierløse pr. Ringsted) viste de krybende Rødder følgende Forhold:

Fra en Dybde af $\frac{1}{2}$ Kv. udgik 7 Skud	
- - - - 1 - - - 26 -	Middeltal af 100 Skud: 1,58 Kv.
- - - - $1\frac{1}{2}$ - - - 38 -	
- - - - 2 - - - 14 -	
- - - - $2\frac{1}{2}$ - - - 7 -	
- - - - 3 - - - 5 -	
- - - - $3\frac{1}{2}$ - - - 2 -	
- - - - 4 - - - 1 -	

Den væsentligste Forskel, der synes at være mellem dette og det foregaaende Forhold, er den, at Rødderne her paa fugtig Grund, ere mere spredte i Jorden, medens i det foregaaende Tilfælde, hvor Undergrunden var tør og haard, i det mindste det langt overvejende Antal af dem saa nogenlunde havde samme Dybde.

Nr. 3.  $\frac{\text{Torv}}{\text{Torv.}}$  1 en Mose (Mierløse Skov pr. Ringsted, Græs), i hvilken Torven naaede mindst 2 Alen i Dybden, viste Forholdet sig saaledes:

Fra en Dybde af $\frac{1}{2}$ Kv. udgik 2 Skud	
- - - - 1 - - - 27 -	Middeltal af 100 Skud: 1,69 Kv.
- - - - $1\frac{1}{2}$ - - - 40 -	
- - - - 2 - - - 15 -	
- - - - $2\frac{1}{2}$ - - - 7 -	
- - - - 3 - - - 3 -	
- - - - $3\frac{1}{2}$ - - - 2 -	
- - - - 4 - - - 2 -	
- - - - $4\frac{1}{2}$ - - - 1 -	
- - - - 5 - - - 1 -	

Det maa erindres, at Skuddene her ere udgravede paa udyrket Jord, hvilket imidlertid for denne Jordarts Vedkommende hidfører meget liden Forskel fra dyrket Mark (se nedenfor: om Pløjning). Hvad der særlig er iøjnefaldende paa denne Jordbund, er det, at Rødderne ere spredte i en forholdsvis meget forskellig Dybde, at navnlig et større Antal Skud end sædvanlig udgaar fra større Dybder, samt endelig at den enkelte Rod ligesom bevæger sig med megen Frihed i den løse Grund. Forholdet her ligner dog væsentlig Forholdet paa den bløde Lergrund.

Nr. 4.  $\frac{\text{Sand}}{\text{Sand.}}$  Paa en sandet Mark (Bygmark, Gammel sø, Mierløse pr. Ringsted)

med Sand til omtrent 2 Alens Dybde viste Forholdet sig saaledes:

Fra en Dybde af $\frac{1}{2}$ Kv. udgik 10 Skud							Middeltal af 100 Skud: 1,17 Kv.
-	-	—	- 1	-	—	51	
-	-	—	- $1\frac{1}{2}$	-	—	35	
-	-	—	- 2	-	—	3	
-	-	—	- $2\frac{1}{2}$	-	—	1	

Det ejendommelige her er navnlig det, at det overvejende Antal af Rødderne kryber i langt ringere Dybde end paa Ler eller Tørv. Det maa dog bemærkes, at jeg for at faa det fulde Antal Skud her har maatte medtage en Del svagere Skud, og endvidere, at Pløjningen paa løs Sandjord er meget højere end paa Ler- eller Tørvejord; at imidlertid ikke dette sidste alene er Skyld i, at Rødderne her krybe forholdsvis højt i Jorden, men at det ogsaa, og det for en meget væsentlig Del, skyldes Jordbundens Art, vil blive indlysende af det følgende.

Nr. 5.  $\frac{\text{Kalk}}{\text{Kalk.}}$  Paa Marker tæt op til Alindelille Fredskov træder den hvide Kalk

(«Hvidler») mange Steder helt frem i Jordoverfladen; det øvre Kalklag bliver imidlertid ved Dyrkning farvet graat. Dette øvre graalige Pløjelag er af en temmelig løs Beskaffenhed, om Sommeren næsten som Aske. Tæt under Pløjelaget dannes Jordbunden af en ikke synderlig fast, snehvid Kalkjord, hvori findes et stort Antal større og mindre Kalkknolde. Først i en Dybde af omtrent  $2\frac{1}{2}$  Kv. bestaar Jordsmonnet af en tilsyneladende sammenhængende og meget haard Kalkmasse, som Hakken kun Tomme for Tomme kan gennembryde; denne haarde Masse fortsætter sig imidlertid ikke ned til nogen stor Dybde; tværtimod er Jordbunden allerede ca. 3' dybt mere medgørlig, og derfra bliver den gradvis blødere. Paa højere liggende Steder træffer man vel ikke Vand i 7' Dybde, men i mere lavtliggende Strøg træffes det allerede i en Dybde af ca. 5' (sidst i September). Paa denne Jordbund fandt jeg Forholdet saaledes:

Fra en Dybde af $\frac{1}{2}$ Kv. udgik 4 Skud							Middeltal af 100 Skud: 1,36 Kv.
-	-	—	- 1	-	—	36	
-	-	—	- $1\frac{1}{2}$	-	—	45	
-	-	—	- 2	-	—	13	
-	-	—	- $2\frac{1}{2}$	-	—	2	

Forholdet er væsentligt ligt det paa højtliggende Leragre, dog er Middeltallet lidt lavere. Intet Skud udgaar fra den haarde Kalk; næsten alle Rødder krybe i den underste Del af Pløjelaget, tilnærmelsesvis i samme Dybde.

Med de foregaaende Undersøgelser som Udgangspunkt ville vi nu se, hvorledes den Dybde, hvori Rødderne krybe, forandrer sig, naar Jordbundens Art og Sammensætning forandrer sig.

Nr. 6.  $\frac{\text{Tørv 2 Kv.}}{\text{Blødt, fugtigt Ler.}}$  Jordbundsforholdet  $\frac{\text{Tørv}}{\text{Ler}}$  er ganske almindeligt i de større eller mindre Tørvebassiner her i Landet, og det er ikke vanskeligt at finde Steder, hvor Leret i længere Udstrækning bevarer det nævnte Stillingsforhold til Tørven. Paa en saadan Jordbund (Havreager, Thostrup pr. Ringsted; Grundvandets Stand sidst i September ca. 3') viste Forholdet sig saaledes:

Fra en Dybde af 1 Kv. udgik 14 Skud						<div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> Middeltal af 100 Skud: ca. 2 Kv. </div>
-	-	—	-	1 $\frac{1}{2}$	—	
-	-	—	-	2	—	
-	-	—	-	2 $\frac{1}{2}$	—	
-	-	—	-	3	—	
-	-	—	-	3 $\frac{1}{2}$	—	
-	-	—	-	4	—	
-	-	—	-	4 $\frac{1}{2}$	—	
-	-	—	-	6	—	1 —

Ved Sammenligning med Forholdet paa en Jordbund, hvor Tørven naar meget dybt (sml. Nr. 3), viser det sig, at Rødderne krybe kendelig dybere. Det samme viser sig ved en Sammenligning med Forholdet paa en Jordbund bestaaende af fugtigt Ler (Nr. 2). Paa den Jordbund, der omtales, udgaar det langt overvejende Antal af Skuddene fra den øverste Del af Leret, eller rettere fra Grænsen mellem Leret og Tørven; Rødderne synes vanskeligt at kunne overstige denne Grænse. Det ligger nær at antage, at Grunden er den: Rødderne søge Leret fremfor Tørven.

Nr. 7.  $\frac{\text{Tørv 3 Kv.}}{\text{Ler.}}$  Hvis Leret nu, idet vi tage det foregaaende Forhold til Udgangspunkt, synker dybere ned, forandrer Røddernes Dybdeforhold sig og nærmer sig atter til det, der viser sig paa en Jordbund, hvor Tørven strækker sig meget dybt. Paa Jordbund, hvor Leret laa ca. 3 Kv. dybt (samme Havreager som omtalt under Nr. 6), var Forholdet saaledes:



Fra en Dybde af 1	Kv. udgik 23	Skud	Middeltal af 100 Skud: ca. 1,84 Kv.
- - — - 1 $\frac{1}{2}$ - —	35	—	
- - — - 2 - —	20	—	
- - — - 2 $\frac{1}{2}$ - —	5	—	
- - — - 3 - —	11	—	
- - — - 3 $\frac{1}{2}$ - —	3	—	
- - — - 4 - —	2	—	
- - — - 5 - —	1	—	

Det ses altsaa, at Rødderne kun følge Leret ned til en vis Grænse, der synes at ligge omtrent 1' dybt; her begynde de at slippe Leret og atter at søge op i Tørven. Lerets Grænse er dog i det foreliggende Tilfælde endnu tydelig markeret ved det uforholdsmæssig store Antal Rødder, der herfra opsende Skud.

Nr. 8. Sand 1 $\frac{1}{2}$  Kv. En lignende Forandring af Tidselroddernes Væxtforhold som den, der foregaar ved de i Nr. 6 og 7 omtalte Forandringer af Lerets Stilling paa Tørveagre, kan genfindes paa Sandagre, der have et Underlag af Ler.

Ligesom det er almindeligt, at der ved Søbredder ophobes Sandmasser rundt om Søen, medens samtidig den egentlige Søbund ofte er tørveholdig, saaledes kan der ogsaa hist og her omkring i Landet træffes en kredsformet Sandrevle, omgivende et lavere liggende Tørvebassin, det hele liggende tørt og hvilende paa Ler. Paa saadanne Steder, der aabenbart ere for længst udtørrede Soer, kan Sandets og Lerets gensidige Forhold være meget varierende; endvidere er der her sædvanligvis Tidsler i betydeligt Antal (om end med svag Væxt, hvor Sandet strækker sig dybt), idet de stadig brede sig derudover fra den omgivende Lermark. Særlig har jeg paa saadan Jordbund anstillet Undersøgelser ved «Gammelso» (Thostrup Sogn pr. Ringsted), hvor den gamle Søbund (Tørv hvilende paa Ler), der er omgiven af en forholdsvis regelmæssig Sandrevle, nu bærer frodige Sædemarker; endvidere ved Haugborup (samme Sogn), hvor Jordbundsforholdene ere tilsvarende. Resultatet var følgende paa disse Lokaliteter (Bygmark med Sand til 1 $\frac{1}{2}$  Kvarters Dybde):

Fra en Dybde af 1	Kv. udgik 24	Skud	Middeltal af 100 Skud: ca. 1,52 Kv.
- - — - 1 $\frac{1}{2}$ - —	57	—	
- - — - 2 - —	14	—	
- - — - 2 $\frac{1}{2}$ - —	3	—	
- - — - 3 - —	1	—	
- - — - 4 - —	1	—	

Ved at sammenligne dette Forhold med Nr. 4, viser det sig, at Middeltallet er steget meget stærkt. Det er kendeligt, at Rødderne søge Leret fremfor Sandet, idet de fortrinsvis krybe i den øverste Del af Leret og opsende Skud fra Grænsen mellem de to Lag.

Nr. 9.  $\frac{\text{Sand } 3\frac{1}{2} \text{ Kv.}}{\text{Blødt, fugtigt Ler.}}$  Hvis nu paa den nævnte Jordbund Grænsen mellem Sand og Ler gaar dybere, følge Rødderne kun med et vist Stykke:

Fra en Dybde af $\frac{1}{2}$ Kv. udgik 3 Skud							} Middeltal af 50 Skud: ca. 1,45 Kv.
-	-	—	- 1	-	—	21 —	
-	-	—	- $1\frac{1}{2}$	-	—	19 —	
-	-	—	- 2	-	—	2 —	
-	-	—	- $2\frac{1}{2}$	-	—	0 —	
-	-	—	- 3	-	—	0 —	
-	-	—	- $3\frac{1}{2}$	-	—	4 —	
-	-	—	- 4	-	—	1 —	

Dette Tal vil muligvis ved fornyet Undersøgelse vise sig at være for højt som almindeligt Udtryk; hvad der imidlertid her særlig har Interesse, er det, at der endnu ud-sendes Skud fra Leret — om end kun faa. Ved blot at betragte den Maade, hvorpaa de overjordiske Dele af Skuddene optræde, kan man ane Jordbundens Ejendommelighed, idet de enkelte Skud fra Rødder, der krybe i Leret, stikke meget stærkt af i Størrelse og Kraft mellem de svage Skud, der udgaa fra de i Sandet krybende Rødder.

Hvor Middeltallet vil naa sit Maximum paa den her omhandlede Jordbund, kan jeg intet oplyse om, sandsynligvis vil det være paa Steder, hvor Leret ligger omtrent 1' dybt, svarende til Forholdet paa en Jordbund, hvor Torv hviler paa Ler.

Nr. 10.  $\frac{\text{Torv } 1\frac{1}{2} \text{ Kv.}}{\text{Haard Kalk.}}$  Et saadant Jordbundsforhold fandt jeg i et lille Torvebassin i Alindelille Skov. En Tidselgruppe voxede nær Bassinets ene Hjørne; da Torvelaget imidlertid aftog noget i Tykkelse ud mod Bassinets Rande, er Angivelsen «Torv  $1\frac{1}{2}$  Kv.» kun tilnærmelsesvis korrekt.

Fra en Dybde af $\frac{1}{2}$ Kv. udgik 7 Skud							} Middeltal af 100 Skud 1,16 Kv.
-	-	—	-	1	-	53	
-	-	—	-	$1\frac{1}{2}$	-	40	
-	-	—	-	2	-	0	

Intet Skud udgaar fra Kalken, alle fra Torven; Kalken var ogsaa umiddelbart under Torven meget haard, først knødet, derpaa mere sammenhængende. — En Sammenligning

med Nr. 3 viser en iøjnefaldende Forskel, idet paa ren Tørvejord et betydeligt Antal Skud udgaar fra en Dybde af 2 Kv. og dybere, her ikke et eneste. Sammenlignes endvidere ovennævnte Forhold med Forholdet paa en Jordbund, bestaaende af et tyndere Tørvelag, hvilende paa blødt Ler (Nr. 6), hvor jo det langt overvejende Antal Skud udsendes fra en Dybde af 2 Kv. og dybere, saa ser man, at Tidselrødderne i det ene Tilfælde sky den haarde Kalk og søge den bløde Tørv, medens de i det andet Tilfælde forlade Kalken og søge ned i det fugtige Ler.

Før vi søge at uddrage de almindelige Resultater af de meddelte Undersøgelser, ville vi endnu søge en Besvarelse af det Spørgsmaal: Hvilken Indflydelse har det paa de krybende Rødders Dybde, at Jorden dyrkes? Først naar dette Spørgsmaal er besvaret, ville vi blive i Stand til nogenlunde sikkert at dømme om, hvorledes Røddernes Væxt er paa forskellig Jordbund.

For at faa Besked om, hvilken Indflydelse Pløjning har haft i de ovennævnte Tilfælde, har jeg undersøgt nogle Steder med upløjet Jordbund:

Nr. 11.  $\frac{\text{Ler}}{\text{Ler}}$  (udyrket, højtliggende, tør Grund, Skov, Mierløse pr. Ringsted).

Fra en Dybde af $\frac{1}{2}$ Kv. udgik 18 Skud	} Middeltal af 100 Skud: 1,22 Kv.
- - - - 1 - - 39 -	
- - - - $1\frac{1}{2}$ - - 28 -	
- - - - 2 - - 11 -	
- - - - $2\frac{1}{2}$ - - 4 -	

Det viser sig, at Rødderne her krybe ikke lidet højere end i Tilfælde Nr. 1 (en Jordbund, der var opdyrket, men i andre Henseender svarede til nærværende); hvad der især bringer Middeltallet til at synke, er det, at en større Del af Rødderne krybe i endog meget ringe Dybde, udsendende Skud, ikke svage, men store kraftige Skud; noget lignende finder ikke Sted ved Nr. 1, hvor særdeles faa af de kraftigere, blomstrende Skud (som alene ere anvendte til Beregningen) have deres Udspring nær Jordoverfladen. Det ligger meget nær at antage, at den Forskel, der viser sig mellem Røddernes Væxtforhold i de to Tilfælde, fortrinsvis skyldes den Omstændighed, at Rødderne i nærværende Tilfælde voxe ganske uforstyrret i den Dybde, der behager dem mest, medens i Nr. 1 Ploven og Harven sønder-skære og tildels fjerne de krybende Rødder, der naa op i Plojelaget. Det kan her bemærkes, at de ved Bestemmelsen af Middeltallet udeladte svage Lovskud, der i Sommerens Lob kun naaede at danne Løvbladrossetter, for største Delen ved Udgravning om Efteraaret viste sig at udgaar fra Rødder, der kroge meget højt — i Plojelaget, og fra Rødder, der havde udviklet sig i Plojelaget samme Sommer.

Tidselrødderne stræbe altsaa efter at hæve sig i Jorden; Pløjning og Harvning bringe atter Middeltallet for de krybende Rødders Dybde til at stige ved at forstyrre (og tildels fjerne) Rødderne i Pløjelaget. Det er dog utvivlsomt, at Pløjningen ikke alene derved bringer Middeltallet til at stige, at den forstyrrer Rødd udviklingen. Vi have tidligere set endel Exempler paa, at Rødderne i det hele krybe dybere i en Jordbund, der er blød (og ikke tør); paa adskillig Jordbund, der af Naturen er haard, vil Pløjningen skærpe Jorden i en ret betydelig Dybde og derved give Fugtigheden fra oven bedre Lejlighed til at trænge ned; dette vil sikkert bidrage til, at Rødderne paa saadan pløjet Jord i det hele gaa noget dybere, end om Jorden ikke havde været pløjet. Jeg skal endnu anføre nogle Exempler, hvor dette vil træde klart frem, navnlig dog i det andet Exempel (Nr. 13).

Nr. 12.  $\frac{\text{Ler}}{\text{Ler}}$  (tør Grund, udyrket, græsklædt Skraaning, Thostrup ved Ringsted).

Fra en Dybde af $\frac{1}{2}$ Kv. udgik 15 Skud							$\left. \begin{array}{l} \text{Middeltal} \\ \text{af 100 Skud:} \\ \text{ca. 1,3 Kv.} \end{array} \right\}$
-	-	—	- 1	-	—	36	
-	-	—	- $1\frac{1}{2}$	-	—	33	
-	-	—	- 2	-	—	9	
-	-	—	- $2\frac{1}{2}$	-	—	3	
-	-	—	- 3	-	—	4	—

Hvad der her som i Nr. 11 er paafaldende, er det, at forholdsvis saa mange og dog saa kraftige Rødder voxer i saa ringe Dybde.

Nr. 13.  $\frac{\text{Kalk}}{\text{Kalk}}$  (udyrket Skraaning ved Groften, der gaar gennem Skovfogedlødden

i Alindelille). Paa denne Lokalitet viste Røddernes Væxtforhold sig højest ejendommeligt. Som før omtalt, blev paa den dyrkede Ager (Nr. 5) Kalken først meget haard i en Dybde af ca.  $2\frac{1}{2}$  Kv.; Jordsmonnet ovenover har en løsere Sammensætning og da især den allerøverste Del: Pløjelaget. Paa Grøfteskraaning, hvor ingen Plov kommer, og hvor Fugtigheden løber ned ad Siderne, ligger den haarde Kalk meget højere. Hele Sommeren igennem er Kalken lige op til Overfladen saa haard som Flint; paa denne Tid af Aaret maa Røddernes krybende Væxt absolut være standset. I Efteraaret, Vinteren og Foraaret bliver derimod den øverste Kalkskorpe oplødt, dog kun i ringe Dybde ( $\frac{1}{2}$ —1 Kv.). — Paa denne ejendommelige Jordbund krybe Rødderne overordentlig højt, nemlig som følgende Forhold viser:

Fra en Dybde af $\frac{1}{2}$ Kv. udgik 87 Skud							$\left. \begin{array}{l} \text{Middeltal} \\ \text{af 100 Skud} \\ \text{0,57 Kv.} \end{array} \right\}$
-	-	—	- 1	-	—	12	
-	-	—	- $1\frac{1}{2}$	-	—	1	

Middeldybden, hvori Rødderne krybe, er altsaa kun 3—4". Skønt nu det, at Jordsmonnet skraaner nedad, vel kan have haft endel Indflydelse paa Forholdet, saa forekommer det mig dog, at man ved Sammenligning med Nr. 5 og Nr. 12 tør drage den Slutning, at Tidselrødderne i Tilfælde Nr. 5, hvis Kalkjorden ikke havde været plojet, vilde have krøbet højere i Jorden, væsentlig fordi Jordbunden da havde været haard i ringere Dybde.

Jeg maa af disse Exempler slutte, at Pløjning (og Harvning) virkelig jager Tidselrødderne dybere i Jorden. Ved en Betragtning af de enkelte Tilfælde viser der sig imidlertid en væsentlig Forskel mellem den Indflydelse, Pløjningen har paa en Jordbund, og den, den har paa en anden; thi dels gives der Jordbundsforhold, hvor Rødderne vanskelig vilde kunne drives synderlig dybere i Jorden, f. Ex. hvor et Tørvelag hviler paa haard Kalk (sml. Nr. 10), dels gives der Tilfælde, hvor Rødderne allerede krybe saa dybt, at Virkningen af Pløjningen bliver umærkelig (sml. f. Ex. Nr. 3 og Nr. 6), dels endelig er den Dybde, hvori der plojes, meget forskellig, paa sandet Jord saaledes sædvanlig kun 3—4", paa leret Jord sædvanlig 6—8" dybt.

Virkningen af Jordpaafyldning undersøgte i følgende Tilfælde:

Nr. 14. Fyld (Ler) ca. 1½ Kv.  
Oprindeligt Jordsmon: Ler.

Paa en Jordbund, bestaaende af fugtigt Ler, noget blandet med Tørv («Enghaven», Mierløse, Thostrup Sogn pr. Ringsted) var der i Efteraaret 1870 fyldt et omtrent 1½ Kv. højt Lag af lerblandet Muldjord. Ved Udgravning i Efteraaret 1872 viste Røddernes Dybdeforhold sig saaledes:

Fra en Dybde af ½ Kv. udgik 0 Skud					} Middeltal af 50 Skud: 2,72 Kv.
-	-	—	-	1 — 2 —	
-	-	—	-	1½ — 3 —	
-	-	—	-	2 — 5 —	
-	-	—	-	2½ — 12 —	
-	-	—	-	3 — 23 —	
-	-	—	-	3½ — 2 —	
-	-	—	-	4 — 1 —	
-	-	—	-	4½ — 1 —	
-	-	—	-	5 — 1 —	

Dette Forhold maa navnlig sammenlignes med Nr. 2. Efter 2 Aars Forløb have Rødderne endnu ikke hævet sig i nogen kendelig Grad; det er sandsynligt, at der maa hengaa en hel Aarrække, inden de atter indtage den Stilling, der ifølge Jordbunden er dem naturlig.



Det Spørgsmaal, om det øvre Jordlags Forvandling til Muld har nogen kendelig Indflydelse paa de krybende Tidselrødder, er meget vanskeligt at besvare. Foruden de tidligere (p. 22) omtalte Forsøg med Frøplanter, der udviklede næsten alle deres Formeringsrødder i fed Havejord fremfor i Sand, hvad enten Havejorden laa i et tyndt Lag ovenpaa Sandet, eller Sandet i et tyndt Lag ovenpaa den, kan jeg kun give faa Bidrag dertil. Efter Forsøget med Frøplanterne kan jeg imidlertid ikke tro andet, end at det er berettiget at antage, at Grunden til, at Tidselrødderne krybe forholdsvis saa højt paa Sandjord (den Indflydelse, den «høje» Plojning har, ufortalt), for en Del er den, at Rødderne søge den relativt «fedeste Jord», der paa sandet Jordbund findes øverst. Denne Antagelse er ogsaa i ret god Samklang med de ikke faa andre Exempler paa, at Rødderne ligefrem søge én Jordart fremfor en anden.

At Jordens Gødning, Mergling osv. ikke har nogen kendelig Indflydelse paa den Højde, hvori Rødderne krybe paa torvede Marker, synes klart ved Sammenstilling af Forholdene, som de fremtræde i Nr. 3, 6 og 7; dog maa man her erindre, at saadanne Marker — de fleste i det mindste — kun faa Aar have været dyrkede som Agre. — Ligesaa lidt kan jeg antage, at Mulddannelsen paa lerede eller kalkholdige Marker har nogen kendelig Indflydelse paa Røddernes Kryben, om jeg end kender Tilfælde, der ved første Blik synes at tale for noget saadant; et sligt Tilfælde var følgende:

Nr. 15. Muld ca. 4 Kv.  
Sandblandet Ler. (Klokkerens Lod, Thostrup By pr. Ringsted, Vintersæd.)

Muldagets usædvanlige Tykkelse paa dette Sted havde sin Grund i Paafyldning af Jord, et Foretagende, der var udført for mere end 50 Aar siden i Anledning af en Bondegaards Nedrivning og Flytning. Jordsmonnet var sort og blødt til henimod 2' Dybde, dog ikke af ganske ren Sammensætning; hist og her var der indblandet Sand og Ler. Paa denne Jordbund viste Forholdet sig saaledes:

Fra en Dybde af 1 Kv. udgik 18 Skud						<div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> <div style="font-size: 4em; vertical-align: middle;">}</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle; padding-left: 10px;"> Middeltal af 100 Skud: 1,79 Kv. </div> </div>
-	-	—	-	1 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	-	
-	-	—	-	2	-	
-	-	—	-	2 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	-	
-	-	—	-	3	-	
-	-	—	-	3 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	-	4

I det dybe, løse Muld laa Rødderne i det hele i en betydelig større Dybde, end Tilfældet er paa en almindelig tor Lemark (sml. Nr. 1). Man vilde maaske heraf slutte: holder Mulddannelsen sig til Jordsmonnets øverste Parti, krybe Rødderne som Følge deraf højt; gaar Muldlaget meget dybt, gaa Rødderne ogsaa dybt, da her nu ingen Grund er for dem til at søge saa højt op i Jordskorpen. Denne Slutning vilde være falsk. Grunden til,

at Rødderne i det her omtalte Tilfælde gaa forholdsvis saa dybt (eller rettere: ere mere spredte i Jordlaget end sædvanlig paa Lerjord), er simpelthen den, at Jordsmonnets Underlag her er blødere og lettere gennemtrængeligt.

Til Slutning gives her en kort Oversigt over de almindelige Resultater, der kunne uddrages af de meddelte Undersøgelser vedrørende Besvarelsen af det Spørgsmaal: Hvilken Indflydelse har Jordbundens Art og Sammensætning paa Bestemmelsen af den Dybde, hvori Tidselrødderne krybe?

I. Undergrundens Beskaffenhed har en meget kendelig Indflydelse.

a. Hvor Undergrunden er tør og haard, krybe Rødderne forholdsvis højt (Middeldybde  $< 1\frac{1}{2}$  Kv.).

Exempler: 1) højtliggende Leragre (Nr. 1), 2) højtliggende Lerbakker i Skov (Nr. 11), 3) udyrkede, tørre Lerskrænter (Nr. 12), 4) Kalkagre (Nr. 5), 5) Grøfteskraaninger bestaaende af ren Kalkjord (Nr. 13), 6) udyrkede Steder, hvor et Tørvelag hviler paa haard Kalk (Nr. 10).

b. Hvor Undergrunden er tør og løs, gælder den samme Regel.

Exempler: 1) sandede Agre, hvor Sandet strækker sig flere Alen dybt (Nr. 4), 2) sandede Agre, hvor et tykt Lag Sand hviler paa Ler (Nr. 9).

c. Hvor Undergrunden er fugtig og blød, krybe Rødderne forholdsvis dybt (Middeldybde  $> 1\frac{1}{2}$  Kv.).

Exempler: 1) lavtliggende, fugtige Lermarker (Nr. 2), 2) Tørveagre, hvor Tørvelaget er flere Alen dybt (Nr. 3), 3) Tørveagre, hvor Undergrunden dannes af fugtigt Ler, der ligger 3 Kv. dybt (Nr. 7), 4) Tørveagre, hvor Undergrunden dannes af fugtigt Ler, der ligger 2 Kv. dybt (Nr. 6), 5) Sandagre med en Undergrund af fugtigt Ler, der ligger  $1\frac{1}{2}$  Kv. dybt (Nr. 8), 6) lerede Agre med et ved Fyld forøget Muldlag paa 1 Alens Dybde (Nr. 15).

II. Den krybende Tidselrod foretrækker betingelsesvis Tørv for Sand og (haard) Kalk, men atter Ler fremfor Tørv.

a. Hvor Jordskorpen til en Dybde af ca. 2 Kv. dannes af 2 Lag af forskellige Jordarter, ville Rødderne fortrinsvis søge den Jordart, de ynde bedst.

Exempler: 1) Hvor 1 Kv. Tørv hviler paa Ler, krybe næsten alle Rødder dybere end 1 Kv.  $\circ$ : i Leret (se p. 22); 2) hvor 2 Kv. Tørv hviler paa Ler, kryber det langt overvejende Antal Rødder 2 Kv. dybt eller dybere  $\circ$ : i Leret (Nr. 6); 3) hvor 1 Kv. Sand hviler paa Ler, krybe Rødderne næsten alle dybere end 1 Kv.  $\circ$ : i Leret (se p. 22); 4) hvor 1 Kv. Ler hviler paa Sand, krybe næsten alle Rødder højere end 1 Kv.  $\circ$ : i Leret (se p. 22); 5) hvor  $1\frac{1}{2}$  Kv. Sand hviler paa Ler, kryber det langt overvejende Antal Rødder  $1\frac{1}{2}$  Kv. dybt eller dybere  $\circ$ : i Leret (Nr. 8); 6) hvor 1 Kv. Sand hviler paa Tørv, krybe Rødderne fortrinsvis dybere end 1 Kv.  $\circ$ : i Tørven (se p. 22); 7) hvor  $1\frac{1}{2}$  Kv. Tørv hviler paa (haard) Kalk, krybe alle Rødder i en Dybde af ca.  $1\frac{1}{2}$  Kv. eller højere  $\circ$ : i Tørven (Nr. 10).

b. Hvor Jordskorpen til en Dybde af ca. 4 Kv. dannes af 2 forskellige, lagvis over hinanden lejrede Jordarter, af hvilke den, som Rødderne ynde bedst, ligger underst og gradvis sænker sig — dér ville Rødderne følge denne, saaledes at deres Middeldybde bliver større; dog sker dette kun til et vist Punkt (beliggende, synes det, noget dybere end 2 Kv. under Jordoverfladen); synker det Jordlag, Rødderne foretrække, endnu dybere

ned, give de efterhaanden slip og stræbe nu at indtage den Stilling i det overliggende Jordlag, som ifølge dennes Art er dem naturlig.

Exempler: 1) Hvor 1 Kv. Torv hviler paa Ler, krybe næsten alle Rødder i Leret (se p. 22); 2) hvor 2 Kv. Torv hviler paa Ler, er det samme endnu Tilfældet for det overvejende Antals Vedkommende (Nr. 6); 3) hvor 3 Kv. Torv hvile paa Ler, krybe endnu endel Rødder i Leret, medens dog det største Antal har søgt op i Torven (Nr. 7); 4) hvor 1 Kv. Sand hviler paa Ler, krybe omtrent alle Rødder i Leret (se p. 22); 5) hvor 1½ Kv. Sand hviler paa Ler, er det samme endnu Tilfældet (Nr. 8); 6) hvor 3½ Kv. Sand hviler paa Ler, krybe endnu nogle Rødder i Leret, medens dog det overvejende Antal har søgt op i Sandet (Nr. 9).

III. Paa dyrkede Marker er den Middeldybde, hvori Rødderne krybe, ofte kendelig en anden, end den vilde have været, om Marken ikke havde været dyrket.

a. Plojning (og Harvning) forøger Middeldybden, undtagen hvor Rødderne i Forvejen gaa dybt, eller hvor Jordbundens Underlag er meget haardt.

Exempler: 1) Paa højtliggende, tørre Leragre (Nr. 1) krybe Rødderne kendelig dybere end paa udyrkede Steder med en ganske lignende Jordbund, i Skov (Nr. 11) eller paa udyrkede Skrænter (Nr. 12); 2) paa Kalkagre (Nr. 5) krybe Rødderne kendelig dybere end paa udyrket Kalkjord, f. Ex. Grøfteskraaninger (Nr. 13).

b. Fyldes et Lag Jord ovenpaa det naturlige Jordsmon, vil der hengaa en temmelig lang Tid, inden Rødderne atter indtage den Stilling, der er dem naturlig.

Exempler: Nr. 14 og 15.

c. Naar ved Dyrkning (Gødning, Mergling) det øvre Jordlag forvandles til Muld, vil denne Omstændighed bringe Rødderne til at krybe højere paa en mager Jordbund, Sand, idet Rødderne søge Muldlaget fremfor det golde Sand; paa torvede og lerede Agre synes en saadan Forbedring af det øvre Jordlag ikke at øve nogen kendelig Indflydelse.

Det andet Hovedspørgsmaal med Hensyn til Jordbundens Indflydelse paa Tidselrødderne, hvilket nu skal søges besvaret, er følgende: Til hvilken Dybde er den enkelte vertikale Rød i Stand til at trænge ned paa en vis given Jordbund, naar Livsvilkaarene for øvrigt ere gunstige? Til dette slutte sig flere mindre Spørgsmaal, som f. Ex.: Hvor dybt kan en Rød trænge ned paa en vis Jordbund i en vis given Tid? o. fl. a. Her gælder det selvfølgelig om at klare sig, hvilke Forhold der kunne fremkalde fejlagtige Slutninger. Paa enhver Jordbund, ja paa ethvert Tidseksemplar, vil man finde unge og gamle, kraftige og svage Formeringsrødder; de unge og svage Rødder gaa naturligvis ikke synderlig dybt, ja maaske have mange af dem endnu ikke begyndt at voxer ned i Jorden. Det gælder da om, væsentlig kun at drage Slutninger fra kraftige Rødder. Vi have endvidere tidligere (p. 24) set, at Rodens Udvikling til en vis Grad er afhængig af Stængelskuddets, saa at den i Tilfælde, hvor Skuddets Udvikling hemmes, enten ved at det voxer under ugunstige Livsvilkaar, eller ved Vold, sendes mindre dybt i Jorden.

De i det følgende omhandlede Udgravninger ere foretagne i August, September og Oktober 1871 og 1872, medmindre andet særlig bemærkes, og mest paa udyrkede Steder,

dog ogsaa i nogle Tilfælde paa Sædemarker. Foreløbig tages her kun Hensyn til Beskaffenheden af den Jordart, hvori selve den nedstigende Rod voxer.

Paa god, frugtbar Lerjord, hvis Vanddybde var større end 8', har jeg fulgt ældre, kraftige Tidselrødder ned til en Dybde af omtrent 8'; Fig. 5 viser et Exemplar (fra udyrket Sted, Randen af en Mergelgrav, Thostrup pr. Ringsted), hvis Rodlængde kun manglede 4" i dette Maal. Jeg var tilbøjelig til at antage 8' for Maximum; imidlertid har Lærer P. Nielsen i Ørlev meddelt mig, at han ved Knudshoved, paa Lerskrænter ud imod Havet, har fulgt Roden ned til en Dybde af 10'. Det ses altsaa, at den Dybde, hvortil Rødderne kunne sænke sig i Lerjord, er ganske overordentlig stor.

Det er imidlertid ikke sjældent, at den lerede Jordbund er saaledes beskaffen, at alle eller dog det langt overvejende Antal af de nedstigende Rødder standse, før de ere trængte ned til nogen stor Dybde. Særlig kunne 3 Omstændigheder virke hemmende paa Væksten, nemlig Optræden af mergelagtige eller ahlagtige Lag, fremdeles Forekomst af Sand- eller Gruslag og endelig Fugtighed.

Mergel optræder paa meget forskellig Maade og under meget forskellige Former, der dog kunne henføres til 2 Hovedformer: Sandmergel og Kalkmergel. Sandmergelen har sædvanlig en løs Sammensætning, hvorfor den i sit Forhold til Roden viser sig som almindeligt, mere eller mindre grusblandet Ler (dødt Ler). Kalkmergelen opnaar derimod ofte en meget stor Haardhed; hvor dette er Tilfældet, standser den de nedtrængende Rødder, men hvor den har en forholdsvis løsere Sammensætning, lader den dem passere. Det er ikke ualmindeligt, at der i Kalkmergelen er jævn Overgang fra en løsere til en fastere Sammensætning; i dette Tilfælde ville Rødderne bore sig temmelig dybt ned og først standse, hvor de saa at sige løbe fast, omtrent som det kan ske i en poros Sandsten. Saaledes er den Rod, der er fremstillet i Fig. 6 A, udgravet paa en Jordbund (Havremark ved Mierløse Mølle pr. Ringsted), der vel allerede i en Dybde af 4' viste en anseelig Kalkrigdom, men som dog her var af en temmelig løs Sammensætning; nedefer voxede Mergelens Kalkrigdom og samtidig dens Fasthed; tilsidst — omtrent i en Dybde af 6' — var Lagets Haardhed saa stor, at Hakken kun Tomme for Tomme kunde arbejde sig igennem det. Roden naaede en Dybde af 6½'. Optræder den haarde Kalkmergel brat, da standse Rødderne ogsaa brat; dog kunne de arbejde sig nogle faa Tommer ind i Laget.

Hvis en meget kraftig Rod i større eller mindre Dybde træffer et saaledes brat fremtrædende, meget haardt Lag af Kalkmergel, viser den ofte følgende Forhold: Rodspidsen løber fast i Mergellaget; den udsender en Siderod, der først kryber et Stykke horisontalt hen over det haarde Lag og derpaa forsøger at bore sig ind i det; ogsaa denne

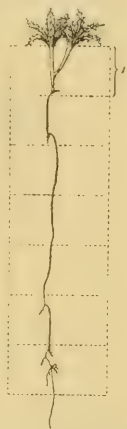


Fig. 5. Rodudvikling i Lerjord.

Rod løber fast, men Sideroden udsender en ny Siderod, der, forst snigende sig et Stykke hen over Mergellaget, gør et nyt Forsøg paa at trænge igennem. Saaledes er der tilsidst dannet en hel lille Kæde af »krybende» Rødder, et levende Vidnesbyrd om den Ufortrødenhed, hvormed kraftige Tidselrødder søge i Dybden. Et Exempel herpaa findes i Fig. 6 B; her fremstilles en Rod, der i en Dybde af omtrent 6' stødte paa et meget fast Mergellag og dannede en Rodkæde hen over det paa omtrent 2' i Udstrækning.

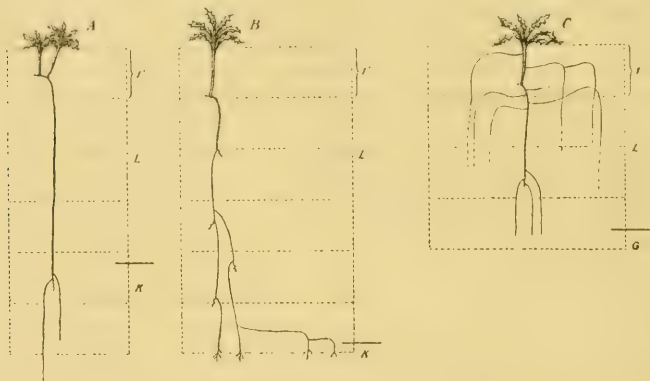


Fig. 6. A. Rodudvikling i Ler med Kalkunderlag. B. Udvikling af en kraftig Rod i Ler med meget haardt Kalkunderlag. C. Rodudvikling i Ler med Grusunderlag. L. Ler. K. Kalk. G. Grus.

Møde Rødderne i Leret haarde Lag af en anden Beskaffenhed end netop Mergel, standses de ogsaa. Lærer P. Nielsen har saaledes meddelt mig, at han ved Randen af en Mergelgrav (Ørslev) har fulgt Tidselrødderne ned til et ahlagtigt, meget haardt Lag, beliggende omtrent 4' dybt, et Lag, som Rødderne ikke kunde gennemtrænge.

Hvis der i Leret optræder isolerede Sand- eller Gruslag af en nogenlunde anseelig Tykkelse (mindst 6'', dog ogsaa undertiden smallere), da standses den nedadsogende Rod sædvanlig i Væksten; dog erstattes den i saa Tilfælde gerne ved en Siderod, der gennembyder Sandlaget og voxer videre i Dybden; dette kan gentage sig flere Gange paa en temmelig regelmæssig Maade.

Hvis Roden træffer Gruslaget i større Dybde, f. Ex. 4' dybt, sker det meget ofte, at Roden ikke fortsættes af en ny Rod; dog synes dette ganske at afhænge af, hvor kraftig Roden er. Et Exempel paa Rødder, standsede i Væksten ved Gruslag, ses i Fig. 6 C, hvor Roden, efterat dens Væxt flere Gange midlertidig har været standset, endelig standser i en Dybde af 3' 9''.



Naar Roden standses i Vækten af Sand- eller Gruslag, ender den altid under saa forvredne og ynkelige Former, at det er let at se, den ikke med god Vilje er standset i Vækten.

Paa en leret Jordbund, hvor Vandet staar højt i Jorden, koster det usædvanlig Møje at følge Roden i Dybden, hvilket for saa vidt er uheldigt, som der ikke af en Undersøgelse af faa Exemplarer tør drages nogen sikker Slutning. Jeg tror imidlertid at turde sige, at Tidselroden paa meget fugtig Lerjord ikke gaar nær saa dybt i Jorden, som den vilde have gjort, om Jordbunden havde været mindre fugtig. Specielt har jeg søgt at forfølge Roden i hele dens Længde paa en tørveholdig Ager (Havreager ved Thostrup pr. Ringsted), hvor det bløde Ler fandtes i en Dybde af 1', medens Grundvandet i September viste sig 2 $\frac{1}{2}$ ' dybt (o: i denne Dybde stod Vandet i den forladte Grav); denne Mark over-svømmedes sædvanlig hver Vinter. Den dybest gaaende Rod, jeg her fik udgravet, var kun 5' lang; alle Rodderne vare usædvanlig tynde; flere af dem endte med frisk Væxtspids, paa andre var Spidsen sort.

Den Dybde, hvortil ældre Tidselplanter sende deres Rodder ned i goldt Sand, er i Regelen ikke større end den, Froplantens Rod kan naa i samme Jordbund (sml. p. 22). I den løse Sandjord er det overordentlig let at blive klar over Rodlængden, da man med en lille Haandsprøjte kan gøre Roden fri for Sandet til sidste Trævl, en Fremgangsmaade, jeg stadig har benyttet. Ringe Dybdevæxt har jeg fundet at være det, der særlig karakteriserede de i Sandjord voxende Tidselrodder i Modsætning til dem i Lerjord; en anden Ejendommelighed ved de førstnævnte er den, at de sædvanlig ere rigt forsynede med kraftige nedstigende Grene. Det synes, som om Rodens livlige Forgrening paa Sandjord skal bøde paa dens ringe Dybdevæxt. Fig. 7 viser en ældre Tidselrod, udgravet eller rettere udsprøjtet paa en gold, udyrket Sandskraaning, hvor det magre Græs halvt begravdes af det løse Sand; de fleste af Rodderne her naaede næppe en Længde af 2' (adskillige kun 1—1 $\frac{1}{2}$ '), den dybest gaaende havde en Længde af 2 $\frac{1}{2}$ '.



Fig. 7. Rodudvikling i Sand.

Naar Roden standser i Sand, viser den de samme forvredne Former som i Lerjordens isolerede Gruslag.

Hvor Jordbunden ikke just bestaar af aldeles goldt Sand, men af Rødgrus, synes Rodens Dybdevæxt at være noget forskellig fra dens Væxt i løst Sand; er der tilmed i Sandet indblandet en Smule Ler, bringer dette strax Roden til at gaa endog meget dybere i Jorden. Et saadant Tilfælde lærte jeg at kende ved Udgravning i et Vænge, hvor der i en hel Aarrække var dyrket Vikkehave (Stenmagle Præstegaardshave pr. Sorø); Jordbunden bestod foroven af løst Grus, der meget let faldt sammen, dybere nede (ca. 2') var Sandet

allerede noget fedtet at føle paa; i en Dybde af omtrent 6' var Jorden ganske klæg og hang ved Kniven; med andre Ord: Jordbunden, der foroven var løst sandet, blev gradvis mere leret. Paa denne Lokaltet fulgte jeg flere Rødder ned til en Dybde af ca. 6'.

Naar den i Sandet nedstigende Rod møder Vand, da synes dette ikke i nogen væsentlig Henseende at forandre dens Væxt. — Hindringer i Form af Lag har jeg ikke set den nedstigende Rod møde i Sand; hvorledes Tidselrødderne forholde sig til Ahl (som Lag i Sandet), har jeg saaledes ikke set; dog er dette Forhold givet ved den Maade, hvorpaa Rødderne forholde sig til Kalkmergel og til saadanne ahlagtige Lag i Ler, som der ovenfor er omtalt et Exempel paa.

Hvor jeg har undersøgt Tørvelag af betydeligere Tykkelse, har jeg altid truffet Vand i ringe Dybde; min Besvarelse af Spørgsmaalet: hvor dybt kunne Tidselrødderne gaa ned i ren Tørvejord? refererer sig derfor ene til Tørvejord med Vandet i ringe Dybde. Udgravningerne foretoges i en lille opdyrket Mose, der ligger indeklemmt mellem Alindelille Skov og Myrdeskov (Bygmark, sidste Halm). Tørvelaget var her 5' dybt; Vandet stod, da Udgravningen blev foretaget (i September), ca. 2½' under Jordoverfladen. Da Graven var udgravet til en Dybde af 5', løb Vandet saa stærkt til, at en Mand næppe kunde holde det ude ved at øse. Tørven; der foroven var sort og knudret, blev nedadtil brun og fuldkommen blød og indeholdt her mange Levninger af Fyr, Hassel, Birk og andre Planter; Tørven hvilede paa en hvidgul, fedtagtig Kalkjord. — Paa denne Jordbund fulgte jeg kraftige Tidselrødder ned til en Dybde af ca. 4'. Disse Rødder, som det paa Grund af Jordbundens Blødhed var overmaade let at udgrave, vare alle usædvanlig tynde, selv de, hvis krybende Parti dog bar flere kraftige blomstrende Skud; Rødderne vare for største Delen friske lige til Væxtspidsen (nogle dog sorte i Spidsen), mere hvidlige end paa Lerjord, de fleste ganske udelte, o: ikke opløste i Led, som de almindelig ere paa Lerjord.

Jeg har al Grund til at tro, at Maximum for Tidselrøddernes Dybdevæxt paa denne meget fugtige Tørvegrund virkelig er omtrent 4'; jeg er dog tilbøjelig til at antage, at Rødderne vilde have gaaet dybere, i Fald Vandet ikke havde staaet saa højt.

Det Forhold, de nedstigende Tidselrødder vise paa Kalkjorden i Alindelille, er meget ejendommeligt. Jeg har tidligere karakteriseret Jordbunden paa denne Lokaltet samt vist, hvorledes den krybende Del af Tidselrødderne i ethvert Tilfælde (dyrket Ager, Grøfteskraaning og i Skov, hvor Tørv hviler paa Kalk) kryber ovenpaa den haarde Kalk. Det har nu Interesse at se, hvorledes Rødderne ville te sig, naar de efter deres Natur skulle søge i Dybden.

Paa dyrket Ager bestod Jordbunden umiddelbart under Plojelaget af haarde Kalkknoled, adskilte ved en mere løs Kalkjord, medens det derunder (ca. 15" dybt) liggende Lag viste sig som en sammenhængende, meget fast Kalkmasse. — Næsten alle nedstigende Rødder standse i en Dybde af omtrent 15". Naar den enkelte Tidselrod har arbejdet sig

ned mellem Kalkknoldene og støder paa den underliggende haarde Kalkmasse, løber den fast, standser i Væksten; den udsender nu Siderodder, der imidlertid snart lide samme Skæbne som Moderroden; atter udsendes Siderodder, nogle meget kraftige, udgaaende højt oppe fra, som om det skulde forslaa bedre, andre helt nede ved Moderrodens døde Spids; hver af Siderodderne kan atter grene sig — en Vrimmel af Rødder! alle trænge de paa, alle ville de ned, alle standses de af den haarde Kalkmasse (Fig. 8 A).

Saaledes forholder det sig med det overvejende Antal nedstigende Rødder paa denne Jordbund. Ved fortsat lagttagelse opdager man imidlertid, at enkelte Rødder virkelig slippe ned gennem den haarde Kalk. Fig. 8 B viser en saadan, der imidlertid var sluppen igennem paa en usædvanlig let Maade — uden engang at støde paa Vanskeligheder. I Udkanten af Ageren, hvor jeg foretog Udgravningen, stode i Jordsmonnet Rødderne af et Asketræ, der for Aar siden var fældet. Askens Rødder voxte mere eller mindre vertikalt ned gennem Kalken, søgende den fugtige, bløde Undergrund; de nys nævnte vare halvt opløste, trøskede, og gennem en af disse bekvemme Veje naaede den omtalte Tidselrod let ned til den fugtige Undergrund, hvor den endnu kunde følges til en Dybde af  $5\frac{1}{2}'$ . Foruden denne Tidselrod fandt jeg dog ved samme Udgravning endnu enkelte andre, der virkelig naaede gennem det haarde Kalklag — og det ved egen Hjælp. At dette er muligt, synes for øvrigt at vise, at Kalkmassen ikke overalt kan være saa tæt, som den ellers gør Indtryk af at være.

Det vil ses, at de nedstigende Rødders Forhold her paa Kalkjorden i Alindelille ikke er saa ganske uligt Røddernes Forhold til Kalkmergelen; at den enkelte Rod i første Tilfælde danner mange Siderodder, efterat den er standset i Væksten, i sidste Tilfælde kun en enkelt eller ingen, turde forklæres ved, at den nedstigende Rod i første Tilfælde er ved Begyndelsen af sin Rejse og derfor sandsynligvis har større Trang og Evne til at danne Siderodder end i sidstnævnte Tilfælde, hvor Roden allerede har sænket sig ret betydelig i Dybden, før den standses i Væksten.

At Roden endelig her paa Alindelille-Kalken, naar den standses i Væksten, danner en mere eller mindre buskagtig Samling af Siderodder, der strax voxte mere eller mindre lodret nedad, medens der i det tilsvarende Tilfælde paa Kalkmergelen dannedes en krybende

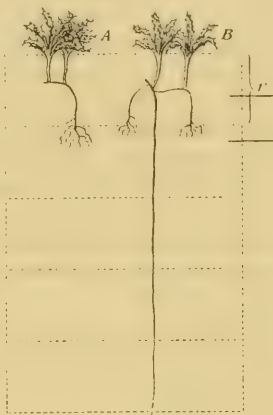


Fig. 8. Rødder, der standses i Væksten af haard Kalk. I B er en enkelt Rod sluppen igennem. Øverst Pløjelaget, dernæst løs Kalkjord, nederst haard Kalk.

Rødkæde, turde have sin Forklaring deri, at Tidselrødderne i førstnævnte Tilfælde, indsluttede som de ere mellem haarde Kalkknolde, naturligt strax ville søge mere eller mindre lodret nedad, rettende sig efter de lokale Forhold.

I den foregaaende Skildring er der alene taget Hensyn til Beskaffenheden af den Jordart, hvori den nedstigende Del af Røden voxer. Vi have fremdeles kun set denne trænge gennem en Jordbund dannet af én enkelt Jordart. Det staar da tilbage at se, hvorledes Røden voxer paa en Jordbund bestaaende af flere, lagvis over hverandre lejrede Jordarter; endelig maa det undersøges, hvorvidt det kan have nogen kendelig Indflydelse paa Rødens Dybdevæxt, at det øvre Jordlag ved Agerbruget forvandles til Muld. De sparsomme Oplysninger, jeg kan give om de her nævnte Forhold, ere følgende:

Da den Dybde, hvortil Rødderne trænge ned i meget fugtigt Ler, omtrent er den samme som den, de naa i fugtig Tørv, kan heraf slutes, at de paa en Jordbund, bestaaende af Tørv med et Underlag af fugtigt Ler i et hvilket som helst Forhold, ville trænge ned til væsentlig samme Dybde som i de to førstnævnte Tilfælde.

Hvor Tørv hviler paa Kalk, ville de nedstigende Rødder forholde sig til Kalken omtrent som i det tidligere omtalte Tilfælde, at sige da hvis Kalken ligger lige saa højt og er af samme haarde Sammensætning som den omtalte Alindelille-Kalk. Det vil saaledes være Tilfældet paa den før (p. 66) omtalte Jordbund, dannet af  $1\frac{1}{2}$  Kvarter Tørv, hvilende paa haard Kalk.

Hvor Sand hviler paa Ler, vil Rødens Dybdevæxt rette sig efter, hvor dybt Leret ligger. Er det overliggende Sandlag saa højt, at Rødderne ikke naa Leret, ville de selvfølgelig kun naa den Dybde, der er dem naturlig i Sand; ligger Leret højt, ville Rødderne forholde sig som paa Ler. — Jeg har truffet et bestemt Exempel herpaa, nemlig paa en tidligere (p. 65) omtalt Lokalitet (Haugborup), hvor Sand hvilede paa svagt fugtigt Ler, der fra en Dybde af  $1\frac{1}{2}$  Kv. gradvis sank til en Dybde af flere Alen. Hvor Leret laa 3' dybt eller dybere, sendte Tidselen ikke sine Rødder ned til Leret, hvorfor ogsaa alle Tidselskuddene her vare meget svage; hvor Leret derimod laa saa højt, at Rødderne naaede det, vare de overjordiske Skud meget kraftige. Det var ligefrem muligt alene ved en Betragtning af de overjordiske Skuds større eller mindre Fylde at slutte sig til, hvor omtrent Leret var sunket saa dybt, at Rødderne ikke længer kunde naa det. Nojagtig at angive, hvorledes Røddernes Væxt gradvis forandrede sig med Jordbunden, er jeg imidlertid ikke i Stand til.

Det tredje Hovedspørgsmaal med Hensyn til Jordbundsforholdenes Indflydelse paa Tidselrødderne er Spørgsmaalet, hvor stor en Udviklingsfylde det enkelte Rodsystem kan opnaa i forskellig Jordbund. Selvfølgelig er det her nødvendigt at abstrahere fra alle andre Livsbetingelser end netop Jordbunden, men dette sker simpelthen derved, at kun saadanne Rodsystemer tages i Betragtning, der paa forskellig Jordbund have udviklet sig

under de i alle Henseender gunstigste Vilkaar. Fremdeles maa jeg atter her erindre om, hvor vanskeligt det er at naa til en fuldkommen sikker Bestemmelse af et Maximum for Udviklingen; i dette Tilfælde skyldes det bl. a. den Omstændighed, at ethvert Rodsystem ved sin naturlige Oplosning vil danne dels et Antal kraftigere, dels et Antal svagere nye Rodsystemer, hvilke alle ville forekomme jævnsides i samme Jordbund; i Udviklingen af Stængelskuddene har man dog et nogenlunde paalideligt Tegn at rette sig efter, idet denne jo til en vis Grad er bestemmende for Rodsystemets Udvikling.

De Forhold, der her navnlig blive at tage i Betragtning, ere følgende:

a) Rodens Tykkelsevæxt; skønt Formeringsroden i Almindelighed naar et Maximum i Tykkelse, omtrent hvor den bøjer i Jorden eller tæt nedenfor, for nu atter ganske jævnt at aftage i Tykkelse nedefter, vil det dog vise sig, at Jordbunden i visse Tilfælde har en kendelig Indflydelse paa Tykkelsevæxten; imidlertid maa man ikke paa nogen Maade betragte Rodens Tykkelseforhold som et almindeligt Maal for Rodens Udviklingsfylde; den største Tykkelse kan Roden f. Ex. saa noget nær opnaa paa Kalkjord, paa en Jordbund altsaa, hvor Tidselen forøvrigt ikke trives synderlig godt.

b) Antallet af Rodradier, der kunne udsendes fra samme Centrum; dette Antal viser sig kendelig forskelligt paa forskellig Jordbund.

c) Den enkelte Rodradies samlede Længde samt dens Evne til at danne Rodskud; man kan derimod ikke anvende som Maal for Udviklingsfylden det Antal af Led, hvoraf en Rodradie bestaar; det synes tværtimod, som om ét meget langt Rodled kan erstatte flere mindre; paa de kraftigste Exemplarer, jeg har udgravet af Lerjord, dannedes Rodradien kun af 2 Led, medens man paa gold Sandjord vil finde Radier, bestaaende af 3—4 Led; at derimod Radiens samlede Længde er det rette Maal for Udviklingsfylden, er ret naturligt, eftersom den samlede Længde netop betegner den Afstand, hvortil det eller de ved Centrum staaende Skud formaa at sende den krybende Rod; det enkelte Rodleds Længde er for saa vidt et Maal for Udviklingsfylden, som man paa en mager Jordbund aldrig træffer lange Rodled.

d) Skuddets Udvikling; Jordartens Indflydelse her er selvfølgelig kun indirekte, men ikke desmindre meget kendelig.

**Lerjord.** Rødder af kraftige Tidselplanter kunne paa det Sted, hvor de bøje i Jorden, om denne er en meget haard, tør, gruset-stenet Lerjord, naa en Tykkelse af omtrent  $\frac{3}{4}$ "; hvor Leret er mere rent, frit for Smaasten og ikke overmaade haardt, opnaa kraftige Rødder en Tykkelse af  $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{2}$ "; hvor Leret endelig er meget blødt og fugtigt, ere kraftige Rødder paa det tykkeste ofte kun  $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{3}$ " tykke. Hertil maa dog endnu bemærkes, at hvor Leret er stærkt blandet med Smaasten og grovkornet Grus, er Rodens Overflade meget bulet og rynket, ja undertiden ligesom musegnavet, idet Smaastenen, som før bemærket, trykkes ind i Roden, eller snarere: idet Roden ligesom »gyder sig om» Smaastenen; dette gør, at Roden paa saadanne Steder synes tykkere, end den virkelig er.



Paa ældre Tidselplanter kan Antallet af Rodradier, udgaaende fra et Centrum, stige meget betydelig, til 20 og derover; af disse mange er der dog kun et Par, der opnaa nogen meget anseelig Længde. Den største Rodradie, jeg har iagttaget, var 19' 6" lang; det paa-gældende Exemplars centrale Skud udviklede sig fuldstændig frit paa en lav Jordvold, hvorfra der sendtes krybende Rødder ind i den tilstødende Ager; Jordbunden var nogenlunde tør, dog ikke meget haard (i September). Dette Exemplars største fundne Diameter var 28' 3". — Paa mere fugtig Grund (Vandet i en Dybde af ca. 4' i første Halvdel af September) har jeg udgravet et Exemplar, hvis største Radius var 18', medens dets største fundne Diameter var 24' 6". Dette Exemplar viste tillige det fundne Maximum for et enkelt Rodleds Udbredelse, idet én enkelt af Formeringsrødderne krøb hele 14', før den bojede i Jorden. Exemplarets centrale Skud udviklede sig frit ved Randen af en Ager, ind i hvilken det sendte sine Formeringsrødder. — Paa Exemplarer, voxende inde i Sæden i en Ager, har jeg aldrig truffet nogen meget stor Udbredelse. Hos ét, som udgravedes paa temmelig tør Lergrund i en Havremark, naaede Rodradien, skønt Exemplarets centrale Skud var meget kraftigt, kun en Længde af 11' 6".

Hvad Skududviklingen angaar, da bærer jo Rodsystemets centrale Rod sædvanlig 1, undertiden 2 blomstrende Skud; da nu i ethvert Tilfælde kun de kraftigste af Rodradierne og, hvis Radien er opløst i Led, endda kun det Led, der er nærmest den centrale Rod, bærer blomstrende Skud, fremgaar heraf, at Antallet af saadanne Skud, udgaaende fra et og samme Rodsystem, aldrig er meget stort; jeg antager, at det som Maximum kan sættes til 8 eller 10. Foruden de blomstrende Skud udvikler Rodsystemet endnu, navnlig paa de svagere Radier eller paa den Del af de kraftigere, der er længst fjernet fra Centrum, et Antal Løvsrud og Stængelknopper.

Skud, der udgaa fra Rodsystemer i Lerjord, ere i Stand til at opnaa den største Udviklingsfylde, som overhovedet naas.

Jeg har ikke nogen Grund til at tro, at Rodsystemet paa fugtig Lerjord (naar den da ikke er altfor fugtig) udvikler sig svagere end paa mere tør Grund, og maa da antage, at dets Udviklingsfylde, saafremt Skuddene paa begge Steder udvikle sig fuldstændig frit, omtrent vil kunne blive den samme paa det ene som paa det andet Sted, uden at det dog hermed skal være sagt, at Tidselen lige godt hører hjemme begge Steder.

**Sand.** Der viser sig en meget iøjnefaldende Forskel mellem Tidsel-exemplarer fra Lerjord og fra Sandjord. Hvad Rodens Tykkelse angaar, saa er ganske vist den ældre Rod, der voxer i Sand, ikke saa tynd, som man maaske kunde vente; ofte naar den en Tykkelse af  $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{3}$ ", og hvor Jordbunden ikke er aldeles magert Sand, kan den blive endnu tykkere. Men Forskellen viser sig tydeligere i Antallet af Formeringsrødder og af blomstrende Skud samt i disses Udvikling.

Paa udyrkede Steder med gold Sandjord er Antallet af Formeringsrødder, der udgaa fra samme Væxtcentrum, altid meget ringe, ofte indskrænket til 1. Udbredningsradierne ere ganske usædvanlig korte, ofte kun faa Fod, selv hos saadanne Exemplarer, der synes at være forholdsvis de kraftigste. — Det er en Selvfølge, at Antallet af blomstrende Skud under disse Vilkaar maa være meget ringe. Det hænder ofte paa goldt Sand, at intet Skud i en hel lille Gruppe naar til Blomstring; alle blive de staaende som svage, mere eller mindre kostformede rene Løvskud. Naar Skuddet blomstrer, er det i alle Henseender svagt i Sammenligning med de blomstrende Skud paa Lerjord: faa Blomster, faa Løvgrene og Blade; Skuddene ere endvidere tilbøjelige til at visne i den varme Sommertid, medens Tidselskud paa Lerjord staa i fuldt Flor uden at generes af Solvarmen.

Den svage Udvikling af Rodsystemet i Sandjord viser sig endelig deri, at det synes at være noget ualmindeligt, at Skud paa Rodradier kunne blomstre samme Aar som Centralrodens Stængelskud.

Hvor Sandjorden er meget kendelig forbedret ved Dyrkning, vil dette vise sin Virkning dels derved, at Tidselgrupper overhovedet forekomme her i ret anseeligt Tal, og dels derved, at det enkelte Skud faar en forholdsvis kraftig Udvikling, baade i Henseende til Blad- og Blomsterrigdom og i Henseende til Stængelens Højde og Tykkelse. Paa saadan Jordbund (Havremark) har jeg udgravet et Exemplar med en Rodradie paa ca. 5'.

**Torv.** I Tørvejord naa Formeringsrødderne ved det Sted, hvor de boje i Jorden, en Tykkelse af  $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{3}$ ". Maximum for deres Antal fra et og samme Væxtcentrum kan omtrent ansættes til et Dusin. Det største Rodsystem, jeg har udgravet paa en Jordbund dannet af Torv i flere Alens Dybde, havde en Diameter paa 18'; den længste Rodradie var 12' lang, og den største Længde for et enkelt Rodled var 10'. Dette Exemplar havde udviklet sit centrale Skud frit ved Udkanten af en Bygmark (den ovenfor omtalte lille Mose ved Alindelille Skov). Hvad angaar det Antal af blomstrende Skud, der kan udgaa fra et udelte Rodsystem, da vil dette næppe stige over 6. Endelig finder jeg ikke mellem kraftige, fritvoksende Skud paa Torv og paa Ler nogen kendelig Forskel i Udviklingsfylden.

**Kalk.** Som det vil erindres, døjede det overvejende Antal af de nedstigende Rødder meget ondt paa den haarde Kalkjord ved Alindelille, idet deres Væxt i lodret Retning sædvanlig hemmedes. Denne Hemning synes ofte at indvirke stærkt paa Tykkelsevæksten, idet Roden ofte, lige nedenfor det Sted, hvor den er bøjet nedad, kan svulme op til en betydelig Tykkelse; denne Tykkelse er vel omtrent som den, Roden kan opnaa paa tør og meget fast, gruset Lerjord, nemlig indtil  $\frac{3}{4}$ ", men er i Virkeligheden forholdsvis meget betydeligere, og i Forhold til den Tykkelse, samme Rods krybende Parti opnaar. De faa nedstigende Rødder, for hvilke det lykkes at gennembryde Kalken, faa ingen tilsvarende brat Fortykkelse.

Antallet af Rodradier i Kalkjord er aldrig meget stort, men kan stige til 5—6. Den enkelte Rodradie synes altid at være temmelig kort, selv paa kraftige Exemplarer. Skønt jeg kun har undersøgt et ringe Materiale fra Kalk, har jeg Grund til at antage, at Exemplarer med en Diameter paa 8—9' og en Længde for største Radie af 5—6' ere nogenlunde typiske for kraftige Exemplarer paa saadan Jordbund.

Antallet af blomstrende Skud er ikke meget stort; jeg har paa samme Rodsystem kun truffet 2; dog vil Tallet muligvis kunne stige til 4. — Hvad endelig det enkelte Skuds Udvikling angaar, da kan det paa Kalkjord opnaa en ret anselig Størrelse og Kraft, saa at det nærmer sig til Forholdet paa Ler og Tørv; dog ere Skuddene, selv de fuldstændig fritvoxende, gennemgaaende mere «tynde».

I det hele maa jeg antage, at det, der paa haard Kalkjord generer Tidselen, ene er Kalkens Haardhed; om denne ikke var, skulde det vistnok snart vise sig, at Tidselen paa Kalk var i Stand til at opnaa samme Udviklingsfylde som paa Lerjord.

## VI. Skudsystemet.

### A. Det vegetative Skuds Bygning og Virksomhed.

Stængelen indeholder en stor Mængde, indtil ca. 50, isolerede Karbundter, stillede i en Kreds ud mod Periferien, samt en tydelig Marv, der med Tiden mere eller mindre forsvinder, hvorved Stængelen bliver hul. Det enkelte Karbundt er i fuldt udviklet Tilstand bygget væsentlig som Fig. 9 viser. Antallet af Karbundter er meget forskelligt i forskellig Højde; fra hvert vegetativt Blad løbe 3 større og et ubestemt Antal mindre Strengede ned i Stængelen, ordnende sig i den nævnte Kreds. Mellem den over- og underjordiske Stængel er der selvfølgelig nogen Forskel, hvad selve det enkelte Vævs Uddannelse angaar.

Det er jo saa godt som alene de overjordiske Dele af Marktidsele<sup>1)</sup>, der er taget Hensyn til i floristiske Værker, hvis Beskrivelser iøvrigt med Hensyn til denne Plante ere meget forskellige og ikke sjælden hinanden modsigende. Dette er jo ikke saa underligt, naar man ved, i hvor høj en Grad navnlig de grønne Dele af denne Plante variere, medens derimod Blomsterdelene ere temmelig konstante hos alle normalt udviklede Exemplarer.

En saadan betydelig Variation viser sig i Ledstykkernes Længde. De længste Stængelled kan man træffe hos saadanne blomsterløse Stængler, som fremkomme ved Dyrkning i Værelser, eller saadanne, som træffes i det frie i stærk Skygge, idet Leddene kunne naa en Længde af  $3\frac{1}{2}$ ". En Modsætning bertil ere de om Efteraaret i stor Mængde paa Stubmarker fremkommende Bladrossetter,

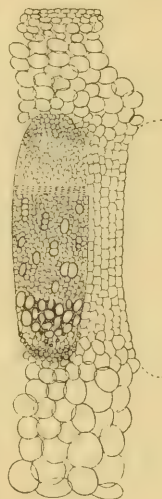


Fig. 9. Tværsnit af et Karbundt i Stængelen.

<sup>1)</sup> Af E. R. (p. 83—85).

der hidrøre fra den hurtige Udvikling af Knopperne dels paa Rodstokken, dels paa den tilbageværende Stump af den i Høsten overhuggede overjordiske Stængel. Knopperne i de nedre Bladskeders Hjørner udvikles nemlig i Regelen ikke om Sommeren, saa at det er, som om de bleve sparede til det nævnte Tidspunkt for endnu, efter at den øvrige Stængel er afhugget eller vissen, at kunne udvikle en forholdsvis stor Bladrigdom, der i Lobet af et Par Maaneder, indtil Frostens indfinder sig og pludselig dræber Bladene, kan sætte de perennerende underjordiske Dele af Planten i Vexelvirkning med Luften og bidrage til disses Tilvæxt. Disse Efteraarsrosetter have et ganske andet Udseende end de Skud, som komme frem om Foraaret, idet allerede de første Blade ere store og udbredte, saa at Rosetterne kunne danne ofte fodbrede Tuer, medens Foraarsskuddene ere ranke og spidse, navnlig naar de komme fra større Dybder. Disse Efteraarsrosetter adskille sig jo iøvrigt fra de hos toaarige Tidselarter (f. Ex. *Cirsium palustre* og *C. oleraceum*) forekommende bl. a. derved, at disse sidste ere overvintrende. Mærkelig nok benægtes Tilværelsen af saadanne tætte Bladrosetter hos *C. arvense* af Th. Irmisch (Bot. Zeit. 1851. Nr. 21), hvorimod han gør den rigtige Bemærkning, at denne Tidsel har den Ejendommelighed at skyde mange høje, alene bladbærende Stængler, som gaa til Grunde uden at have naaet til Blomstring.

Stængelen er altid opret, rank, temmelig nøjagtig vertikal, undtagen hvor den er kommen til at voxе paa Steder, der ikke passe til dens Natur, og da navnlig i Skygge, hvor den ofte bliver for svag til at holde sig rank. Hvad Stængelens Form angaar, da er den butkantet, i yngre Alder haaret (de blomstrende Stængler ere dog i Regelen glatte fra Blomstringstidens Begyndelse). Ogsaa i disse Henseender ere Forfatterne meget uenige; undertiden endog med sig selv. Hornemann siger (1796), at Stængelen er «stribet, kantet, glat», senere (1821), at den er «trind og jævn». Stængelen er kantet (angular) hos Babington, furet (sillonnée) hos Grenier og Godron, medens ingen af disse har noget om Beklædningen, ligesom de fleste andre ikke have noget om Formen. Hos Sonder (Flora Hamburg.) er Stængelen opadtil noget «filtet», en Benævnelse, som vistnok ikke træffes hos nogen anden Forfatter om denne Plantes Stængel. Hos yngre Planter er Stængelen nærmest at kalde «spindelvævshaaret» (arachnoideus), men ikke filtet (tomentosus), idet Haarene bestaa af et stivere, leddet Grundstykke med et mange Gange længere og overordentlig tyndt, éncellet Endeled (Fig. 11 A); disse Endeled hænge som Spindelvæv fra den ene af de af Grundstykkerne dannede fremstaaende Spidser til den anden. — Stængelernes Farve er oftest grøn som Løvet, men man kan ogsaa paa aabne, solbeskinnede Steder træffe store Grupper af kraftige Planter, der alle have iøjnefaldende rødbrune Stængler. Medens saadanne især træffes paa haard og fast Bund, kan man undertiden paa løs, muldet eller tørveagtig Grund træffe Grupper af Planter med afstikkende blege, gulgrønne Stængler. — Stængelens Tykkelse er hos nogenlunde kraftige Planter i den nedre Del ca.  $\frac{1}{3}$ “, men tiltager i Regelen lidt i  $\frac{1}{2}$ —1' Højde over Jorden, hvorfra den atter aftager



jævnt opad; paa det tykkeste Sted bliver den undertiden  $\frac{1}{2}$ — $\frac{2}{3}$ ". Den bløde, hvide Marv udgør jo den største Del af Stængelens Indhold, men erstattes efterhaanden som før nævnt af en Hulhed; denne optræder først i de nedre, tykkere Dele af ældre Stængler, men kan ofte vise sig allerede i de unge, naar de ere usædvanlig tykke.

Paa den vegetative Del af Stængelen anlægges alle Knopper regelmæssig i Hjørnet af Støtteblade (kun 1 Knop i Hjørnet af hvert Blad) — adventive eller accessoriske Stængelknopper findes lige saa lidt paa den underjordiske som paa den overjordiske Del af Stængelen. Knopperne i Lovbladhjørnerne anlægges meget sent: i Hjørnet af det 5te Blad fra Væxtspidsen findes der vistnok altid en tydelig Knop, men i Hjørnet af det 4de Blad er Knoppen utydelig, eller den er endnu ikke traadt frem som ydre Anlæg (Fig. 10 *A* og *B*). Det unge Knop-anlæg viser sig oprindelig som en meget langstrakt Valk, der har sin største Udstrækning fra højre til venstre; det er klart, at det alene er begrundet i Stillingen, Knoppen indtager (klemt inde, som den er, mellem Støttebladet og Stængelen), at Knoppen ved sin første Fremtræden har denne Form. Og at nu en Knop af denne Form nødvendigvis maa danne de første Blade til højre og til venstre, er ligesaa klart. — Hos de ikke blomstrende Stængler forblive Knopperne i Bladhjørnerne rudimentære, saa at disse Stængler ikke forgrene sig.

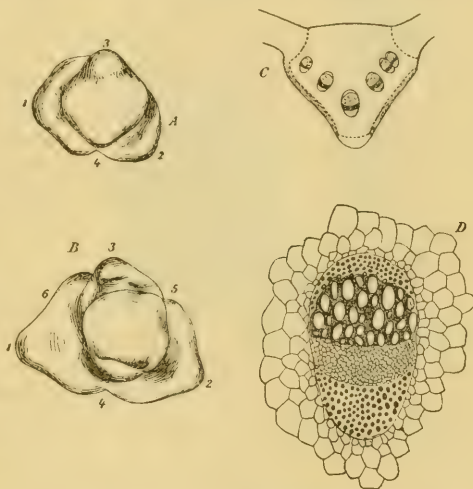


Fig. 10. *A* og *B*. Bladudvikling. *C*. Bladets midterste Parti i Tvær-snit. *D*. Tværnsnit af et enkelt af Bladets Karbunder.

Om Lovbladets anatomiske Bygning er følgende at bemærke: I Bladet uddannes et kraftigt Karbunds-system (Fig. 10 *C* og *D*); alle Nerverne træde stærkt frem paa Bladets Underside, og i de kraftigere af dem findes flere Karbunder; ud i hver Torn i Bladranden løber 1 Karbunt. Bladets Overhud udvikler Spalteaabninger samt talrige Trikomer, der udvikles hvert ved sin Topcelle; det enkelte Haar voxer overordentlig stærkt i Længde, idet navnlig Topcellen udvikler sig til en lang, slangeagtig bugtet Pisketraad («Spindelvævs-haar», sml. p. 84) (Fig. 11 *A*). Overhudcellerne saavel paa Bladets Overside (Fig. 11 *B*) som

Underside have væsentlig rette Vægge, paa Undersiden (Fig. 11 C) dog en Smule buede, men aldrig saksakbøjede (som paa Kimbladet). Bladparenkymet, der udvikler Bladgrønt, bliver mod Oversiden til et kraftigt Palisadevæv (Fig. 11 D), der inderst ved Midtnerven har 3—4 Cellelag, ud imod Bladranden kun 2 Lag.

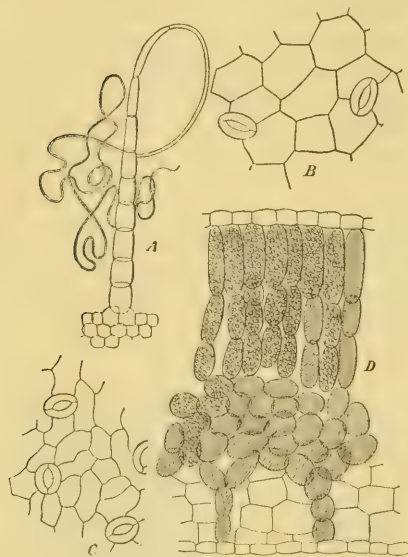


Fig. 11. A. Spindelvævshaar. B. Overhudsceller fra Bladets Overside. C. Dito fra Undersiden. D. Tværslit af Bladet.

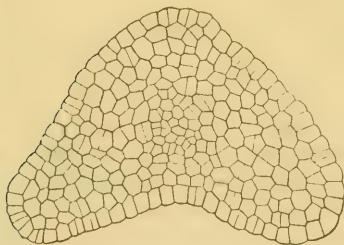


Fig. 12. Tværslit af et ganske ungt Blad.

I Parenkymet under Palisadelagene dannes meget store Luftrum, navnlig mod Bladpladens Midte, medens de ud mod Randene blive svagere og svagere udviklede. Endnu maa under Anatomen omtales en meget vigtig Ejendommelighed ved Løvbladet, nemlig dets Stivhed. Denne skyldes Aflejring af Kalkkrystaller i Overhudscellerne, navnlig dog i dem paa Bladets Overside; Krystallerne ere naaleformede og samlede i meget stort Antal i uregelmæssige Bundter; de opløses let i Svovlsyre, Salpetersyre og Saltsyre.

Udviklingen af Løvbladet viser sig paa et Skud, der netop har havet sig frem over Jordoverfladen, saaledes: Den Væxtspids, hvorunder (eller rettere hvorom) Løvbladene dannes, er svagt hvælvet. Løvbladene anlægges som knudeformede Valke efter Bladstillingsforholdet  $\frac{2}{3}$ . Det ganske unge Bladanlæg breder sig lidt ud til Siderne ved Grunden og viser sig i Tværslit (Fig. 12) i næsten hele sin Udstrækning at være af trekantet Form; det er nemlig væsentlig den senere Midtnerve, der er anlagt. Snart voxer den øvre Del af det unge Blad ud til Dannelsen af Bladpladens Sidehalvdele. Meget tidlig viser der sig i Bladranden Takker, Anlæg til Sideafslit af første Orden (Fig. 13 A og B); disse anlægges efter den divergente Typus, dog er den basipetale Udvikling af Sideafslittene gerne noget fremskreden, inden den akropetale begynder. Hvert Afslit

danner snart nye af anden Orden (Fig. 13 C), ved hvis Udvikling Hovedafsnittet almindelig bliver mere eller mindre ensidigt, idet sædvanlig den Side, der vender mod Bladgrunden, udvikler sig stærkest. Vedblivende komme nye Afsnit frem, mindre og mindre, tilsidst i saadanne Masser og af saa forskellige Ordener, at det er vanskeligt at finde Rækkefølgen. Intet er desuden saa variabelt hos Marktidsele som Bladene, og det er ogsaa navnlig paa disses forskellige Former og Beklædning, at de mange opstillede saakaldte Varieteter grunde sig. Den Linnéiske Diagnose: *Serrula arvensis foliis dentatis spinosis*, som gaar igen i de fleste botaniske Skrifter fra sidste Halvdel af forrige Aarhundrede, holder sig alene til Bladene, om hvilke den dog siger for lidt i dobbelt Henseende, idet Bladene i Virkeligheden ere langt mere end tandede; men det kom jo heller ikke an paa ved denne Artsdiagnose at adskille den fra andre Tidsler, som den slet ikke regnedes i Slægt med, men fra andre Arter af *Serrula* og særlig fra *S. tinctoria*. Horne-  
mann siger (1796), at Bladene ere «lancefformede, tandede, indskaarne, tornede», og tilføjer, at de ere

«siddende», og at «Rygnerven af Bladet er nedløbende paa Stængelen». Schumachers Beskrivelse (1801) er mere korrekt: «foliis lanceolatis, pinnatifido-dentatis, spinosis», og i tredje Udgave af Hornemanns Plantelære (1821) tilføjes det ret karakteristisk, at Bladenes Flige ere ulige store. Hos de fleste nyere Forfattere hedder det om Marktidsele: «foliis integris vel pinnatifidis». Imidlertid gaar det saa vidt med Variationen, at der findes alle Overgange fra det bugtet-tandede til det dobbelt halvfinnede eller endog fjersnitdelte Blad, snart med fremadrettede, snart vandret ndspærrede, snart tilbagekrummede Flige, hvorved de endog blive høvlfornede. Bladenes overvejende hyppigste Form er den bugtet-halvfinnede (*folia sinuato-pinnatifida*). Bladpladen er sjældnere flad, i hvilket Tilfælde den tillige gerne er tynd og lidt indskaaren; i Regelen er den mere eller mindre stærkt bølget, ja undertiden endog kruset i Randen. Bølgingen, der fremkommer ved, at Væksten bliver livligere ud mod Randen end inde ved Nerverne, viser sig at være i nøje Overensstemmelse med den Maade, hvorpaa Bladet er delt; de største Bølger komme nemlig altid til at ligge mellem Sideafsnittene af første Orden og naa almindelig helt ind til Bladets Hovednerve; mindre Bølger ligge mellem Sideafsnittene af anden Orden og naa ind til disse Afsnit



Fig. 13. Udviklingen af Bladets Sideafsnit.

Hovednervener osv.; naar der optræder Bølging mellem de mindste Sideafsnit, holder den sig helt ude i Randen, o: Randen bliver kruset. Ved Bølgingen af Bladet komme Bladfligernes Spidser til at ligge i forskelligt Plan, dette dog saaledes, at Spidserne af alle Sideafsnit af første Orden dels komme til at ligge væsentlig paa samme Højde allesammen, dels højere end alle Sideafsnit af anden Orden; disse ligge atter højere end de af tredje Orden osv. Ved Bølgingen opnaas, at en forholdsvis stor Bladoverflade kan samles paa et forholdsvis lille Rum; dette har Betydning, saavel naar Løvbladet er udfoldet, som naar det hviler i Knoptilstand. — I alle Forhold hos Marktidseleens Blade findes der saa mange gradvise Overgange mellem Yderlighederne, tildels paa samme Individ, at man forgæves vil bestræbe sig for at benytte Kendetegn herfra til at opstille nogenlunde typiske Varieteter. Man finder saaledes ikke sjældnen, især i levende Hegn, en Form med bølgede, halvfinnede Stængelblade og hele Grenblade.

Efterhaanden som et ungt Blad udvikler sig, blive alle Afsnits Spidser tornformede (Fig. 13 *D*), de sidst dannede, mindste Bladafsnit blive helt og holdent forvandlede til Torne<sup>1)</sup>. Tornene, der saaledes alene forekomme i Bladets Rand, ere altid længst og stærkest i Enden af Bladet og dets Flige, hvor de optræde som Fortsættelse af de stærkere Nerver. Iøvrigt ere Tornene af meget forskellig Størrelse og Styrke hos forskellige Bladformer; svagest ere Tornene stedse hos de mindst indskaarne Blade, endvidere hos de flade, tynde og slatte Blade hos Skyggeplanterne, medens de ere kraftigst hos de dybt indskaarne, kruset-bølgede, tykke og stive Blade hos de paa solbare Steder voksende Planter. Medens Tornene hos de førstnævnte Blade sjældnen overstige 2—3<sup>mm</sup>, saa opnaa de hos de sidstnævnte ofte en Længde af 7—8<sup>mm</sup>. Bladenes stikkende Egenskaber bero ikke alene paa disse gulagtige Tornes Størrelse og Styrke, men ogsaa paa deres Talrigbed, som gerne er i Tiltagende tilligemed deres Styrke, saa at der er overmaade stor Forskel paa at tage fat paa en flad- og slapbladet, smaatornet Marktidsel, og en bølget- og stivbladet, stærkt- og mangetornet Marktidsel. Naar Tornene ere meget lange og talrige, kunne de undertiden give hele Tidselen et gulagtigt Skær, nagtet Bladenes egen Farve sædvanlig er frisk grøn, naar man ikke tager Hensyn til Behaaringen. Undertiden fremhæves endog Bladenes grønne Farve i Beskrivelser, nærmest i Modsætning til andre Tidselarter; det hedder saaledes hos Grenier & Godron (*Flore de France* p. 226): «feuilles d'un vert-gai en dessus», og hos Langethal (*Die Gewächse des nördl. Deutschl.* p. 158): «seine Blätter sind grasgrün».

Med Hensyn til Bladenes Behaaring, da er den næsten lige saa variabel som Formen. Hyppigst ere Bladene paa Oversiden glatte, paa Undersiden spindelvævshaarede, men hos ældre Blade forsvinder denne lette Beklædning ofte aldeles, saa at de kunne blive

<sup>1)</sup> Efter E. R. (p. 88—90).

glatte paa begge Flader. Ikke sjælden findes en lignende, men mere spredt Behaaring paa Oversiden, der undertiden endog farves helt graa af denne Beklædning; endnu hyppigere bliver denne spindelvævsagtige Beklædning til en saa tæt Filt paa Undersiden, at Bladets grønne Farve skjules, og er Laget meget tæt, kan Undersiden endog blive snehvid. Sjældnere træffes en saadan tæt hvid Beklædning paa samtlige Blades Underside, og Individet ophøjes da ofte til Varietet; hyppig have alene de nedre Blade en saadan Filt, og navnlig findes tidt en tyk, næsten uldagtig Beklædning paa Undersiden af Bladene i de Bladrossetter, der om Efteraaret optræde i Græsmarkerne. Spindelvævshaarene ere ovenfor (p. 84) nærmere omtalte, og her skal kun bemærkes, at de større Celler i Haarene ved Udtørring falde sammen, hvorved Haarene blive krusede; naar de tillige sidde tæt sammen, bliver hele Behaaringen derved uldagtig. Behaaringen er i det hele taget mindst paa skyggefulde Steder og i fed Jordbund, stærkest paa solaabne Steder og i mager, haard, ubearbejdet Jord.

Et Forhold, hvorom Floristerne have været meget uenige, og som har foranlediget Opstillingen af flere, ganske sikkert uberettigede Varieteter, er Spørgsmaalet om, hvorvidt Bladene ere nedløbende eller ikke. Hertil maa siges, at alle Individet af Marktidsele, naar de komme til fuld Udvikling, baade faa Stængler med og uden nedløbende Blade. Kraftige Stængler, som skyde rask i Vejret med længere Stængelled, uden stor Bladrigdom, men stræbende efter at danne en rig Blomsterstand — altsaa Axer, hvor de rent ernærende Organer ere tilbagetrængte for Forplantningsorganerne — bære i Regelen Blade uden eller med meget svage Spor af nedløbende Rande paa Stængelen. Men naar saadanne Stængler hugges over, saa fejler det ikke, at der dels fra samme Rodstok, dels fra Roden, skyde nye Stængler frem, som i Løbet af samme Sommer ikke formaa at naa til Blomstring, og som kunne betragtes som rene Ernæringsskud — og saadanne vise sig stedse at have mere eller mindre nedløbende Blade. De nedløbende Rande ere i Regelen væbnede med de stærkeste Torne, og da de ofte naa langs hele Stængelledet, ned til det nederfor siddende Blad, saa bliver Stængelen herved ofte virkelig tornet-vinget. Paa Marskenge og Diger, hvor det første Sæt af Stængler sjælden faar Lejlighed til uhindret at udvikle sig fuldstændig, men afhugges, afbides eller nedtrampes, og efterhaanden erstattes af flere nye Skud, kan man ofte paa lange Strækninger forgæves søge efter et eneste Exemplar af Marktidsele, der svarer til den almindelige Beskrivelse, efter hvilken den skulde have ikke nedløbende Blade. Det samme er Tilfældet i Kornmarker, hvor der om Foraaret eller Forsommeren er «stukket Tidsler»; ogsaa her have alle Stængler nedløbende Blade, medens man paa en tilstødende Mark, hvor denne Operation ikke er foretagen, vil finde alle eller næsten alle Exemplarer uden nedløbende Blade. Den almindelige Maade at inddele Slægten *Cirsium* paa, nemlig i en Gruppe med nedløbende og en anden uden nedløbende Blade, til hvilken sidste Marktidsele henregnes, er derfor uheldig. Naar man



undersøger, hvad der herom siges af forskellige Forfattere, da viser det sig, hvor delte Meningerne ere; Hornemann omtaler slet ikke, at Bladene kunne være nedløbende; derimod angiver Schumacher (Enum. plant. Sæll. p. 234): «foliis inferioribus subdecurentibus». Drejer (Fl. excurs. Hafn. p. 260) henfører den kategorisk til Gruppen «Folia non decurrentia», uden iøvrigt at anføre noget om Bladene. I Decandolles Prodrômus (VI p. 643) hedder det: «foliis subsessilibus», hos Grenier og Godron (Flore de France, II p. 226): «feuilles sessiles», hos Babington (Manual 1847 p. 184): «leaves sessile or very slightly decurrent», og hos de tyske Forfattere Koch og Garcke hedder det blot: «Blätter etwas herablaufend». I Joh. Langes og C. Hartmanns floristiske Værker er det vel omtalt, at *Cirsium arvense* kan forekomme med halvt nedløbende Blade, men dette Forhold er anført som en Sjældenhed og benyttet til Opstilling af Varieteter. Imidlertid kan man finde Marktidslær med nedløbende Blade, ja endog med meget stærkt vingede Stængler paa de mest forskellige Lokaliteter; overensstemmende med de ovenfor angivne Forhold, hvorunder saadanne Planter særlig optræde, finder man dem i større Mængde i Eftersommeren end i Forsommeren. Paa Klægjord i Marskegne kan det ske, at den brede Vinge, som Bladene sende ned ad Stængelen, udvikler sig saa stærkt, at den kun kan faa Plads ved at danne en stærk Krumning ned ad Ledstykket. — Naar det hos *Sonder* (Flora Hamburg. p. 435) hedder, at de nedre Blade ere noget nedløbende, de øvre siddende, da er dette ukorrekt, idet Bladene netop ofte findes mere nedløbende paa den øvre Del af Stængelen end forneden. Kun naar de med nedløbende Blade forsynede Nyskud komme saa vidt i Udvikling, at de naa til Blomstring, blive Bladene paa den øvre Del af Stængelen mindre nedløbende.

Lavbladets første Udviklingsstadier danne en fuldstændig Gentagelse af Løvbladets, og sandsynligvis vil det kunne paavises, at Forskellen mellem de to nævnte Bladformer hos vor Plante alene er begrundet i de forskellige ydre Væxtbetingelser. Det udviklede Lavblads anatomiske Bygning,

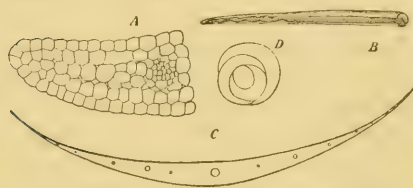


Fig. 14. A. Tværsnit af et Lavblad. B. Et Lavblad. C. Tværsnit af Grunddelen af et Lavblad. D. Tværsnit af et indrullet Lavblad, som omslutter yngre Blade.

af hvilken Fig. 14 A giver et Billede, er naturligvis forskellig fra Løvbladets ved Mangelen af Bladgrønt og Palisadevæv; desuden mangler Afsejring af Kalk i Overhudscellerne. Hvad der særlig udmærker Lavbladet, er den sekundære Udvikling af dets Grunddel (Fig. 14 B—D). Denne strækker sig overordentlig stærkt, saa at Bladpladen bliver rent forsvindende; den breder sig samtidig skedeformet til Siden og ruller sig sammen indad, tæt omsluttende de yngre Blade. Her viser sig da Lavbladets ene

Funktion: at dække; dets anden Funktion viser sig ved Betragtning af Bladets Top, der er forholdsvis spids, haard og stiv: denne Spids skal bores gennem Jorden, idet Stængelknoppen arbejder sig frem.

Et kraftigt Løvs kud, der ved Sommertid løsrives fra sin Moderrod<sup>1)</sup> og strax plantes i god, jævnt fugtig Muldjord paa et solbeskinnet Sted, lader vel i Begyndelsen Bladene hænge og synes i længere Tid at føre en kummerlig Tilværelse, men meget snart udsender Skuddets underjordiske Del Formeringsrødder, der næsten strax høje lodret nedad, søgende de dybere Jordlag. Skuddets overjordiske Del kommer til Kræfter igen og kan endog naa til Blomstring samme Sommer. Fra de først udsendte Formeringsrødder udsendes nye osv. Et saadant Løvs kud, der blev løsrevet fra sin Moderrod og plantet d. 18. Juni i frugtbar og fugtig Muldjord, havde ved Udgravningen i Oktober naaet en Udbredningsdiameter paa 5'; foruden det oprindelige Løvs kud bar Rodsystemet endnu 2 svagere Løvs kud, udviklede fra Formeringsrødder.

Ogsaa ganske svage Løvs kud saavel som Stiklinger ere i Stand til at vox e, naar de løsrives og derefter plantes under gunstige Vilkaar. Dog vil altid ved slige Forsøg en Del af Exemplarerne gaa til Grunde.

Løvs kud, der plantes i en Jord, der ikke er tilstrækkelig fugtig, gaa fuldstændig til Grunde, om de saa ere nok saa kraftige; det samme er Tilfældet, naar de plantes med hele Toppen under Jorden, selv om denne er fugtig; ligesaa naar de et Døgn eller mere før Plantningen have været udsatte for Sommervarmens tørrende Indflydelse; fremdeles naar de plantes med Toppen under Vand, samt naar de henplantes i stærk Skygge. — Løvs kud, der plantes med «hel Top», slaa absolut bedre an end saadanne, der afstudies for Plantningen.

Kraftige Stængelknopper, der løsrives fra Moderroden og plantes i god, jævnt fugtig Muldjord, ere i Stand til at vox e, naar de blot plantes med Spidsen over Jorden eller dog med Spidsen saa tæt under Jordoverfladen, at Stængelknoppens Spids kun ved en lille Forlængelse af Stængelaxen kan bringes frem for det fulde Dagslys, i hvilket Tilfælde Bladene strax blive grønne og begynde at assimilere. Den første Tid, efter at dette er sket, synes Stængelknoppens Liv saa at sige at «hænge i et Haar», idet den nemlig let kan kvæles selv af «svagt» Ukrudt.

Stængelknopper, der plantes med Spidsen liggende temmelig dybt i Jorden, kunne ikke udvikle sig. Det synes, som om Grænsen for, hvor dybt Knoppen taaler at ligge, omtrent er 2" under Jordoverfladen; muligvis, ja sandsynligvis, er det variabelt for Stængelknopper af forskellig Kraft.

<sup>1)</sup> Efter S. L. (p. 91 — 92).

Et almindeligt Udtryk for det enkelte løsrevne Skuds Sejglivethed kan omtrent gives saaledes: Et løsrevet Stængelskud (eller en Del af samme) er i Stand til at udvikle et System af Formeringsrødder (med nye Stængelskud), dog kun forsaavidt det befinder sig under saadanne Vilkaar, at det kan assimilere.

Her skal endnu kortelig gøres Rede for, hvilken Indflydelse det har paa Stængelskuddet, at dets Væxt delvis forstyrres ved ydre Vold, medens for øvrigt Rodsystemet samt Skuddets Forbindelse med dette forbliver urørt.

Hugges Toppen af et kraftigt, fodhøjt Løvs kud, faa Grenene umiddelbart under Saaret en kraftigere Udvikling, end de ellers vilde have faaet.

Afhugges hele den Del af Løvs kuddet, der rager op over Jordoverfladen, ville en til flere Knopper paa Skuddets underjordiske Del, Knopper, som muligvis ellers ikke vilde have udviklet sig, voxe ud til Grene, der mere eller mindre gentage Hovedskuddet. Ved ogsaa at afhugge disse Grene, kan man undertiden ligesom tvinge Skuddet til at udvikle alle sine underjordiske Knopper i nedstigende Orden. Det sidste kan ogsaa ske ved Angreb af *Puccinia suaveolens* (sml. p. 33).

Et Løvs kud, der er naaet nogenlunde langt frem i Udviklingen, og som saares i betydelig Grad, kan aldrig komme til sit gode Huld igen, men forbliver for Resten af sin Levetid temmelig svagt, ja ofte paafaldende svagt.

Det samme er Tilfældet, selv naar Løvs kuddet kun svækkes derved, at Løvbladene i Skuddets unge Alder afstuds, uden at selve Skuddets Væxtspids tager Skade. Et saadant Skud kommer aldrig rigtig til Kræfter igen. Dette har man rig Lejlighed til at se paa Græsmarker, hvor Løvbladene paa mangfoldige Skud afædes af Kreaturerne, uden at selve «Hjærtet» beskadiges; selv om saadanne Skud i den øvrige Del af Væxtperioden faa Lov til at leve i Fred, ville de dog hele deres Levetid forblive Dvæрге: lave, men meget stærkt buskede. Lignende Former antage Løvs kud, naar de — hvad let sker ved Kanten af Veje eller Stier — i den unge Alder nedtrampes af forbigaaende Mennesker eller Kreaturer.

### B. Skuddets Væxt under forskellige Vilkaar<sup>1)</sup>.

Ligesom Temperaturen sætter Grænser for Spiringen, saaledes ogsaa for Skuddets Væxt. I Midten og Slutningen af April komme de unge Stængelknopper i Virksomhed; de skyde frem over Jorden og grønnes. Væxtens Livlighed tiltager med Temperaturen og aftager atter henad Efteraaret, naar Temperaturen synker. Næppe noget Løvs kud, der bryder frem af Jorden efter d. 1. August, kan naa frem til Blomstring, medens derimod

<sup>1)</sup> Efter S. L.

ethvert kraftigt Løvs kud, der bryder frem i Tiden mellem April og Slutningen af Juli, vil kunne blomstre. Nogle faa Nætter med faa Graders Frost ere nok til at bringe samtlige Tidsels kud til at visne; ved denne Kuldkærlighed afviger *C. arvense* fra de fleste andre to- og fleraarige *Cirsium*-Arter; imidlertid ere ældre Løvs kud dog betydelig mere haardføre end Kimplanter (sml. p. 21), og i Tilfælde af en meget mild Vinter maa det antages, at Tidselen vil kunne vegetere det hele Aar igennem.

Da Temperaturen ikke blot vexler med Tiden, men ogsaa med Stedet, er det en Selvfølge, at Stedet, hvor et Tidsels kud voxer, ogsaa derigennem faar væsentlig Indflydelse paa Væxtens Livlighed.

Paa fuldstændig aabne, solvarme Steder vil et kraftigt Skud, der har begyndt Væxten i Slutningen af April, allerede kunne naa til Blomstring i Slutningen af Juni; ligesom Blomstringen paa saadanne solvarme Steder begynder tidlig, afsluttes den ogsaa tidlig: allerede i Begyndelsen af September er de blomstrende Kurves Tal meget ringe. — Paa fugtige Steder, navnlig saadanne, der en Tid af Aaret ere oversvømmede, er Forholdet noget anderledes, og det selv om Solens Straaler have nok saa megen fri Adgang. Enhver Landmand ved, hvorledes Foraarsæden paa saadanne Steder trykker sig ved at komme frem — simpelthen af Mangel paa Varme, idet Jorden her ved den livligere Fordampning afkøles stærkere, end hvor den er mere tør. Ogsaa paa Tidselen kan denne Virkning spores: endnu i Slutningen af Maj finder man gennemgaaende Skuddene kendelig længere tilbage i Udviklingen paa den fugtige Del af Marken end paa den mere højtliggende Del, og før noget hen i Juli Maaned vil man under saadanne Forhold i Regelen ikke finde blomstrende Kurve. Længere hen paa Sommeren vil Forskellen imidlertid blive vanskeliggere at opdage, og tilsidst vil den helt udjævnnes.

Paa mere eller mindre skyggefulde Steder foregaar Væxten betydelig langsommere end paa solaabne Steder. Rigtignok synes det modsatte at være Tilfældet, naar man betragter den umaadelige Længde, Stængelen paa saadanne Steder ofte opnaar; anderledes dog, naar man tager Hensyn til Antallet af Blade, Rigdommen paa Blomster osv.

I tæt Skygge (under Bøg, Eg, Hassel osv.) kan intet Skud blomstre; de indskrænke sig til kun at danne de Løvblade, der svare til »Rodbladene» paa et Skud, udviklet paa solvarmt Sted. At man under saadanne Forhold, hvor Tidselfroet absolut ikke vilde kunne spire, kan finde grønne, om end svage Skud, synes at tale for, at den Varme, der er nødvendig for Assimilationen, er ringere end den, der er nødvendig for Spiringen. — I svagere Skygge (Halvskygge), f. Ex. paa smaa aabne Græspletter i Skove, naar Skuddet vel frem til Blomstring, men altid sent (August Maaned).

Det er en Selvfølge, at dette Forhold for en Del skyldes Mangel paa Lys; men ligesaa sikkert er det, at det for en meget væsentlig Del har sin Grund i den dermed følgende Mangel paa Varme.

Et Løvblad, der har udviklet sig under mangelfuld Lysvirkning, viser, sammenlignet med et andet, der har været paavirket af kraftigt Lys, følgende Ejendommeligheder: a) Bladpladens Sidepartier blive svagere udviklede i Forholdet til Midtribben; b) denne sidste voxer kun svagt i Tykkelse og træder derfor mindre frem paa Bladets Underside; c) Midtribben (saavel som den hele Bladplade) forlænger sig kendelig, navnlig forneden, saaledes at Bladene efterhaanden blive tydelig stilkede; d) Bladpladens Tykkelse aftager overordentlig stærkt, navnlig kommer Bladets ellers saa karakteristiske Palisadevæv ikke til Udvikling; e) de ellers saa store Lufthuler i Bladvævet ned mod Undersiden mangle; f) Bladgrøntets Udvikling bliver mangelfuld; g) Behaaringen bliver svag; h) Bladene blive mere eller mindre flade, svagt tornede. Nogle af disse Karakterer træde frem allerede, naar Belysningen er svækket ganske lidt, saaledes navnlig den mangelfulde Bølging og Krusning, den svage Behaaring og Bladpladens ringe Tykkelse, medens enkelte af de andre Karakterer kun vise sig ved en meget lav Lysgrad, saaledes den mangelfulde Udvikling af Bladgrøntet; selv i betydelig Skygge kan Løvbladet endnu være farvet stærkt grønt. I Skov har man navnlig god Lejlighed til at iagttage disse Forhold, da det her ofte hænder, at et Exemplar voxer i Skovbrynet eller ved Udkanten af et Buskads, saaledes at nogle af dets Skud skyde op ude i det fulde Lys, andre i Buskadsets Mørke, atter andre paa Steder, hvor de beskygges svagere. Ogsaa i Sædemarker kan man gøre lignende Iagttagelser; her viser der sig ikke alene nogen Forskel mellem de Skud, der ere udviklede i Sæden, og dem, der ere udviklede udenfor, men der er ogsaa Forskelligheder mellem de i Sæden voxende Skud indbyrdes; de Skud nemlig, der brøde frem af Jorden ved Foraarstid og voxede op med Sæden, have udviklet sig under gunstigere Lysvilkaar end saadanne, der senere skode op, da Sæden var høj og kraftig; de «sildige» Skud blive mindre bølgede, krusede og tornede end «Foraarsskuddene».

Ligesom Bladene paavirkes ogsaa Stængelen i høj Grad i sin Væxt af Lyset: ved svagere Lys strækker den sig stærkere end ved rigeligere Lys. Saalænge et Skud endnu arbejder sig op gennem Jorden, forlænge Stængelstykkerne sig saaledes ret betydelig, idet de da kunne naa en Længde af et Par Tommer; men er Skuddet først naaet frem til Dagslyset, dannes korte Stængelstykker, saa at de nedre Løvblade næsten blive rosetformet samlede; her er ligesom et Knudepunkt. Ved at plante Rødstumper i forskellig Dybde, er man i Stand til vilkaarlig at lægge dette Knudepunkt højere eller lavere — saaledes som Naturen allerede gør det, idet Skud udvikle sig fra meget forskellig Dybde.

Hvis et Skud, efter at have naaet Jordoverfladen, møder Mørke eller svagt Lys, vil Knudepunktet mere eller mindre forsvinde, saaledes f. Ex. naar Skud bryde frem i Skyggen af Løvtræer, Buske eller højt Ukrudt.

Skud, der bryde frem ved Foraarstid i en Sædemark, rejse sig med Sæden. Den samlede Længde, et kraftigt Foraarsskud opnaar i Vintersæd, er 4—5', medens kraftige,



fuldstændig fritvoxende Skud højst naa en Længde af 2—3'. I Skove, i unge Gran- og Bøgeplantninger, kunne kraftigere Skud drives i Vejret til en Højde af 6—8'; i fuld Skygge af Bøg og andre tætlovede Træer kan Højden blive 4—5'.

Ogsaa paa Stængelens Tykkelsevæxt har Lyset megen Indflydelse — om end væsentlig indirekte. Der er en saa nøje Overensstemmelse mellem Tykkelsevæxten og Bladudviklingen, at det ligger nær at antage, at Tykkelsevæxtens Grad væsentlig bestemmes ved Bladudviklingen. Paa et Skud, der staar i Begreb med at hæve sin Spids op over Jordoverfladen, er Stængelen omtrent lige tyk overalt, idet Tykkelsen kun aftager ganske svagt nedefter. Hvis Skuddet nu ovenover Jordoverfladen møder Mørke eller svagt Lys, da blive de første Lovblade kun slet udviklede, og de tilhørende Stængelstykker voxer da ikke i Tykkelse; et saadant Skud vedbliver at være omtrent lige tykt overalt.

Naar Skuddet derimod møder fuldt Lys, udvikles de nedre Løvblade kraftig, og i dette Tilfælde sker der ogsaa ret betydelig Tykkelsevæxt i de tilsvarende Dele af Stængelen; ogsaa den Del af den underjordiske Stængel, der ligger umiddelbart under Bladrosetten, voxer livlig i Tykkelse, saa at Skuddets underjordiske Parti næsten kan blive kegleformet tilspidset og i høj Grad komme til at ligne en Pælerod.

Tidselskud, der voxer op i »stærk« Sød, lægge sig, naar Sæden »gaar i Leje«; dette sker ikke just, fordi Sæden vælter Skuddene, men fordi disse, der have udviklet sig i Skygge og som Følge deraf kun have opnaaet ringe Stivhed, ikke have Kraft til at staa opret, naar Sæden ikke længer støtter dem mod Vinden.

Paa ethvert Skud anlægges Knop i Hjørnet af hvert vegetativt Blad; men om disse Knopper skulle blive til Grene, beror paa Væxtvilkaarene, og da for en stor Del paa Lysvilkaarene.

Kraftige Skud, der udvikle sig frit ved det fulde Dagslys, grene sig meget betydelig lige fra Grund til Top; Skuddet bliver snart pyramideformet, tæt busket, slæbende de nederste Grene mod Jorden; saaledes faar Skuddet en lignende Form som et lille, fritvoxende Grantræ. Efterhaanden som Skuddet nu voxer til, komme de øvre Grene stedse mere forud i Udviklingen, de forlænge sig og blive blomstrende; tilsidst dannes Skuddet af en mere eller mindre vidt udbredt, blomstrende Krone, der bæres af et meget bredt, ligesom kompakt Grundstykke, bestaaende af en talrig Mængde korte, tæt sammentrængte og stærkt bladbærende Løvskeud. Det er forbavsende at se, hvilket umaadelig stort Antal Blade, der kan være sammentrængt paa et forholdsvis lille Rum. Et saadant Skuds Assimilationsevne maa nødvendigvis være uhyre stor. Man kan skaffe sig et omtrentligt Maal for denne Evne ved at maale Bladoverfladerne, et Maal, der dog kun har Betydning ved at sammenstilles med Maalet af Bladoverfladerne hos Skud, udviklede under andre Lysvilkaar. Vanskeligheden ved Maalingen ligger væsentlig deri, at de forskellige Løvblade

paa samme Skud ere af meget forskellig Størrelse; efterfølgende Angivelser give sig imidlertid ikke ud for andet end Antydninger. Som Middeltal for Bladets Fladeindhold kan  $4 \square''$  vistnok gælde som nogenlunde korrekt (2 for Oversiden og 2 for Undersiden), da vel mange Blade have en langt større Overflade, men det overvejende Antal er noget mindre end  $4 \square''$ . Det maa endnu bemærkes, at alle de Blade ere udeladte af Beregningen, der vare kortere end  $1''$ . 3 fritstaaende Skud, udviklede en Sommer igennem under saa heldige Livsvilkaar som muligt, viste følgende Maal:

Hovedaxens Højde:	Grenenes Antal:	Bladenes Antal:	Samlet Bladoverflade:
24''	34	957	$26\frac{7}{12} \square'$
18''	27	645	$17\frac{11}{12} —$
12''	26	358	$9\frac{17}{18} —$

Hvad Skuddets Blomsterrigdom angaar, da synes det i Almindelighed, som om det under de foreliggende Forhold er det mere om at gøre at udvikle en stor Masse Løvskud end just at udvikle mange Blomster.

I Foraarssæd er Skuddets Forgrening, Blad- og Blomsterrigdom betydelig; dog er det kun Skud, der staa ved Udkanten af Ageren, der kunne maale sig med fritstaaende Skud i de nævnte Henseender; inde i Sæden, navnlig naar denne er stærk, især paa fugtig Grund, er Tidselskuddet mindre busket, mindre rigt paa Blade, mere aabent i Væksten.

I Foraarssæden faar Tidselskuddet udviklet sine Rodblade ret vel; i Vintersæden derimod, der rejser sig baade tidligere og stærkere end Vaarsæden, blive Rodbladene slet udviklede, hvilket har til Følge, at Skuddet strax ved Vækstperiodens Begyndelse sættes endel tilbage i Væksten. Skuddene i Vintersæden ere da i det hele noget forløbne, svagt forgrenede, uden synderlig stor Blad- og Blomsterrigdom; en almindelig Form for det i Vintersæden udviklede Skud er den kostformede, idet en Hob korte, bladbærende, ofte blomsterløse Grene findes samlede i Spidsen af et langt, ranglet Skaft. Det maa dog her udtrykkelig bemærkes, at den forholdsvis svage Udvikling, Tidselskuddene opnaa i Vintersæd, kun for en Del skyldes dennes skyggende Indflydelse; Agerdyrkningen har nemlig haft betydelig Indflydelse i denne Henseende. — Lavere Buske eller kraftige Ukrudtsplanter udøve sædvanlig en lignende Virkning paa de mellem dem voxende Tidselskud som Vintersæden. Til Bedømmelsen af, hvor stor en Assimilationsevne saadanne kostformede Skud besidde (i Sammenligning med fritstaaende Skud) kunne følgende omtrentlige Maal, tilvejebragte paa den ovenfor beskrevne Maade, give en Antydning:

Hovedaxens Højde:	Bladenes Antal:	Samlet Bladoverflade:
48"	220	$6\frac{1}{9} \square'$
48"	120	$3\frac{1}{3} —$
48"	100	$2\frac{7}{9} —$
42"	70	ca. 2 —

Man maa dog undre sig over, at en saadan Bladdusk, der svajer paa Enden af et ranglet Skaft, kan besidde en saadan Bladoverflade; man ser, hvorledes Tidselen forstaar at hjælpe sig, naar det kniber, ogsaa under ugunstige Lysvilkaar!

Tidselskud, der udvikles i en tæt Tidselgruppes Midte, opnaa ingen syn-derlig stor Blad- eller Blomsterrigdom; Grenene udvikle sig ganske vist saa at sige alle, men de blive forholdsvis smaa og svage, og kun de øvre af dem blomstre.

Skud, der udvikles i Mørke eller ved ringe Lysgrad, f. Ex. i Skygge af tæt-løvede Buske og Træer, grene sig slet ikke og naa heller aldrig til Blomstring. Selv forudsat at saadanne Skuds Blade assimilerede lige saa godt som Bladene paa Skud, udviklede ved fuldt Dagslys, hvad dog ikke er Tilfældet, vilde deres Assimilationsevne være overordentlig ringe. Maalinger, der anstilledes paa nogle forholdsvis kraftige Skud, udviklede under de nævnte ugunstige Lysvilkaar, gave følgende Resultat:

Hovedaxens Højde:	Grenenes Antal:	Bladenes Antal:	Samlet Bladoverflade:
54"	0	24	$\frac{2}{3} \square'$
48"	0	17	ca. $\frac{1}{2} —$
42"	0	11	ca. $\frac{1}{3} —$

Det er muligt, at det samlede Maal for Bladoverfladen maa sættes en Smule højere, da Bladene her alle høre Hovedaxen til og derfor alle ere ret anselige (paa den anden Side rigtignok mere flade); men i alt Fald vil et saadant Skuds Assimilationsevne være over-ordentlig ringe i Sammenligning med de fritvoxende, solbeskinnede Skuds.

Endnu skal kortelig omtales et Fænomen, som muligvis snarere bør henføres til Varme- end til Lysfænomenerne, nemlig den tidligere berørte Aflejring af Kalk i Bladets Overhudsceller (sml. p. 86). Mængden af den Kalk, der aflejres, staar i nøje Forhold til den Grad af Beskygning, der bliver Bladet til Del. Naar Skud, der voxer paa solbeskinnede Steder, have saa cjendommelig stive og struttende (og i Forbindelse dermed i Regelen krusede) Blade, er det den rigelige Kalkaflejring, der herved giver sig til Kende. I meget stærk Skygge (under Bøg, Hassel osv.) udebliver derimod Kalkaflejringen fuld-stændig; Blade fra saadanne Steder ere derfor særdeles bløde og slatne, en Egenskab, som de endog beholde i Alkohol, hvor Tidselbladene ellers blive saa stive, at de ved Berøring springe som Glas.

### C. Det blomstrende Skud<sup>1)</sup>.

Ved Omtalen af Marktidseleens Forplantningsforhold bør allerførst fremhæves den Ejendommelighed, at den er en tvebo Plante. Ved en Undersøgelse af et hvilket som helst Exemplar vil man aldrig kunne være i mindste Tvivl om, hvorvidt man har en Han- eller en Hunplante for sig, og man vil aldrig kunne træffe paa et eneste tvekønnet Exemplar, ja ikke en eneste tvekønnet Blomst. Dette Forhold, ifølge hvilket Marktidseleens egentlig skulde henføres til Linnés 22de Klasse, omtales slet ikke hos ældre Forfattere. Det er ganske vist ret vanskeligt at adskille Han- og Hunplanter fra hinanden, førend de ere i Blomstring, eller i alt Fald indtil kort før Udspringningen, men i Blomstringstiden er det let nok selv paa Afstand at skelne dem fra hinanden, og efter Ablomstringen sker det endnu lettere ved Hjælp af den lange Fnokdusk, der kun kommer til Udvikling hos Hunplanterne. Kønnsforskellen samt den betydelige Variation hos Han- og Hunplanter vil nærmere blive behandlet i det følgende.

Vi ville nu betragte Bygningen og Udviklingen af de blomstrende Skud og deres enkelte Dele.

Medens de Stængler, der ikke ere bestemte til Blomstring, ikke forgrene sig, forholder det sig anderledes med de sædvanlig større og kraftigere Stængler, som naa til Blomstring. Naar Stængelen omtrent har naaet sin halve Højde, begynde Knopperne at udvikle sig, først i de øvre Bladhjørner og derpaa efterhaanden i aftagende Grad nedefter, dog saaledes, at den nederste halve Snæs tidlig henvisnende Blade forblive uden Grene, eller saadanne udvikles først langt hen paa Efteraaret, naar den øvrige Del af Stængelen er visnet eller afhugget. De fleste af de om Sommeren udviklede Grene blive kurv bærende, men langt fra alle blomster bærende. Den Orden, hvori de enkelte Kurve i den hele sammensatte Blomsterstand følge efter hverandre i Udviklingen, er afgjort midtpunkt flyende. Den første lille grønne, kugleformede Kurvknop, der viser sig, er Endekurven, der afslutter Stængelens Væxt, ligesom denne da ogsaa, hvis den ikke beskadiges, uden Undtagelse er den først blomstrende. Derpaa følge meget hurtigt efter hverandre de endestillede Grenkurve af første Orden ovenfra nedad, men forinden hele Rækken af disse Sidekurve af første Orden kommer til Blomstring, begynde allerede de øverste Sidekurve af anden Orden at blomstre, sædvanlig samtidig med at Stængelens Endekurv og de øverste Sidekurve af første Orden ere afløst og begynde at fremvise deres graalige Fnokdusk. Efterat endel Kurve af anden Orden ere udsprungne, kommer Turen til Sidekurvene af tredje Orden, og endelig optræder der hos kraftige Planter endnu Sidekurve af fjerde Orden.

<sup>1)</sup> Væsentlig efter E. R. med Undtagelse af de anatomiske og udviklingshistoriske Oplysninger, der skyldes S. L.

Hvormange af disse Kurve der kommer til Udvikling, er højest forskelligt; det kommer ikke alene an paa Plantens Højde og kraftige Væxt, men ogsaa paa, hvor frit Planten staar. Ved tætsluttet Væxt af talrige Tidselstængler, eller hvor Tidslerne skyde op mellem Buske, komme kun de øverste Grene til Blomstring, medens de mere fritstaaende Planter kunne frembringe blomsterbærende Grene til nedenfor Stængelens Midte. Nogle enkelte Exempler ville bedst oplyse Forholdet mellem Fordelingen af Kurvene paa de forskellige Grene, samt deres Antal.

Et ubeskadiget Exemplar (Hunplante), som voxede ved Randen af en Græsmark, og som d. 23. Juli fandtes i »fuld Blomstring», hvilket for Marktidslens Vedkommende dog aldrig kan have den Betydning, at alle Kurvene samtidig ere udviklede, bar ialt 257 Kurve; af disse vare Endekurven og de øverste Sidekurve af første Orden afblomstrede, Resten af Sidekurvene af første Orden samt endel af anden Orden vare i Blomst, og desuden fandtes Kurve af tredje Orden, der vare meget langt tilbage, af et Peberkorns eller tildels af et Sennepskorns Størrelse.

Endel hverandre meget lignende Exemplarer, Hunplanter med mørkerøde Stængler, som voxede langs et Gærde ved en Landevej, viste sig d. 19. Juli at have gennemsnitlig 115 Kurve hver. Et Exemplar, der ved første Øjekast udmærkede sig ved sin Blomstringdom, bar ialt 340 Kurve.

D. 24. Juli undersøgtes en kraftig udviklet Hunplante af  $4\frac{1}{2}'$  Højde og med næsten vandret udstaaende Grene; den voxede blandt en Mængde ganske lignende i en Havremark i Sydlyn. Foruden den afblomstrede Endekurv havde den 25 afblomstrede Sidekurve af første Orden samt 5 endnu lavere siddende, som vare henvisnede uden at komme til Blomstring, medens de lavest siddende Grene ikke viste Spor til at faa Endekurve, endsige til Sidekurve. Af de 210 Sidekurve af anden Orden vare de 30 afblomstrede, 40 vare i Blomst, Resten vare endnu ikke udsprungne, og endel af disse Kurvknopper vare allerede visnede af Mangel paa Plads og Næring, thi ogsaa her, paa samme Plantestængel, finder en Kamp for Tilværelsen Sted mellem de enkelte Knopper. Af tredje Orden fandtes 424 Kurve, af hvilke ingen vare afblomstrede, kun 2 af de øverste vare i Blomst, men de fleste af dem vare saa smaa, at de sandsynligvis slet ikke vilde være komne til Udvikling, selv om Planten havde faaet Lov at staa længe nok; en stor Del af dem vare allerede hentørrede i Knoptilstanden, og kun paa de mellemste og kraftigste Grene fandtes saa opsvulmede Knopper, at der var Udsigt til, at de kunde komme til Udvikling. Endelig fandtes 25 Kurve af fjerde Orden, som dog alle vare saa ubetydelige, at næppe en eneste af dem vilde være kommen til Udvikling. Antallet var saaledes: 1 Endekurv, 30 Sidekurve af første Orden, 210 af anden, 424 af tredje og 25 af fjerde Orden, altsaa ialt 690 Kurve, hvilket vel saa noget nær er det højeste Antal, man vil træffe hos nogen Marktidsl. Hele den overjordiske Stængel bestod af 52 Stængelled, af hvilke de 42 bare Grene i Bladhjørnerne,



medens de 10 nederste Stængelleds nu henvisnede Blade dels ingen Grene støttede, dels (de øverste af dem) støttede ganske korte, ligeledes henvisnede Grene. Af de 42 Grene bare de 12 nederste ingen Kurve, medens de 30 øverste vare kurv bærende. De 2 øverste Grene vare kun et Par Linier lange og bare kun 1 Kurv hver; de derpaa følgende 28 kurv bærende Grene tiltog og aftog i Længde paa følgende Maade:  $1\frac{1}{2}''$ ,  $2''$ ,  $3''$ ,  $4''$ ,  $4''$ ,  $5''$ ,  $5\frac{1}{2}''$ ,  $6''$ ,  $7\frac{1}{2}''$ ,  $8''$ ,  $8\frac{1}{2}''$ ,  $8\frac{1}{2}''$ ,  $9''$ ,  $12''$ ,  $13''$ ,  $13''$ ,  $14''$ ,  $15''$ ,  $15''$ ,  $16''$ ,  $16''$ ,  $18''$ ,  $18''$ ,  $16''$ ,  $15''$ ,  $15''$ ,  $14''$ ,  $13''$ , medens de derefter følgende 12 blomsterløse Grene aftog fra  $10''$  til  $6''$  i Længde. De kraftigste og længste Grene udgik saaledes fra de midterste Stængelled og tæt over samme.

Hos en kraftig udviklet Hanplante af  $3\frac{1}{2}'$  Højde, tagen samme Dag og i samme Havremark som den nys beskrevne Hunplante, fandtes 1 afblomstret Endekurv, 19 afblomstrede Sidekurve af første Orden, 60 af anden, deraf de 20 afblomstrede, de øvrige i Blomst eller nær ved at springe ud, og 50 Kurve af tredje Orden, som alle vare i Knop, og af hvilke adskillige saa ud til, at de ikke vilde naa at komme til Udvikling. Ialt fandtes saaledes 130 Kurve. — Dette Antal kan dog ogsaa hos Hanplanter blive betydelig større; et ganske usædvanlig stort Exemplar viste sig saaledes at have 270 Kurve, men næppe nogen Hanplante danner Kurve af over tredje Orden.

Blomsterkurvene ere stedse oprette og sidde paa korte, temmelig tynde Grene, som ere noget hvidfildede selv hos saadanne Planter, hvis Stængel ellers er glat. Tilbøjeligheden til at holde sig opret er saa stor hos Kurvene, at naar en Gren med blomstrende Kurve bøjes eller knækkes, saaledes at Kurvene komme til at hænge nedad, saa krumme Smaagrenene sig i Løbet af et Par Dage saa stærkt, at Kurvene atter blive oprette. De øverste Sidekurve af de forskellige Ordener ere siddende og blive derved nøgleformet sammenhobede; at benævne Blomsterstanden en Halvskærm, som det saa ofte er sket, er ganske urigtigt, idet den ubetinget er centrifugal. Blomsterstanden er hos Hanplanten mere halvskærmformet, hos Hunplanten mere toplignende eller risformet, hidrørende fra, at Kurvene hos Hanplanterne ere færre og tættere samlede henimod Enden af Grenene. Hanplanterne begynde altid at blomstre senere end Hunplanterne, hvilket ogsaa stemmer med, at de øvrige Compositer, ifølge Hildebrandt, ere protandriske Dichogamer, hvis først udsprungne Blomsters Støvdragere ere tilbøjelige til at blive gølge. Kurvene ere hos Hanplanterne i Begyndelsen pomeransformede, senere tykt ægformede, stedse bredere i Forhold til Længden end hos Hunplanterne, hvis Kurve i Begyndelsen ere ægformede, senere mere forlængede og tilsidst ofte næsten valseformede. De større, mere krummede og overhængende Blomster hos ♂ gore disses blomstrende Kurve endel bredere end hos ♀ og derved selv paa Afstand let kendelige fra disse. Kurvenes Størrelse varierer i Blomstringstiden i Længde mellem  $\frac{2}{3}''$  og  $\frac{3}{4}''$ . Hunplanternes Kurve opnaa efter Afblomstringen, Fnokken iberegnet, en Længde af  $1\frac{1}{4}$ — $1\frac{1}{2}''$ , medens de hos Hanplanten forblive uforandrede. Selve Blomster-

samlingens Tykkelse er betydelig større hos ♂ end hos ♀, idet den hos de første i Gennemsnit er  $\frac{2}{3}$ — $\frac{3}{4}$ “, hos de sidste  $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{2}$ “.

Ved den Tid, Kurvdækbladene skulle anlægges, voxer Stængelens Væxtspids meget betydelig i Omfang, og idet det enkelte Kurvdækblad anlægges, indtager det en langt mindre Plads end Løvbladet, saa at et meget betydeligt Antal Blade kan samles paa et lille Rum. Saavel hvad Væxtspidsens som hvad Bladets Forhold angaar, sker der en Overgang fra Løvbladet til Kurvdækbladet. Løvbladene anlægges efter Bladstillingsforholdet  $\frac{3}{8}$ , dette forandres ved Kurvdækbladenes Dannelse først til  $\frac{5}{13}$ , derpaa  $\frac{8}{21}$ . Det enkelte Kurvdækblad bøjer sig strax forover, saa at de unge Blomster, naar de komme frem paa Blomsterlejet, ere dækkede af de foroverbøjede Kurvblade. Samtidig med, at Blomsteranlæggene i Kurven højne sig, strække de indre Kurvdækblades Basaldele sig, og jo højere et Blad er stillet paa Axen, desto længere vedvarer dets Basalvæxt, saa at de inderste paa denne Maade naa en uhyre Længde. De ydre Kurvblade ere ægformede og ende med en udstaaende Braad af ca. 1<sup>mm</sup> Længde, som kun sjældn er saa stærk, at den kan kaldes stikkende. De lange, smalle Endepartier af de indre Dækblade ere hindeagtige, tandede (Fig. 15 A); de ligge tæt hen over Blomsterne, indtil Basalvæksten er standset, hvorefter de løftes og bøjes tilbage af de Kurvdele, der fortsætte Længdevæksten; for øvrigt ere de enkelte Dækblade forsynede med Randfrynser, der udvikles i nedstigende Rækkefølge.

Ejendommeligt for Kurvdækbladets anatomiske Bygning er det, at der i hvert Blads Rygside uddannes et meget kraftigt Væv af Celler, der ligne Bastceller (Fig. 15 B); disses Vægge ere i yngre Tilstand meget udvidelige, og det er dette Væv, det skyldes, at Kurvdækket med stor Spændkraft slutter sammen om Blomsterne, saalænge det er friskt; det skyldes ligeledes dette Væv, at Kurvdækket siden, naar Frugterne ere modne, aabner sig noget — tørt og vissent som det er. De yderste Kurvdækblade besidde et helt System af Karbundter, de inderste have kun ét mediant, der taber sig mod Bladspidsen.

Idet Blomsterne begynde at anlægges, er Stængelens meget kraftige Væxtspids endnu temmelig stærkt hvælvet; men efterhaanden som Blomsterne dannes, bliver den mere flad, uden dog nogensinde at blive helt flad. Blomsterne anlægges, uden at det kommer til Dannelse af Støtteblade, efter Stillingsforholdet  $\frac{21}{55}$  (sml. Fig. 16); det er imidlertid sandsynligt, at der sker en Overgang til denne høje Divergens, ligesom vi have set Kurvdækbladenes Stillingsforhold hæve sig fra  $\frac{3}{8}$  til  $\frac{8}{21}$ . Det unge Blomsteranlæg, der op-

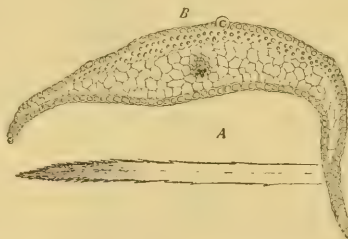


Fig. 15. A. Et af de indre Kurvdækblade.  
B. Tværnsnit af et Kurvdækblad.

rindelig er kort cylindrisk, foroven hvælvet, bliver snart i Spidsen skaalformet hult; paa Randen af den saaledes dannede Skaal anlægges de 5 Kronblade, af hvilke 1 er stillet

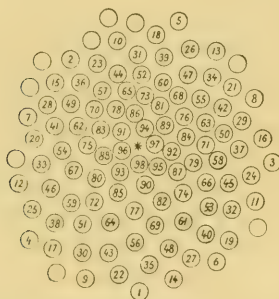


Fig. 16. Schematisk Fremstilling af Blomsternes Stillingsforhold i Kurven.

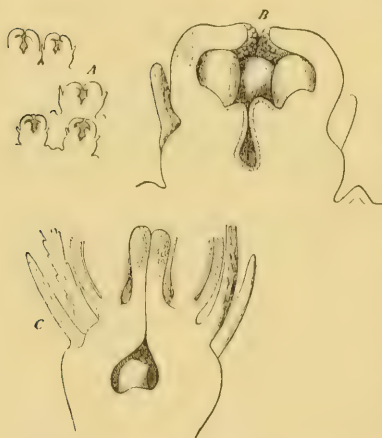


Fig. 17. Stadier i Blomstens Udvikling.

Lige saa tydeligt det er, at den sammensatte Blomsterstand har en midtpunkt-flyende Udvikling, lige saa let ses det, at hver enkelt Blomsterkurv har en midtpunkt-

fortil og 2 til hver Side, og som voxe livlig ud for derpaa at bøje sig sammen. Forinden Kronbladene have lukket sig helt sammen, ere 5 Støvdragere blevne anlagte afvæxlende med dem; endvidere vil man allerede paa denne Tid skimte det første Anlæg til et Bæger; dette bestaar af omtrent 70 særskilte Dele, ordnede i Kranse, der anlægges paa en svagt fremtrædende Valk, i nedstigende Orden. Meget snart efter, at Støvdragerne ere anlagte, og efter at Bægerets Udvikling er begyndt, anlægges 2 Frugtblade, det ene fortil, det andet bagtil, som snart voxe sammen og danne Frugtknuden, fra hvis Grund Ægget skyder sig frem; dernæst dannes Griffelen, ved hvis Grund et Nektarium (Discus) hæver sig som en i Begyndelsen kredsformet Svulst (Fig. 17).

Først naar Blomsterne ere naaede vidt frem i Udvikling, opstaa Avnerne paa Blomsterlejet; disse haarformede, knippe-stillede Dannelser, der efter Afblostringen blive siddende, og som naa samme Længde som de inderste af Kurvdækbladene, ligne i Bygning overmaade meget Fnokken, men de ere ugrenede,  $\sigma$ : uden Sidestraaler, af omtrent 15—20<sup>mm</sup> Længde og blive tilsidst af Farve smudsig rødbrune. Der findes lige saa lidt Karbundter i disse som i Fnokstraalerne, og de ere sandsynligvis at anse for accessoriske Organer paa de Blomsterne støttende Dækblade, der her ere blevne fuldstændig reducerede.

søgende Udvikling. Udfoldningen af Blomsterne i samme Kurv foregaar meget hurtig, saa at de i varmt Vejr springe ud i Lobet af samme Dag, medens der derimod samtidig kan findes Kurve paa alle mulige Udviklingstrin paa samme Stængel. Strax efter Udspringningen og navnlig i varm og fugtig Luft dufte Blomsterne meget stærkt, hvorved maaske de til Bestovningen nødvendige Insekter tillokkes; men denne Duft er aldeles forskellig hos Han- og Hunblomster; hos de første er Duften stærkest, behagelig vanilleagtig, nærmest lignende Duften af Blomsterne hos *Scorzonera Hispanica*, medens Hunblomsternes Duft er mere sødlig og i høj Grad minder om den bekendte stærke Lugt, der udbredes af Spermogonierne hos *Puccinia suaveolens* («Vellugtende Rust»), der udelukkende har hjemme paa Marktidslens grønne Dele.

Hanblomsterne synes ikke at variere meget, hverken i Farve, Form, Størrelse eller Antal i hver Kurv. De have sædvanlig en stærkere rødlig Tone end Hunblomsterne, der ere mere lila. Hos normalt udviklede ♂-Planter er Antallet af Blomster i hver Kurv sædvanlig lidt over 100; som Middeltal kan sættes 110, hvilket Tal er fundet som Resultat af en Mængde Optællinger. Den ovenfor omtalte Hanplante med 130 Kurve fik kun de 110 fuldt udviklede til Blomstring, hvilket altsaa gav et Antal af  $110^2 = 12100$  Blomster paa samme Stængel; dog kan man næppe, selv hos kraftig udviklede Exemplarer, regne som Middeltal over 10000 Blomster. Hanblomsterne ere endel større end Hunblomsterne, idet Blomstens samlede Længde, fra Grunden af Frugtknuden til Spidsen af Arret, lige før Udspringningen er  $15^{\text{mm}}$  og efter samme  $21^{\text{mm}}$ , medens de tilsvarende Maal for Hunblomsten ere henholdsvis 11 og  $18^{\text{mm}}$ .

Hunblomsterne variere meget mere end Hanblomsterne i Størrelse og i det Antal, hvori de findes i Kurvene, selv paa samme Stængel. En Undersøgelse af det ovenfor omtalte Exemplar med 340 Kurve gav følgende Resultat med Hensyn til Antallet af Blomster. Medens Endekurven havde 275, havde Sidekurvene af første Orden hver 170, af anden Orden 150 og af tredje Orden 100 (Kurvene af fjerde Orden vare kun smaa Knopper); af de 340 Kurve kom kun følgende til fuld Udvikling: 1 Endekurv med 275 Blomster, 20 Sidekurve af første Orden med 3400, 80 af anden med 12000 og 40 af tredje Orden med 4000 Blomster, hvilket altsaa giver 19675 Blomster paa en eneste Stængel, der rigtignok var usædvanlig rigt blomstrende, men dog ikke af de allerrigeste, idet man kan finde Stængler af Marktidslær med over dobbelt saa mange Blomsterkurve. Ved Sammenligning mellem lige store og lige kraftige Hun- og Hanplanter viser det sig i Almindelighed, at de første vel have langt flere Kurve eller Kurvknopper end de sidste, men da et langt større Antal af deres Kurve slaar fejl, bliver Antallet af blomstrende Kurve snarere ringere end hos Hanplanterne. Ifølge talrige Optællinger paa de i Vaarsæd optrædende Tidslær kan som Middeltal hos Hunplanterne sættes 80 helt til Blomstring udviklede Kurve,

hver med i Gennemsnit 120 Blomster, hvilket giver et Middeltal af 10000 Blomster — ligesom hos Hanplanten.

Kronen har hos *Cirsium* som hos de kurvblomstrede overhovedet antaget den Funktion, der hos de fleste andre tokimbladede Planter er overdraget Bægeret: at dække over de ædlere Blomsterdele under deres Udvikling i Knoppen; det er da ret naturligt, at Kronen anlægges først af alle Blomstens Bladkredse, fremdeles at Kronbladene strax bøje Spidserne tæt sammen. Alle 5 Kronblade udvikle saavel i Spidsen som langs Randene Torne, der gribe ind mellem hverandre paa samme Maade omtrent som Tornene paa Karter; herved bidrages yderligere til, at Kronbladene holdes tæt sammen, saalænge Blomsten er i Knop. Det fælles Axeparti, der bærer Krone og Støvdragere, hæver sig lidt efter lidt, saa at det bliver rørformet; dette Parti, der danner den langt overvejende Del af den udviklede Blomsts Kronrør, kan benævnes «uægte Kronrør». De 5 Kronblades fælles Grunddel hæver sig derimod meget lidt og danner et ganske kort, men temmelig vidt «ægte Kronrør».

Det uægte Kronrør indeholder 10 Karbundter, stillede 2 og 2 overfor hinanden; de 5 inderste løbe til Støvdragerne, kun de 5 yderste til Kronbladene. En anatomisk Ejenommelighed ved det uægte Kronrør er dets store luftfyldte Huler; disse ere ikke Inter-cellularrum, men oppustede Celler; de ere afdelte i Rum ved Tværvægge (Fig. 18 *A* og *B*). — De 5 Karbundter, der løbe til Kronbladene, ere i Kronrøret beliggende commissuralt; men nær ved Indskæringen mellem Kronbladene deler hvert Karbundt sig i to, hvoraf det ene løber op i Kronbladet tilhøjre, det andet op i det tilvenstre. Hvert Kronblad indeholder da 2 Karbundter, løbende langs med de 2 Siderande og tabende sig opefter.

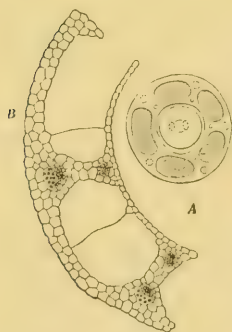


Fig. 18. Tværsnit af det «uægte Kronrør», *A* svagere, *B* stærkere forstørret.

Førend Udspringningen er Blomsten aldeles lige, men under denne krummer Kronrøret sig meget stærkt, særlig hos Hanblomsten, hvor den øvre og den nedre Del omtrent komme til at danne en ret Vinkel med hinanden, medens hos Hunblomsten Vinkelen bliver stump (ca. 145°). Krumningen er rettet udad fra Kurvens Midte, hvorved Blomsterne komme til at hænge ud over Kurvdækkets Rand, og ofte ere de i ♂-Kurve saa stærkt krummede, at Kurvdækket ganske skjules af Blomsterne.

Den dybt spaltede Krave er i Forhold til Kronrørets Længde større hos Hanblomster (Fig. 19 *A—D*) end hos Hunblomster (Fig. 19 *E* og *F*), i Regelen ogsaa absolut større, da de første som for omtalt hyppigst overgaa de sidste i Længde. Kraven bliver hos Hanblomsten 5—7<sup>mm</sup> lang og udgør før Udspringningen Halvdelen, efter samme lidt



over  $\frac{1}{3}$  af hele Kronens Længde; hos Hunblomsten bliver Længden kun 3—5<sup>mm</sup>, hvilket svarer til ca.  $\frac{1}{4}$  af hele Kronens Længde. — Hvad Forholdet mellem Kronfligene og det ægte Kronrør angaar, ere Indskæringerne dybest paa den Side af Blomsten, der vender udad, hvilket dog navnlig er kendeligt paa de Blomster, der staa alleryderst i Kurven.

Støvdragerne anlægges, som ovenfor omtalt, paa et meget tidligt Stadium af Blomstens Udvikling, 5 i Tallet, afvekslende med Kronblad-anlæggene. Det oprindelige Støvdrageranlæg er kort, knudeformet, afrundet, men bliver snart ægformet, og samtidig med at Kronen voxer i Længde, voxer ogsaa det ud og begynder nu at vise en Indsnøring ved Grunden. Det øvre, bredere, først dannede Parti af Støvdrageren bliver til Støvknapp, det nedre, smallere, senere anlagte Parti til Støvtraad. Støvknappen viser meget tidlig en Længdefure paa den indad vendende Side, en Fure, der gør Adskillelse mellem Støvknappens 2 Halvdele; i hver af disse anlægges 2 Støvrum. Støvknappen danner foroven og forneden et godt Vedhæng; det nedre bestaar af to Par Frynser. De 5 inderste Karbunder, der gennemløbe det uægte Kronrør, gaa op til Støvdragerne, ét til hver; Karbundet gennemløber Støvtraaden og Knappens Rygside (Knappaandet) og taber sig ude i det øvre Vedhæng. Den hos Kurblosterne sædvanlige Forening af Støvknapperne indtræder temmelig sent og kan undertiden helt udeblive, hvilket meget hyppig er Tilfældet hos Hunblomsterne. Disse mangle nemlig aldeles ikke Støvdragerne, kun have Støvdragerne et ganske andet Udseende og en ganske anden Bygning end hos Hanblomsterne, og mangle navnlig ethvert Spor af Støvkorn. Størrelsen er ogsaa langt ringere; medens nemlig en Støvdrager hos Hanblomsten fra det Sted, hvor den udgaar fra Kronrøret, til Enden af det øvre Vedhæng er 6,5<sup>mm</sup> lang, hvoraf den frie, 0,15<sup>mm</sup> tykke, bugtede Støvtraad udgør 2<sup>mm</sup>, er den samlede Længde af hele Støvdrageren hos Hunblomsten kun 2<sup>mm</sup>. Støvknapperne bestaa her kun af fine, hindeagtige, brune, lancetformede Blade, der som nævnt ofte ere aldeles frie; undertiden ere de kun sammenhængende ved Grunden og stjerneformet udbredte, ligesom Støvknapperne hos Jasione; de nedre Vedhæng ere langt ubetydeligere end de tilsvarende hos Hanblomsten og mindre frynsede, de øvre mere tilspidsede.

Udviklingen af Støvet hos Hanplanten gaar for sig paa følgende Maade: Omtrent samtidig med, at Længdefuren paa Støvknappen opstaar, anlægges i Støvknappens ellers ensartede Meristem Støvet 4 Urmoderceller, 2 i hver af Støvknappens Halvdele, ordnede som Fig. 20 A viser. Hver af disse 4 Urmoderceller (der let lade sig udpræparere,

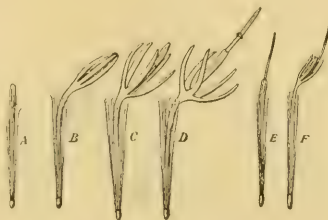


Fig. 19. Blomstens videre Udvikling.  
A—D. Hanblomst, E og F. Hunblomst.

da deres Forbindelse med det omgivende Meristem er meget løs), har oprindelig en oval Form; men efterhaanden som Støvknappen voxer i Længde, voxe ogsaa Urmodercellerne i Længde og dele sig saa, som det fremgaar af Fig. 20 *B* ved Tværvægge i 2 Celler, en øvre

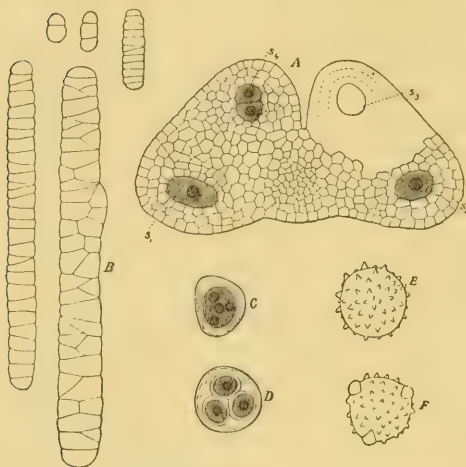


Fig. 20. Støvets Udvikling. *A*. Tværsnit af en ung Støvnap, i hvilken Støvets Urmoderceller ( $s_1 - s_4$ ) ere anlagte. *B*. Urmodercellernes Udvikling til Cellesøjler; Længdesnit. *C* og *D*. Specialmodercellernes Dannelse. *E* og *F*. Støvorn.

og en nedre. Hver af disse 2 Celler strækker sig efter Urmodercellens Længdeaxe og deler sig ved Vægge, der tilnærmelsesvis ere parallelle med den først dannede Tværvæg; hver af de nydannede Celler strækker sig og deler sig atter paa samme Maade og saaledes videre, indtil der tilsidst af hver Urmodercelle er dannet en meget lang Cellesøjle, bestaaende af 20—30 i én Række lodret over hverandre ordnede Celler. Endnu optræder der hist og her enkelte mere eller mindre vertikalt stillede Cellevægge, hvorfor Cellesøjlen hist og her viser et 2-cellet Tværnsnit. Samtidig med den her beskrevne Udvikling har der fundet en almindelig Celleudvidelse Sted. Ved dette Tidspunkt standse Celledelingene i Cellesøjlen foreløbig; hver enkelt

Celle afrunder sig, mens samtidig Cellevæggen begynder at fortykke sig; idet alle Celler afrundes, opløses Søjlen i enkelte fritliggende Celler. Enhver af disse tykvæggede Celler bliver nu Moder celle til 4 Døtre celler; den oprindelige Cellekærne forsvinder, og 4 nye optræder snart, ordnede tetraëdrisk (Fig. 20 *C*); nu danner der sig nye Cellevægge, der synes at voxe ndefra indad imod Moder cellens Centrum, og som dele Moder cellen i 4 tetraëdrisk ordnede Celler, Støvets Specialmoderceller (Fig. 20 *D*). Efter at alle Cellevægge have fortykket sig stærkt og regelmæssig, bliver Protoplasmaindholdet i hver af Specialmodercellerne til 1 Støvorn, der i Begyndelsen er omsluttet af en yderst fin Membran; denne tiltager dog hurtig kendelig i Tykkelse og lader snart skelne en svag Bolgning, de første Spor til Støvornets senere kraftige Pigge, samt 3 lysere Pletter, Støvornets tilkommende Spirehuller; Cellehinden fortykkes nu yderligere, den viser sig delt i en Yderhinde og en Indderhinde, Piggene voxe ud, og det unge Støvorn er færdigdannet (Fig. 20 *E* og *F*). En Ejendommelighed, som vistnok ikke er uden biologisk Betydning, og som saa vidt vides

ikke tidligere er iagttaget, er en hos Marktidslens Støvkorn optrædende Dimorfi<sup>1)</sup>. Der findes nemlig i hver Støvknapp tvende i Størrelse, Skulptur og Farve væsentlig forskellige Former af Støvkorn. De ere begge tilnærmelsesvis kuglerunde; den største af de to Former, som tillige er den i langt overvejende Mængde forekommende, er sædvanlig 0,052<sup>mm</sup> i Diameter (maalt under Vand). Yderhinden er besat med kraftige, kegleformede Pigge, af hvilke man i Profilen ser omtrent 12—15 ligelig fordelte mellem de 3 Spirehuller, gennem hvilke Inderhinden ses at hvælve sig mere eller mindre udad; endvidere ere disse Støvkorn aldeles farveløse. Den anden, mindre Form er i Diameter ca. 0,042<sup>mm</sup> (ligeledes maalt under Vand); Yderhinden er besaaet med langt talrigere, meget finere Pigge, af hvilke man i Profilen samtidig kan se 30—40 ligelig fordelte mellem de 3 Spirehuller; endvidere udmærke disse smaa Støvkorn sig ved en gulagtig Farve, hidrørende fra en oljeagtig Vædske, der ofte træder frem som skinnende gule Draaber paa Yderhinden eller findes indenfor samme i Form af Draaber eller uregelmæssig slyngede Kanaler. Ved Optællingen vil man finde, at de smaa Støvkorn kun udgøre  $\frac{1}{10}$ — $\frac{1}{20}$  af det hele Antal. Desto mærkeligere er det, at det overvejende Antal Støvkorn, som træffes paa Hunblomsternes Ar, tilhøre den lille Form. Undertiden have Hunblomsternes Ar en gulagtig Farve, ja de kunne blive næsten guldglimsende; dette hidrører fra de ved Arrene ofte i hundredvis hængende gule Støvkorn af den flupiggede lille Form. Da Støvkornene vel saa godt som udelukkende overføres fra Han- til Hunblomsterne ved Hjælp af Insekter, kan det ovennævnte Forhold maaske forklares af de smaa Støvkorns aabenbart større Klæbrighed.

Samtidig med at Støvet har udviklet sig, har Støvknappen forlænget sig betydelig og naaet sin endelige Skikkelse. Støvets Urmoderceller vare oprindelig omsluttede paa den udvendige Side af 3 Cellelag, men under Støvets Udvikling resorberes det inderste af disse. Omtrent ved den Tid, da Støvet skal til at modnes, resorberes endvidere i hver af Støvknappens Halvdele den Skillevej, der adskiller de 2 Stovrum, saaledes at Støvknappen, der for var 4-rummet, nu bliver 2-rummet. Begge Rummene aabne sig tilsidst, hvert ved sin Længdespalte, paa Knappens indad vendende Del, men lidt ud til Siden; dette sker saaledes: af de 2 Cellelag, vi ovenfor saa blive tilbage, vil det inderstes Celler voxe betydelig i Størrelse, samtidig med at Væggene blive noget fortykkede, stive og elastiske; idet den hele Cylinder, dette Cellelag danner, udvider sig, sprænges Forbindelsen paa det Sted, hvor den netop er tyndest; det alleryderste Cellelag forandrer sig ikke kendelig og kan paa den Tid, Støvknappen aabner sig, endnu ses som et særdeles tyndt Overtræk.

Hvad Støvtraadens Anatomi angaar, viser Fig. 21 *A* et Tværnsnit af den i en meget ung Alder, Fig. 21 *B* et Tværnsnit af den udvoxne Støvtraad. I den sidstnævnte ere Celle-væggene betydelig fortykkede, navnlig i den udad vendende Side; disse tykke Celle-vægge ere imidlertid meget udvidelige: umiddelbart før og efter Blomstringen er Støvtraaden kun

<sup>1)</sup> Efter E. R.

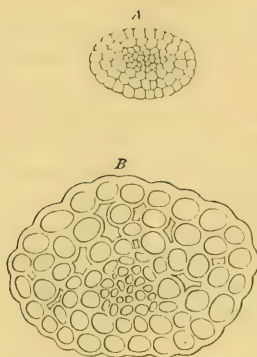


Fig. 21. A. Tværsnit af en ung Støvtraad. B. Tværsnit af en udvoxen Støvtraad.

Rækkerne; i Frugtknudevæggen anlægges en Kreds af Karbundter. De Cellepartier, der danne Væggens inderste Del, antage henimod Blomstringstiden en ejendommelig Beskaffenhed; deres Vægge fortykkes temmelig stærkt, men ere dog bløde og slimede (Fig. 23 A);

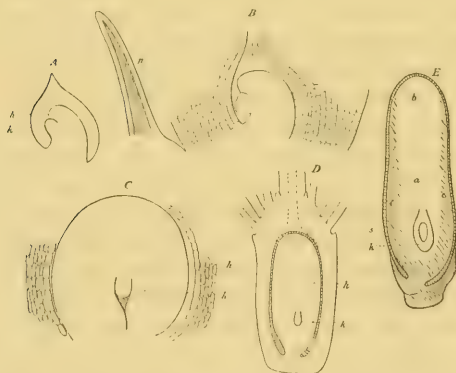


Fig. 22. A—D. Æggets Udvikling. p. Avne. h. Æghinde. k. Ægkærne. E. Udviklet Æg i Længdesnit. a, b, c. Partier af Æghinden (smk. Texten). s. Kimsæk.

omtrent halvt saa lang som paa Blomstringens Tid; under denne er Støvtraaden (som kendt hos andre Kurvblomstrede) i Stand til at trække sig sammen ved Pirring. Støvtraadens Epidermis danner Papiller paa en ret mærkelig Maade, idet hver Papil dannes af Dele af 2-Celler i Forening. — De omtalte anatomiske Ejendommeligheder gælde dog kun Hanblomsten. Hunblomsternes Støvdragere, hvis Udvikling er foregaaet ganske som Hanblomsternes lige til Dannelsen af de 4 Cellesøjler, der dog her ere noget mindre, have paa dette Punkt afsluttet deres Væxt, idet Celleindholdet i alle Støvknappens Celler er blevet sodfarvet, og den hele Støvknapp vissen og indskrumpet; Støvtraaden er altid ganske glat og mangler Udvideligheden.

Frugtknudens Væg dannes oprindelig af en halv Snes Cellelag, et Antal, der ikke forøges meget, hvorimod der senere ved uregelmæssige Delinger bringes Uorden i

dette Væv er Frugtknudens ledende Cellevæv. Ægget er omvendt; dets Udvikling fremgaar af Fig. 22 A—D. Det udmærker sig ved at besidde én uhyre Æghinde, bestaaende af meget forskellige Celleformer (Fig. 22 E) umiddelbart over den lille Ægkærnes Tilhæftningssted dannes Vævet (a) af langstrakte Celler med tykke, slimede Vægge, i Æghindens øverste Parti (b) af mindre, korte, kantede, tyndvæggede Celler, der indeholde talrige Bundter af naaleformede Krystaller, endvidere i det med c betegnede Parti omkring Ægkærnen af meget smaa Celler; endelig træder Æghindens Overhud frem som et meget

tydeligt Cellelag, navnlig nede ved Kimmunden. I Æghinden findes et vel udviklet Karbunt, der i en Bue løber Ægget helt rundt. Ægkærnen, der ved Blomstringens Tid indeholder en tydelig Kimsæk, dannes for øvrigt af meget smaa, tyndvæggede Celler. Kimmunden synes at være overordentlig snæver.

I Hunblomsten udfylder Ægget paa Blomstringens Tid fuldstændig Frugtknudens Hulhed (sml. Fig. 22 *D*). Efter at Befrugtningen er foregaaet, begynde Ægkærnen og den tykke Æghinde at opløses og resorberes af Kimen, saaledes at der tilsidst kun bliver ét eneste Cellelag tilbage af Æghinden, nemlig det yderste. Hos *Cirsium arvense* (som hos Compositerne i Almindelighed) spiller Æggets uhyre Hinde væsentlig samme Rolle som Frøhviden eller en Del af denne hos en Mængde andre Planter, idet den ernærer Kimen under dens Udvikling indenfor Frøgemmet; det nævnte eneste Cellelag, der bliver tilbage, danner den egentlige Frøskal.

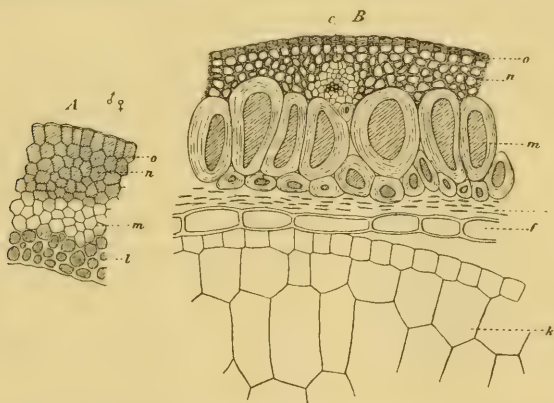


Fig. 23. *A*. Tværsnit af den unge Frugtknudevæg henimod Blomstringstiden. *B*. Tværsnit af den videre udviklede Frugtknudevæg hos Hunblomsten. *o*. Overhud. *c*. Karbunt. *l*. Ledende Cellevæv. *f*. Æghindens yderste Cellelag (Frøskal). *k*. Det ene Kimblad. De øvrige Bogstavers Betydning fremgaaer af Texten.

Efter Befrugtningen og sandsynligvis som en Følge af denne forandrer Frugtknudens Væg sig aldeles i Hunblomsten (Fig. 23 *B*): Overhudens Celler vedblive at være smaa, men fortykke deres Ydervægge meget stærkt; det derunder liggende Cellevæv (*n*) vedbliver ligesaa at være smaa-cellet, Væggene fortykkes noget og blive mørkt farvede; Cellerne i Frugtknudevæggens midterste Del (*m*) voxer derimod ganske umaadelig i Størrelse, medens Cellevæggene samtidig fortykkes overordentlig stærkt og blive haarde som Ben og skinnende hvide; endelig sammentrykkes Frugtknudens ledende Væv helt af den sig udviklende Kim.



I Hanblomsten udvikler Ægget sig oprindelig ganske som i Hunblomsten, ligesom ogsaa Æghindens anatomiske Bygning er den samme hos begge. Ægget i Hanblomsten adskiller sig imidlertid fra Hunblomstens for det første derved, at det ikke udfylder Frugtknudens Hulhed og for det andet ved, at Dannelse af en Kimsæk ikke finder Sted. Frugtknudens Væg er i Hanblomsten paa Blomstringens Tid bygget som i Hunblomsten, bl. a. ogsaa forsynet med et ledende Cellevæv; men efter Afbloomstringen sker der ingen Udvikling, og snart tørrer Frugtknudevæggen hen og skrumper ind; indenfor denne hentørrede, halvt gennemskeinnende Skal finder man Ægget med sin uhyre Æghinde liggende som en fortorret Mumie, hvis Træk endnu kunne skelnes. Paa ganske lignende Maade udebliver den videre Udvikling af Frugtknudevæggen hos saadanne Hunblomster, som ikke ere blevne befrugtede; det er dog muligt, at den kan fremkaldes ved en ufuldstændig Befrugtning, eftersom der findes adskillige haarde, faste Frøgemmer uden udviklet Kim.

Griffelen holder under Blomstens Udvikling Skridt med Kronen og Støvdragerne; ogsaa de 2 Ar forlænge sig noget, navnlig deres Basaldele, der ere mere eller mindre sammenvoxne indbyrdes. Griffel og Ar have en ret ejendommelig anatomisk Bygning, idet nemlig det ledende Cellevæv har overordentlig tykke Vægge og snævre Rum; Væggene ere dog ikke blot meget tykke, men tillige meget udvidelige, slimede, let gennembrængelige for

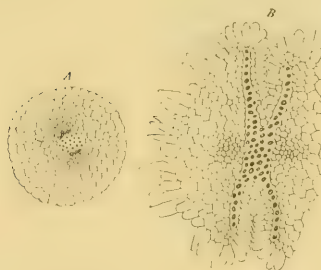


Fig. 24. A. Tværsnit af Griffelen.  
B. Tværsnit af Arfligene.

Støvrene. Griffelen gennemløbes af 2 Karbundter, stillede ét paa hver Side af det ledende Cellevæv (Fig. 24 A); disse 2 Karbundter løber hvert til sin Arflig, tabende sig opefter (Fig. 24 B). Griffelen er glat; Arret derimod udvikler en Mangfoldighed af 1-cellede Trichomer; disse ere paa Arfligenes Ryglade kraftige, spidse Haar, og lignende Form antage de ved Arrets Grund, hvor de danne en mere eller mindre kraftig «Haarknude», som dette Parti passende kan betegnes, da der paa dette Sted ikke findes nogen Opsvulmning, hvorpaa Haarene udvikles, men Knuden alene dannes af Haar. Paa

Arfligenes Inderflader (dels paa Spidsen, dels paa de frie Siderande) ere Trichomernes Spidser afrundede, vorteformede; denne Del af Arret kan betegnes som «Arrets papilløse Parti».

Hos Kurvblomster med Tvekønsblomst have Griffel og Ar den Funktion (foruden den sædvanlige) at skulle ligesom «feje» Støvkornene ud af den lukkede Støvknæpcylinder, idet Griffelen nemlig forlænger sig og derved driver det haarbeklædte Ar ud igennem det lukkede Rør, paa hvis Inderside Støvknæprummene netop have aabnet sig. Denne Funktion kan Arret her hos vor Plante selvfølgelig kun have hos Hanblomsten, og denne Forskel er

ogsaa tydelig betegnet dels i Blomstens Knopstilstand, dels i selve den Maade, hvorpaa Udspringningen sker hos Han- og Hunblomsten. Saalænge en Hunblomst endnu ikke har udfoldet sig, ligger Arret helt ovenfor Støvnapcylindren, og naar nu en saadan Blomsts Krone aabner sig, træde Arret og Griffelen strax frem, endogsaa en Tid før Kronen har naaet sin fulde Længde og udbredt sin Krave. I Hanblomsten gaar det ganske anderledes til: Saalænge Blomsten er i Knop, ligger Arret helt omsluttet af det i Spidsen vel tillukkede Støvknaprør. Idet Hankurven begynder at blomstre, strækker det uægte Kronrør sig, til Kronen har naaet sin fulde Længde; derpaa udfoldes efterhaanden Kronfligene, og Støvtraadene forlænge sig lidt, hvorved det endnu tæt lukkede Støvknaprør skydes lidt frem. Nu først bryder Griffelen frem, temmelig pludselig, og forlænger sig under dette Gennembrud fra ca.  $9^{\text{mm}}$  til  $15\text{--}16^{\text{mm}}$ ; det er ved Hjælp af denne Forlængelse og de samtidig stedfindende afvekslende Sammentrækninger af Støvtraadene, at Støvkornene fejles ud. Griffelens pludselige Gennembrud forklares derved, at Støvknaprøret, og da særlig Knappernes øvre Vedhæng, har holdt den tilbage med Magt; dette fremgaar ogsaa deraf, at man kan fremkalde Forlængelsen af Griffelen paa et af de tidligere Blomstringsstadier ved at aabne Støvknaprøret. Ved Gennembruddet krummer Griffelen sig stærkt, hos Hanblomsten endog ofte i ret Vinkel, og samtidig hermed sker den tidligere omtalte Krumning af det uægte Kronrør.

Naar Blomsten er i Knop, ere saavel Hun- som Hanblomstens Arflige tillukkede. Naar Hunblomstens Ar er traadt frem, aabne Arfligene sig mere eller mindre, hvorimod Hanblomstens Arflige vedblive at være tillukkede (sml. Fig. 25); dog gives der Undtagelser fra begge Regler (sml. p. 115). Foruden at Hunblomsternes Arflige ere aabne, ere tillige Arrets Siderande næsten altid frie, ofte udvidede og krusede, saa at Arrets papilløse Parti, der skal modtage Støvet, er kraftig udviklet. Paa Hanblomstens Ar, der ingen Betydning har som Støvmodtager, er — samtidig med at Arfligene ere lukkede — det papilløse Parti næsten altid meget svagt udviklet, idet Siderandene næsten aldrig ere frie, og de enkelte Papiller ere mere tynde og spidse end paa det hunlige Ar. Haarknuden ved Arrenes Grund er som oftest svagt udviklet hos Hunblomsterne.

Frugten er i moden Tilstand i Regelen  $3^{\text{mm}}$  lang og  $1^{\text{mm}}$  bred. Den varierer ikke meget i Størrelse, thi selv hos meget kraftige Planter vil man kun finde den af højst  $3,3^{\text{mm}}$  Længde og  $1,2^{\text{mm}}$  Bredde, og hos de spædeste Former af mindst  $2,5^{\text{mm}}$  Længde og  $0,75^{\text{mm}}$  Bredde; Frugterne ere altid lidt sammentrykte, saaledes at de normale af  $1^{\text{mm}}$  Bredde kun ere  $0,75^{\text{mm}}$  tykke, og nedefter blive de lidt smallere. Medens de i Midten af Kurven stillede

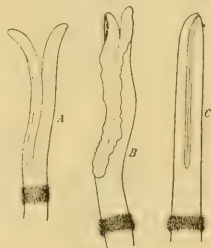


Fig. 25. A og B. Ar af Hunblomster, A med mere, B med mindre aabne Flige. C. Ar af Hanblomst.

Frugter ere temmelig rette og regelmæssige, blive de øvrige ved Modningen mere eller mindre bønneformet krummede, desto mere, jo nærmere de sidde ved Randen, saa at det overvejende Flertal af Frugter har en i Regelen dog kun svag Krumning. Overfladen er svagt silkeglinsende, paa langs meget fint stribet, sædvanlig af graabrun Farve, men den kan ogsaa, især hos store, paa solaabne Steder voxende Exemplarer have en dybere, næsten kastaniebrun Farve. I den øverste, tykkere Ende af Frugten sidder en ringformet, fremspringende, skaallignende Rand, som bærer Fnokken, og som i moden Tilstand falder af ved den letteste Berøring. I Midten af den ved Hjælp af den fremspringende Rand dannede lille Skaal hæver Frøgemmet sig atter til en mindre, ringformet Svulst, Levninger af Nektariet, der omgives af Krønørret, som i visse Tilstand først løsner sig fra Frugten, samtidig med at Fnokken løsriver. Fra Midten af det nævnte Nektarium rager endnu en lille Papil frem, dannet af den nederste Del af Griffelen. Frugternes Vægtfylde er lidt større end Vandets, saa at de synke til Bunds deri, medens de golde, enten hule eller sammenfaldne Frugter svømme ovenpaa.

Da Frøgemmets og Frøskallens anatomiske Bygning er behandlet i det foregaaende, skulle vi her blot omtale Kimen med nogle Ord, medens der dog, hvad dennes videre Udvikling under Spiringen angaar, henvises til 1ste Afsnit. Kimen, der udfylder hele Frøskallen, er som sædvanlig hos Kurvblomsterne ret, med nedadvendt Kimrod; denne er ganske kort, og Hovedmassen af Kimen udgøres af de næsten halvtrinde, tæt til hinanden sluttende Kimblade, som allerede, medens de endnu ere indesluttede af Frøgemmet, have en bleggrøn Farve, hidrørende fra de i mange af Cellerne forekommende talrige smaa, svagt grønlig Klorofylkorn, medens andre indeholde større og mindre Oljedraaber. Kimbladet bestaar i denne Tilstand dels af meget tyndvæggede parenkymatiske Celler, dels af et System af fine, forgrenede Prokambiumstrengene, Anlæggene til Karstrengene (Fig. 26 A). Et eller to Cellelag umiddelbart under den øvre Bladflades Epidermis udvikles ved Spiringen, under hvilken Bladet bliver ganske fladt (Fig. 26 B), til et Palisadevæv (Fig. 26 C og D). Der er den Forskel mellem Overhudscellerne paa Kimbladets Overside og dem paa dets Underside, at disse sidste faa siksakbøjede Vægge (Fig. 27 A), hine derimod rette Vægge (Fig. 27 B), ligesom Tilfældet i Regelen er med alle Lovbladets Epidermisceller.

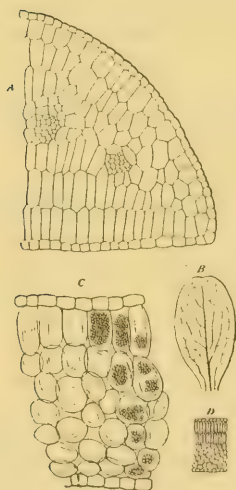


Fig. 26. A. Tværsnit af et Kimblad for Spiringen. B. Kimblad under Spiringen. C og D. Tværsnit af Kimblade efter Spiringen.

I Forhold til det store Antal af Kurve og disses talrige Blomster udvikles i Regelen kun et ringe Antal modne, spiredygtige Frugter. Selv om Tidselen opnaar sin normale Udvikling uden at forulempes af Menneskehaand eller af Dyr, hvilket tilvisse kun er Tilfældet med den mindste Part, saa kan man i alt Fald i vort Klima næppe regne, at mere end Halvparten af de ansatte Kurve hos Hunplanterne komme saa vidt, at Frugterne kunne modnes; men selv i disse begunstigede Kurve blive langt-fra alle Frugterne fuldt udviklede. En stor Mængde forblive golde, og talrige unge Frugtknuder ødelægges af forskellige i Kurvene levende Insekter, og navnlig af den saa hyppig forekommende Maddike af *Trypeta flava*. I talrige Kurve, indsamlede d. 23. September 1863 blandt de bedst udviklede langs en Brakgrøft i en Mark, hvori der havde været Havre, fandtes i Gennemsnit  $\frac{1}{4}$  af Frugterne vel udviklede; sjældent fandtes et halvt Hundrede, hyppigere kun en halv Snes spiredygtige Frugter. Endekurven og Sidekurvene af første Orden synes ikke alene at være de blomsterrigeste, men ogsaa de relativt frugtbareste; hos disse kunne ofte  $\frac{2}{3}$  af Frugterne være vel udviklede, og paa særlig kraftige Planter kan det hændes, at de nævnte Kurve næsten er uden golde Frugter. For øvrigt vil man ikke af den Omstændighed, at der i endnu umodne Frø findes Kim, kunne slutte, at disse Frø ville naa at blive modne, og selv om Frugterne tilsyneladende ere modne, idet de ere brune og haarde og af normal Størrelse, ere de dog langt fra alle spiredygtige, thi i mange af dem er Kimen indtørret, efter at den har begyndt at danne sig, saa at Frugterne ere hule og svømme ovenpaa, naar de lægges i Vand.

Fnokken er som bekendt et morfologisk meget omtvistet Organ. Den anlægges senere end Kronen, i Overensstemmelse med, at dens Funktion indtræder senere end Kronens, idet den jo fungerer som Frugtspredningsapparat. Fnokken voxer snart livlig ud og naar, inden Blomsten springer ud, samme Længde som Kronen og følger nu denne i Væksten, idet den alene voxer ved Basis. Hos Hanblomsterne forlænger Fnokken sig slet ikke efter Ablomstringen eller kun et Par Millimeter, hvorfor de afblomstrede Han-kurve længe vise sig smudsig brunt farvede af de visne Kroner; først senere, naar Kurv-dækket tørrer hen og aabner sig lidt foroven, faar Fnokken Lejlighed til at vise sin gul-graa Farve. Hos Hunblomsterne forlænger Fnokken sig derimod efter Ablomstringen ved Strækning til over den dobbelte Længde, idet den bliver 24—30<sup>mm</sup> lang, og overgaar

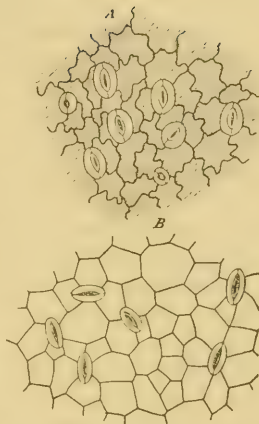


Fig. 27. A. Overhudsceller fra Kim-bladets Underside. B. Dito fra dets Overside.



den i Midten siddende, henvisnede og i denne Tilstand atter rette Krone med 8—12<sup>mm</sup>. Selv saadanne Hunblomster, hvis Frugtknude ikke udvikler Kim, forlænge deres Fnok meget betydelig, dog ikke i samme Grad som de Blomster, der give god Frugt. Fnokken bestaar af en Fnokring og af Fnokstraaler. Fnokringen bæres af den ovenfor omtalte ringformede Rand, som findes i den øverste Ende af Frugten, men løsner sig ved fuldstændig Modenhed meget let fra samme; Fnokringen bestaar af en tynd Hinde, af 0,3<sup>mm</sup> Højde og 0,7<sup>mm</sup> Diameter. Paa denne Ring viser der sig omtrent en Snes mørkere Pletter, svarende til de Steder, hvorfra de knippestillede Fnokstraaler udgaa. Hvert Knippe bestaar af 3—4 Straaler, og det samlede Antal af Fnokstraaler vexler sædvanlig mellem 70 og 75. Ofte ere 2 eller 3 af Hovedstraalerne sammenvoxede et kortere eller længere Stykke ved Grunden og danne herved en Overgang til den grenede Fnok hos *Carlina*. De nys nævnte Udgangspunkter for de knippestillede Fnokstraaler paa Fnokringen sidde i Spiral og ikke i Kredse, hvorpaa ogsaa deres store og navnlig deres variable Antal tyder. Fnokken maa anses for at høre til Marktidseleens Bæger; derimod er det meget usandsynligt, at hvert Fnokstraaleknippe eller endog hver Fnokstraale skulde repræsentere et Bægerblad; imod en saadan Antagelse tale baade Misdannelser (sml. p. 118) og det ubestemte Tal; man tænke sig en regelmæssig Femtalsblomst, med 5 Støvdragere, 5 Kronblade og et ubestemt Antal spiralstillede Bægerblade!

De enkelte Fnokstraaler ere flade, paa Rygsiden ned mod Basis svagt hvælvede; de bestaa af luftfyldte Celler, hvis Vægge i det hele ere tynde, stive og elastiske, men i det nævnte hvælvede Parti ved Basis ere de mere tykvæggede og danne et hygroskopisk Væv, der ganske er analogt med det, vi saa udvikle sig i Kurvdækbladet, og som ogsaa virker paa lignende Maade; thi dette Væv bevirker, at Fnokstraalerne, saalænge de ere friske, trykke sig fast ind mod Kronen, medens de senere, naar Blomsten tørrer hen, bøjes tilbage. Fnokken forholder sig saaledes overfor Kronen, ligesom Kurvdækket overfor Blomsterne. Opadtil i de enkelte Fnokstraaler aftager Cellelagenes Antal, saaledes at de øverst kun ere dannede af Overhud. Denne Overhud bestaar i sin største Udstrækning af meget langstrakte Celler, kun i den allerøverste og allernederste Del blive de kortere, og navnlig ere de nederste omtrent lige brede og lange. Randcellerne,  $\alpha$ : Overhudscellerne paa de to skarpe Kanter af Fnokstraalerne, ere ved Grunden opsvulmede og for de nederstes Vedkommende forlængede til en sylformet Spids, medens de øvrige Randceller ere forlængede til lange, encelledede Haar, der udgøre den fjerformede Fnoks Sidegrene eller Sidestraaler. Antallet af disse toradet stillede, 3—4<sup>mm</sup> lange Sidestraaler varierer fra 50—100; de øverste ere atter aftagende i Længde og udgaa ikke alene fra Randen, men mere penselformet fra de forskellige Overhudsceller. De normale Fnokstraaler indeholde af Ledningsvæv kun en Kambiformstreng, men mangle ethvert Spor af Spiralkar; kun hos visse misdannede Exemplarer kunne saadanne optræde (sml. p. 119). Cellernes farveløse Indhold



bliver hos Hunblomsten ved Modenheden bleggult, hvorved hele Fnokken faar en smudsig gulgraa Farve. I koligt og fugtigt Vejr holder hele Fnokdusken sig kostformet samlet, idet Sidestraalerne lægge sig op til Hovedstraalerne, og disse holde sig opret; men i tør Luft og navnlig ved stærk Ophedning af direkte Solstraaler sker der hurtig en stor Forandring i hele Fnokkens Form og Stilling. Alle Sidestraaler spiles da vandret ud, og samtidig krummer den nederste, tæt ved Ringen siddende Del af Hovedstraalerne sig hageformet udad, hvorved Frugten løsriveres fra Blomsterlejet og hæves op over de børsteformede Avner. Frugten kommer da til at sidde i Midtpunktet af de til alle Sider radierende Straaler, idet de yderste krumme sig stærkere end de indre, medens de endnu hensiddende visne, sorte-brune Blomsterdele (Krone, Stovdragere, Griffel og Ar) rage lige frem fra Spidsen af Frugten. Det tidligere omtalte hygroskopiske Væv ved Grunden af Hovedstraalerne kan hurtig bringe den krummede Fnok til at rette sig, naar den anbringes i fugtig Luft under en Klokke.

Det vil af det foregaaende ses, at der i alle Kurvens og Blomstens enkelte Dele fremtræder meget betydelige Udviklingsforskelligheder mellem Han- og Hunplanten. Dog følger hver enkelt Del af den enes Kurv og Blomst oprindelig ganske samme Udviklingsgang som den andens tilsvarende Dele: Udviklingen er ligesom fælles til et vist Punkt; men her bøjer den enes Udvikling af til den ene Side, den andens til den anden Side. Idet Udviklingsforskellen simpelthen bestemmes ved Modsætningen: Han og Hun, maa her dog lægges Mærke til, at Modsætningen ikke er helt gennemført; i Hunblomsten træffe vi meget, der netop er Udstyr for en Blomst med mandlig Funktion, og omvendt i Hanblomsten findes meget, der netop er Udstyr for en Blomst med kvindelig Funktion. Han og Hun pege derfor begge ligesom hen til en fælles tvekønnet Grundform. Nu bliver da Spørgsmaalet: eksisterer en saadan tvekønnet Grundform for Øjeblikket?

Der gives nu Hunformer, hvis Arflige ere sammenlukkede, og der gives Hanformer, hvis Arflige ere aabne; saadanne Former ere virkelige Mellemformer mellem Han og Hun. En enkelt saadan Mellemform bør her beskrives lidt nøjere. Dens Blomster, af hvilke Fig. 28 viser nogle Billeder, vare byggede paa følgende Maade: Arrets Flige vare vidt aabne, dets Siderande temmelig frie, dets papillose Parti kraftig udviklet som i en almindelig Hunblomst. Stovdragerne, der havde den for Hanblomsternes

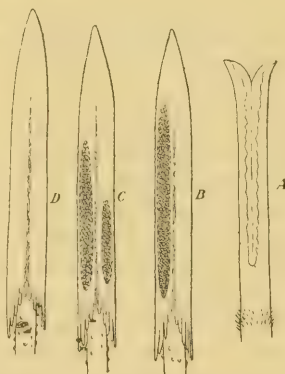


Fig. 28. Blomsterdele af Mellemformer mellem Han og Hun. A. Griffel. B, C og D. Stovdragere med større og mindre Udvikling af Støv.

Støvdragere sædvanlige Længde, vare svagt sammenhængende; de udviklede vel noget Støv, men i meget ringe Mængde: snart udvikles kun Støv i Støvknappens ene Halvdel, snart lidt i dem begge, snart slet intet Støv; Støvtraaden var ikke udvidelig, som den ellers er i Hanblomsten. Kronens Krave forholdt sig i Længde til det vægte Kronrør som 4:11 3: fjernede sig i dette Forhold meget kendelig fra den almindelige Hanblomst (4:8) og nærmede sig til Hunblomsten (4:12). I alle andre Henseender lignede Blomsten en Hanblomst, gav navnlig ingen Frugt og udviklede ingen forlænget Fnok, og hele Kurven lignede en sædvanlig Hankurv.

Det er her værd at lægge Mærke til, at, idet Hanblomsten (den beskrevne Form er aabenbart nærmest en Hanform) nærmer sig Hunblomsten, denne Tilnærmelse ikke sker paa den Maade, at Blomsten først passerer Stadiet «Tvekønsblomst»; tværtimod er Blomsten i Færd med at opgive sin hanlige Natur, samtidig med at dens Ar og Krone forandre sig i Retning af Hunblomsten. Det maa deraf sluttes, at — som allerede tidligere bemærket — virkelige Tvekønsblomster med ligelig Udvikling af begge Køn ikke eksistere hos Marktidseelen. — Hos saadanne Hanformer, hvis Ar kun vise en meget svag Tilnærmelse til Hunarret, idet Arfligene kun ere svagt aabne, medens det papilløse Parti ikke er synderlig stærkere udviklet end sædvanlig, hos saadanne have Støvdragerne ikke kendelig forandret sig. Noget tilsvarende gælder om Hunformen, hvis Ar kun viser en svag Tilnærmelse til Hanarret, idet Arrets Flige vel ere sammenlukkede, medens dog samtidig det papilløse Parti er ret kraftig udviklet; hos saadanne er der heller ingen kendelig Forandring af Støvdragerne at iagttage. Mellemløse forekomme i det hele taget sjældent, og det maa betragtes som tvivlsomt, hvorvidt Hunblomster med stærk Tilnærmelse til Hanblomstens Bygning nogensinde forekomme.

Misdannelser optræde ikke sjældent enten i hele Kurve eller kun i enkelte Blomster, og i enkelte Aar træffes de endog i større Mængde. Hertil kan først regnes det ikke sjældne Tilfælde, at der i endel Blomster findes et andet Tal herskende end det sædvanlige; i et i Juli 1863 i en Havremark paa Fyn samlet Exemplar taltes saaledes i en eneste Kurv (♀) 90 Blomster, hvoraf de 14 havde 4-delt Krone og 4 Støvdragere. Nogle enkelte 4- eller 6-delte Blomster træffes hyppig. Mellem lutter normale Blomster kan undertiden træffes en enkelt Tvillingblomst. I en saadan monstrøs Hunblomst fandtes 9 Kronflige, lige saa mange frie Støvdragere, en halvvejs spaltet Griffel, hver Gren med 2 Ar, og 2 sammenvoxne Frugtknuder. En anden lignende Blomst (fra en anden Kurv) var nærmere ved sin Modenhed og kunde siges at have en Tvillingfrugt.

Det er nu ikke alene Kurv og Blomst, der misdannes, men ofte sker det samtidig med Blad, Stængel og Rod. Naar Kurvene ere svagt misdannede, er der intet ejendommeligt at se ved Bladet, Stængelen eller Roden; noget saadant ses først i Tilfælde, hvor

Kurvenes Misdannelse er meget kendelig. Vi ville betragte et stærkt misdannet Exemplar: Skuddets Hovedstængel er som oftest meget stiv, lav, tyk og forneden opsvulmet; Udviklingen af Sidegrene er meget livlig, selv fra Skuddets underjordiske Del; alle Grenene ere stivt opadrettede, forholdsvis tynde, men meget grenede, og de lave, kostformede Skud frembyde et ganske ejendommeligt Skue ved at bære et uhyre Antal misdannede Kurve, hvoraf de fleste ere ganske smaa, knapformede. Paa den stærkt misdannede Stængel er Løvbladenes Udvikling meget tilbagetrængt; de ere smaa, flade eller næsten flade, svagt tornede, gulgrønne. Rodsystemet har væsentlig ganske samme Bygning som sædvanlig; det monstrose viser sig kun i, at Roden hos et saadant Exemplar er ualmindelig tyk, og fremdeles i, at den i ualmindelig høj Grad er tilbøjelig til at danne Stængelknopper; i en Dybde af 5' fandtes saaledes Stængelknopper paa en nedstigende, misdannet Rod i Lerjord, noget, som aldrig er Tilfældet med den normale Rod. Naar Stumper af saadanne Rødder plantes, frembringe de atter monstrose Skud, og det selv om Rodstumpen i det ydre ikke frembød noget som helst paaafaldende; her synes ligesom at være Plads for Aristoteles' Ord: «Det kommer af Vædskerne».

Mellem den omtalte stærkt misdannede Form og en saadan, hos hvilken kun enkelte Blomster ere misdannede, gives der den mest gradvise Overgang. Skud, der i en eller anden Henseende frembyde abnorme Forhold, findes sædvanlig sammen med normale Skud og tilhørende samme Exemplar som disse; at imidlertid Skud med stærk Misdannelse skulde kunne optræde paa samme udelte Rodsystem som normale Skud, er, efter hvad ovenfor meddeltes om Forsøget med Rodstumper, lidet sandsynligt.

En særlig Interesse frembyde saadanne Monstrositeter i Kurvene, som optræde hos alle til samme Rodsystem hørende Skud eller endog hos samtlige Skud fra Rodsystemer af fælles Oprindelse; det er meget sjældent at træffe et saadant Tilfælde: paa Lolland fandtes i 1863 talrige Grupper af monstrose Tidsler, især i Havremarker, men ogsaa paa Diger, og i 1865 et Par Steder i unge Granplantager; paa Fyn viste sig et enkelt Tilfælde i 1871. Stænglerne fandtes hyppigst stillede i Halvkredse eller endog i hele Kredse af 6—8' Gennemsnit, mindende om de af forskellige Svampe dannede «Hexeringe». Ved Gravning lykkedes det ganske vist ikke at paavise den direkte Sammenhæng af flere end 2—3 af Stænglerne, men der kunde ikke være Tvivl om, at de alle havde fælles Oprindelse, idet de ældre Roddele, der havde dannet Forbindelsen, vare borttraadnede.

Den hyppigst forekommende af disse Monstrositeter udmærker sig ved paa en Maade at have sammensatte Kurve, idet hver Blomst i Kurven atter selv er i Begreb med at blive til en Kurv eller i det mindste faa en kurvliggende Form. S sammensatte Kurve forekomme for øvrigt ikke alene hos Marktidsele, men ogsaa hos flere andre Kurvblomstrede, navnlig hyppig hos *Crepis biennis* og *Tragopogon pratensis*. Vi ville begynde med at betragte den misdannede Form, som navnlig forekom saa hyppig paa Lolland i 1863

og 1865. Stænglerne hos disse monstrose Tidsler vare meget stive og ranke, med oprette, næsten tiltrykte Grene. «Storkurvene» vare brede, fladtrykte, næsten knapformede, indtil  $\frac{3}{4}$ " i Gjennemsnit. Alle Blomsterne i samme vare misdannede, men det var dog kun en Del af dem, og navnlig alle de randstillede Blomster, der havde faaet tilstrækkelig Plads til at omdannes til «Smaakurve». Disse om en Gruppe Kimlog mindende Legemer vare æg- eller kugleformede, forsynede med en skæklødt, 1—2" lang Stilk og iøvrigt kun sammensat af taglagte, grønne, i Spids og Rand ofte rødlige Skæl, «Smaakurvblade». Skiveblomsterne, som ikke vare omdannede til Kurve, vare ogsaa stilkede, og ved Grunden af Stilken, den omdannede Frugtknude, fandtes endel korte, klare, rødlig-hvide Børster, svarende til Avnerne paa Blomsterlejet. I Enden af Stilken sad et forskelligt Antal af linie-lancetformede, grønlig-hvide Blade, der næsten naaede til Spidsen af de udsprungne Blomster (Fig. 29 A), og som aabenbart svarede til den omdannede Fnok. De bestandig lukkede Blomster bestode iøvrigt af en regelmæssig 5-fligget Krone med grønne, i Spidsen rødlige Flige; dernæst 5 Støvdragere, som vare indbyrdes aldeles frie, og som bestode af lancetformede, foroven noget udvidede, forneden med 2 spydformede Flige forsynede Blade, som enten vare mindre og brune (♀?) eller bredere og klare med grønne Striber og rødlig Spids (♂?), men steds uden Støv (Fig. 29 B); endelig en grøn, lidt fladtrykt, foroven bredere, kølleformet Griffel med en rødlig, i 2 tykke Arlige kløvet Spids (Fig. 29 C). Hele Blomsten var gennemvævet med fine, hvide, uldagtige Haar; baade Stilken og Griffelen vare uldhaarede, og i Randen af den bladagtige Fnok fandtes ogsaa hvide, uldagtige Haar. Ofte var Støvvejen kløvet lige til Grunden i 2 grønne, i Spidsen mørkerøde Frugtblade, indenfor hvilke sad et lille ægformet, knoplignende Legeme (Fig. 29 D). Ved Undersøgelse af en Række Blomster fra Kurvens Midte til Rand viste der sig en Række Overgange fra den nys beskrevne misdannede Blomst til en af de oven omtalte «Smaakurve». Den til linie-lancetdannede Blade omformede Fnok kommer efterhaanden til at bestaa af bredere og bredere, tilsidst ægformede, taglagte Blade, hvis Antal efterhaanden forøges, som de haarformede Straaler aftage. Kronen gaar fra sin tidligere Form over til at bestaa af 5 frie, lancetformede, i Randen uldhaarede Blade uden Kronrør (Fig. 29 E); Støvdragerne forandre ikke væsentlig den ovenfor beskrevne Skikkelse, men desto større Omdannelse lider derimod Støvvejen. Den bliver efterhaanden tykkere foroven og omdannes til en kort, tyk Stilk, som bærer en Mængde kugleformet samlede, taglagte, grønne, rødspidsede Blade, som blive mindre og mindre indadtil, og danner derved et kurvliggende Legeme, «Smaakurven»; paa den af Frugtknuden dannede Stilk sidde desuden endnu endel skællignende Legemer, nemlig de som ovenfor beskrevet omdannede Støvdragere, Kronblade og Bægerblade (Fig. 29 F). Skællene, der danne Smaakurvene, efterligne saa fuldstændig de egentlige Kurydæklblade, at de endog i Spidsen ere forsynede med en lille Braad, ganske som disse. — Disse monstrose Former med «sammen-satte Kurve» kunne undertiden opnaa en ret betydelig Størrelse. Paa én eneste Stængel



taltes saaledes 450 «Storkurve» foruden en Mængde smaa Antydninger til Kurve, af Størrelse som Sennepskorn, paa de nedre Grene. Omtrent en Snes af de første og største Kurve (Endekurven og de primære Grenes Endekurve) vare saa vidt udviklede i Misdannelsen, at de hver især indeholdt henved 60 «Smaakurve».

En anden Misdannelse bestod i, at Kronfligene ligesom de frie Støvknapper vare blevne til brune, hindeagtige Blade, samt at Griflerne vare langt fremragende, med mørkerøde Ar, hvorved denne Slags Monstrositet blev iøjnefaldende i Afstand lige saa vel som den først beskrevne.

En tredje Misdannelse, som er meget hyppig forekommende, er ogsaa i Afstand kendelig, ved at Kurven i Stedet for røde Blomster bære en Tot af lange, lysegrønne Grifler. Kronfligene ere korte, bleggrøde eller lysegrønne med røde Spidser, Støvdragerne som sædvanlig hos Hunblomsterne, men hyppigst med frie Knapper, og Griflerne meget langt fremragende, med hvidgrønne eller gulgrønne Ar. Undertiden forekommer denne Misdannelse i Forbindelse med «sammensatte Kurve» paa samme Stængel. En herhenhørende Misdannelse fandtes i August 1871 paa Fyn. 3 fra samme Rod udgaaende Stængler havde alle Kurve misdannede, dels derved, at nogle af dem vare blevne sammensatte, dels ved at Blomsternes enkelte Kredse vare omdannede mere eller mindre til grønne Bladdele, saa at alle Kurve, selv i mest udviklet Tilstand, bleve grønlige. Fnokken var bleggrøn, og de enkelte Straaler befandt sig paa alle Overgange fra de sædvanlige farveløse Børster til helt grønne, bladformede Legemer (Fig. 29 *G* og *H*). Hyppigst vare Fnokstraalerne linieformede, bleggrønne, med flere Rækker Karbundter, indeholdende Spiralkar, og med mellemliggende langstrakte Parenkymceller, indeholdende Bladgrønt, omgivne af Overhud, svarende til det yderste Cellelag hos den normale Fnok. Efterhaanden som Fnokstraalerne bleve bredere og mere bladlignende, aftog deres Antal, saa at de tilsidst kun udgjorde en Kreds af 5 bægerlignende, grønne Blade, afvexlende med Kronfligene. Den regelmæssige, 5-kløvede Krone var bleggrøn med lila Spidser, som ragede op over Fnokken. Støvtraadene vare brunlige; de endte snart med 5 frie, hindeagtige, brune Plader, snart med et brunt Rør, der var forsynet med 5 hvide Tænder, og ragede op om Grifflene i Højde med Kronfligene, og stedse uden Støv. Den lysegrønne Griffel ragede 2—3''' frem af Kronen og havde opadtil en mørkegrøn, tenformet Opsvulmning, endende med de to sammenklæbende,



Fig. 29. Forskellige Monstrositeter i Marktidslens Kurve (sm. Texten).



i Spidsen lila Arflige; derimod fandtes ingen Haarkrans. Hos de mere vanskabte Blomster vare i det mindste nogle af Fnokstraalerne omdannede til brede, fliget-tornede og med en tornet Midtribbe forsynede Blade; Kronen var da helt grøn, med 5 bredt-ægformede, snart helrandede, snart tornede Flige, Stovtraadene linieformede, flade, farveløse, med frie, flade, lidt bredere, hindeagtige Knapper, som vare hvide, med en violet Rand; Griffelen ragede ofte endnu længere frem, ofte indtil  $\frac{1}{2}$ " udenfor Kronen, med et tykt, grønt Ar, hvis tornede Flige vare vidt udspærrede og ofte store, bladformede og tornet-fligede. Enkelte Blomster i de grøngriffede Kurve vare saa omdannede, at der indenfor Fnokken kun fandtes nogle svage Rudimenter af de øvrige Blomsterdele, samt i Midten et eneste,  $\frac{1}{2}$ " langt, midtribbet, lancetformet, fliget og overalt tornet, grønt Blad.

## VII. Former og Gruppedannelse.

I Naturen findes de blomstrende Skud af Marktidseelen saa at sige aldrig isolerede, men altid samlede i større og mindre Grupper<sup>1)</sup>. Hvor meget vi nu end maa forundre os over det uhyre Antal forskellige Former, der eksisterer, stiger dog vor Forundring ved den lagttagelse, at selv større Tidselgrupper, trods denne Plantes umaadelige Variation, dog kun bestaa af et meget ringe Antal forskellige Former, idet nemlig i en saadan Gruppe ofte mere end 1000 blomstrende Skud, der voxe jævnsides, kunne ligne hverandre saa at sige paa et Haar, være ligesom støbte i den samme Form.

Som Exempel skal her anføres en Tidselgruppe fra en Havreager, afbildet i Fig. 30, hvor der er taget Hensyn til Grupperingen af de enkelte Skud. Alle disse, ca. 400, høre kun til 4 forskellige Former, hvis Karakterer ere følgende:

*A ♀*: Løvbladet æg-lancetformet, middelstærkt indskaaret, dobbelt fliget, ret livlig bølget, svagere kruset i Randen, temmelig tornet, utydelig nedløbende, glat, frisk grønt; Stængelen svagt rødlig, navnlig foroven, næsten glat, kun svagt spindelvævshaaret under Kurvene, Kurvene i «Halvskærm»; Kurvdækket ægformet, ensfarvet svagt rødligt, næsten glat; Kronen lila; Griffelen ubetydelig længere end Kronen; Arret temmelig kort, med kort Hals og temmelig krusede Læber, noget siksakbøjede, Fligene aabne.

*B ♀*: Løvbladet aflangt ægformet, middelstærkt indskaaret, dobbelt fliget, ret livlig bølget og kruset, temmelig kraftig tornet, utydelig nedløbende, paa Oversiden mat grønt, paa Undersiden hvidfiltet; Stængelen næsten grøn, især foroven stærkt spindelvævshaaret; Kurvene i «Halvskærm»; Kurvdækket spraglet, temmelig filtet; Kronen lyslila; Griffelen ubetydelig længere end Kronen; Arret middellangt, uden Hals og uden krusede Læber, ret eller svagt buet, Fligene aabne.

*C ♂*: Løvbladet aflangt ægformet, temmelig svagt indskaaret, enkelt fliget, svagt bølget (næsten fladt), svagt kruset, svagt tornet, ikke nedløbende, paa Oversiden mat grønt,

<sup>1)</sup> Efter S. L. (p. 121—126).

paa Undersiden temmelig svagt spindelvævsfillet (de øvre Blade næsten glatte); Stængelen næsten grøn, svagt rødlig foroven samt her svagt haaret; Kurvene i «Halvskærm»; Kurvdækket ensfarvet svagt rødligt og lidt spindelvævsfillet; Kronen lila; Griffelen noget længere end Støvdragerne; Arret middellangt, dets papillose Parti endende tæt ovenfor Haarknuden, Fligene lukkede.

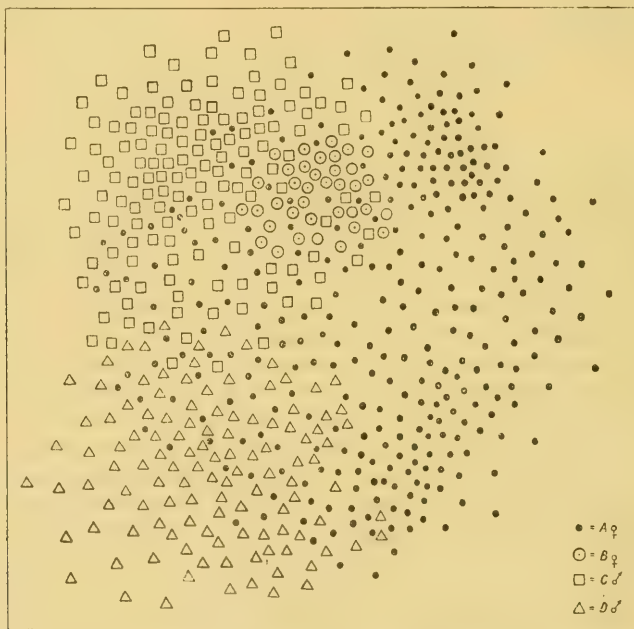


Fig. 30. En sammensat Tidselgruppe, bestaaende af ca. 400 Skud, henhørende til 4 forskellige Former, skematisk fremstillet.

*D ♂*: Lovbladet aflangt ægformet, middelstærkt indskaaret, dobbelt fliget, middelstærkt bolget, men kun lidt kruset i Randen, med kraftige Hovedtorne, men svage Bitorne, utydelig nedløbende, glat, mørkegrønt; Stængelen stærkt rødbrun, foroven næsten glat; Kurvene i «Halvskærm»; Kurvdækket rødbrunt, næsten glat; Kronen mørkt purpurfarvet; Griffelen noget længere end Støvdragerne; Arret middellangt, dets papillose Parti endende tæt ovenfor Haarknuden, Fligene lukkede.

Mellem disse 4 Former, 2 Han- og 2 Hunformer findes ikke mindste Spor af Overgang: alle Skud hørende til samme Form ligne hverandre i ét og alt. Ved at betragte Grupperingen af Skuddene indenfor Gruppen se vi, at alle til samme Form henhørende Skud ere ligesom grupperede om et Centrum, samt at Antallet af Skud af de forskellige Former er meget forskelligt.

Ved en Betragtning af Tidseliformernes Gruppering over en hel Mark viser det sig, at der dels findes Grupper, bestaaende af talrige Skud, indtil 1000, der i ét og alt ere nøjagtig ens, «enkelte Grupper», snart Hungrupper, snart Hangrupper, og dels Grupper, hvis Skud tilhøre flere, men altid kun faa forskellige Former; i en saadan «sammensat Gruppe» ere sædvanlig alle de Skud, der høre til samme Form, og hvis Antal kan variere fra en halv Snæs til flere hundrede, grupperede om 1 Centrum, medens man i sjældnere Tilfælde træffer dem fordelt i flere Smaagrupper indenfor samme Hovedgruppe. Det er forholdsvis sjældent, at samme Form optræder i forskellige Hovedgrupper paa Marken, enten disse nu ligge nærmere ved hverandre eller vidt adskilte.

Grupperne ere snart meget tætte og i saa Tilfælde ofte forholdsvis skarpt begrænsede, snart ere de mere aabne, snart ere de tætte paa enkelte Steder og mere aabne paa andre; dette gælder saa vel Hovedgrupperne som den enkelte Formgruppe.

Idet vi nu gaa over til en Undersøgelse af, hvilken Forbindelse der er dels mellem de forskellige Tidseliformer og dels mellem de blomstrende Skud, der høre til samme Form, ville vi først søge at besvare det Spørgsmaal, om der i Henseende til Forplantnings- evne er Forskel mellem Formerne. Det bliver jo her alene Hunformer, der komme i Betragtning, da Hanplanterne selvfølgelig kun have vegetativ Formering. En Række Udsædsforsøg med Frugter af et betydeligt Antal (28) forskellige Hunformer gav det Resultat, at de alle vare forplantningsdygtige. Der er da Grund til at tro, at alle Hunformer, hvordan end Griffel og Ar er bygget, ere i Stand til at give god Frugt. At der kan være nogen Forskel i Frugtbarhed, er ganske vist muligt; imidlertid vil man i Regelen finde, at alle Former, der voxe under de samme Vilkaar, væsentlig forholde sig ens. I det hele synes det, at den Forskel, der ofte viser sig mellem forskellige Formers Evne til at udvikle Frugt, væsentlig er begrundet i de ydre Vilkaar. I Skove, dels mellem højt Græs, dels mellem Buske, dels paa Steder, der mere eller mindre tæt omslutes af Krat, synes Tidselen særlig utilbøjelig til at give Frugt; man kan her træffe Grupper paa 100 Skud og derover (sammensatte af saavel Han- som Hunplanter), i hvilke man næppe kan samle en halv Snæs Frugter med spiredygtigt Frø. Paa dyrkede Marker er alle Formers Frugtrigdom betydelig større, om det ellers tillades dem at udvikle Frugt; men ogsaa her vil man kunne træffe hele Formgrupper, hvis Skud ingen god Frugt give, dog altid kun Grupper med et ringere Antal Skud og mere eller mindre isolerede, o: mere eller mindre fjernede fra Hangrupper. Som oftere omtalt er det et Faktum, at Marktidselen ikke har sin Styrke i at udvikle Frugt,

og det gælder i Almindelighed, at ingen Form, hvorledes den end er situeret, giver megen god Frugt — en Uendelighed af Blomster forblive altid gode.

Det næste Spørgsmaal, som her skal undersøges, er dette: Er der Formforskel mellem forskellige Frøplanter, avlede af en og samme Moderform? I et Bed med god Muldjord, paa et solvarmt Sted med passende Fugtighed saaedes Frø af en bestemt Tidselform i September 1871; de spirede næste Foraar, og i Løbet af Sommeren naaede 15 Frøplanter til Blomstring. Ved Undersøgelsen af disse viste det sig, at i det mindste de 13 vare forskellige fra Moderformen enten ved Køn (6 vare Hanplanter) eller ved Bladets Form, Indskæring, Bølging og Behaaring, eller ved dets Nedloben, eller ved Kurvdækkets Form og Farve eller endelig ved Griffelens Længde og Arrets Bygning. Af de 15 Frøplanter vare fremdeles i det mindste de 11 forskellige indbyrdes. De ikke blomstrende Frøplanter af samme Moderform viste lige saa stor Variation, idet de fleste dels vare meget forskellige indbyrdes og dels forskellige fra Moderformen. — Undersøgelsen af Frøplanter efter andre Former bekræftede fuldstændig det meddelte Resultat.

Naar man første Gang faar Øje for Tidselformernes ejendommelige Gruppedannelse uden at kende noget til Plantens Formeringsmaade, vil man sige saaledes: Her, hvor jeg finder Hundreder af blomstrende Tidselplanter samlede i én Gruppe, maa øjensynlig alle Planter hidrøre fra Frøudsæd af én eller nogle faa Moderplanter, der have kastet deres Frø tæt omkring sig. Sandsynligheden heraf bestyrkes ved den Omstændighed, at de mange blomstrende Planter kun høre til ganske faa Former: «Formen har holdt sig». Det maa dog strax vække nogen Mistanke, at Tidselens Frugtrigdom kun er ringe, samt at Frugten er forsynet med Faldskærm, hvorfor man skulde tro, at Frugterne bleve spredte vidt omkring, i Stedet for at falde til Jorden ligesom i én Bunke. Har man nu senere gjort den lagttagelse, at der ogsaa findes Grupper, bestaaende ene og alene af Hanplanter, da synes det hele Grupperingsforhold en fuldstændig Gaade, da det vilde være et helt Mirakel, om der her paa samme Plet var saaet flere hundrede Hanplanter, alle af samme «Form».

Imidlertid ville de foregaaende Undersøgelser have ført os ud over alle Vanskeligheder. Vi sammenstille følgende Sætninger:

1) En Frøplante af en hvilken som helst Form vil i Tidens Lob under gunstige Vilkaar danne en stedse voxende Gruppe af Rodsystemer, der aarlig udvikle et stedse stigende Antal Skud.

2) Alle Skud, udviklede fra den hele Mængde af Rodsystemer, der stamme fra én Frøplante, høre alle til samme Form.

3) Ved Udsæd af Frø af samme Form frembringes en talrig Mængde forskellige Former, idet forholdsvis meget faa af de avlede Frøplanter høre til samme Form som Moderplanten eller ere indbyrdes ens.



Det er væsentlig Marktidslens uhyre Varieringsevne, der sætter os i Stand til fuldstændig at forstaa Gruppedannelsen, idet de enkelte «Exemplarer» fremtræde som vel adskilte. Imidlertid have vi set, at, hvor uendelig Tidslens Variering end er, saa ere dog ved Udsæd af én og samme Form altid nogle faa Frøplanter saa ens, at de ikke frembyde nogen kendelig Forskel. Dette vil let kunne give Anledning til Fejlsyn, idet man undertiden til ét Exemplar vil kunne henføre Skud, der maaske høre til 2 eller flere Exemplarer. Naar Skud, henhørende til samme Form, findes i vidt adskilte Grupper, kan der ikke være Tvivl om, at vi her have at gøre med forskellige Exemplarer; men hvis nu 2 saadanne Exemplarer af samme Form havde saaet sig tæt ved hinanden, saaledes at de af dem dannede Grupper i Tidens Løb ligesom «fløde sammen», saa vilde det være temmelig umuligt at afgøre, hvilke Skud der hørte til det ene og hvilke til det andet Exemplar, ja overhovedet at afgøre, hvorvidt der var flere Exemplarer til Stede eller ej. Hvor Skud af en og samme Form optræde i flere mindre Grupper indenfor samme Hovedgruppe, er det sandsynligt, at hver mindre Gruppe for sig er = 1 Exemplar, men sikkert er det ingenlunde; man maa betænke, at hver Tidselgruppe har sin Historie, og det vel ofte en meget lang Historie. Et ungt «Exemplar» bestaar selvfølgelig af et ringe Antal Skud, et gammelt vil kunne bestaa af et meget stort Antal; paa samme Mark, i en og samme Hovedgruppe, hvis Exemplarer alle have udviklet sig Aar for Aar under de samme Væxtbetingelser, vil Forholdet mellem Antallet af Skud, henhørende til de forskellige Exemplarer, nogenlunde sikkert angive Forholdet mellem Exemplarernes Alder. I en Gruppe som den, der fremstilles i Fig. 30, og som tydelig nok dannes af 4 Exemplarer, vil det Exemplar, der er betegnet ved *A*, først have slaaet sig ned paa Pletten. Lange Tider — maaske lange Aarrækker efter har Exemplaret *D* indfundet sig, senere endnu *C* og endelig sidst af dem alle *B*. Der kan ikke være Tvivl om, at flere af disse store Tidselgrupper ere over 100, ja flere hundrede Aar gamle; og nu i al den lange Tid, der er forløben, inden Gruppen er naaet frem til den Udvikling, den nu har — hvor mange Omvexlinger kan den ikke have undergaaet? En saadan Gruppe kan ganske sikkert opløse sig i flere Smaagrupper, og derfor er det ingenlunde vist, at Skud af samme Form, der nu optræde i flere isolerede Smaagrupper indenfor samme Hovedgruppe, oprindelig høre til forskellige Exemplarer.

Nu kunde man maaske undre sig over, at Antallet af Tidseksemplarer er saa ringe som det er; paa en 15 Tdr. Land stor Mark, der var ganske jævnt bevoxet med Tidsler, kunde saaledes hele Antallet af Exemplarer anslaaes til 150. Fremdeles kunde man undre sig over, at Udbredelsen af det enkelte Exemplar, skønt det kan opnaa en Alder af flere hundrede Aar, og Rodradierne kunne krybe en Snes Fod, ikke er større, end den viser sig at være; en Gruppe, bestaaende af flere Tusinde Skud, men dannet af et eneste Exemplar — sikkert en af de største Grupper, man nogensinde vil træffe paa — viste sig ved Maaling at have Diametre paa 120—160%. Til det anførte skal blot bemærkes, at

Tidselen jo for det første giver forholdsvis liden god Frugt, fremdeles at kun et meget ringe Antal af de spiredygtige Frø spire heldig, og endelig, at de unge Planters videre Udvikling, naar de først ere naaede saa vidt, at deres Existens er nogenlunde sikret, i høj Grad er betinget baade af Jordbunden og af andre ydre Forhold; paa dyrket Jord mishandles Grupperne ofte i den Grad, at man næsten maa undre sig over, at der overhovedet vedbliver at være Liv i dem, medens der i fri Natur, hvor Tidselen ikke har at kæmpe med Mennesker eller Kreaturer, optræder Fjender, der ofte ere langt frygteligere, nemlig andre Ukrudsplanter.

Tage vi den relative Hyppighed i Betragtning, hvormed de forskellige Former optræde, da viser sig her den ganske simple Lov, at Former, der — om end blot i én enkelt Henseende — staa nær ved Varieringens Ydergrænser, ere sjældne, medens Antallet af Former er størst nær ved Varieringens Centrum. Af Sjældenheder kan saaledes nævnes: Hanplanter med aabne Arflige; Hunplanter med sammenlukkede Arflige, men ogsaa saadanne, hvis Arflige ere meget vidt aabne; fremdeles Former, hvis Ar har meget lang Hals: Former med meget lang Griffel, helt hvide Kroner, cylindrisk Kurvdække, stærkt nedløbende Blade, meget stærkt indskaarne, filtede, bølgede og tornede Blade, men ogsaa svagt indskaarne Blade osv. Af almindelig forekommende Former kan paa den anden Side nævnes saadanne uden Hals paa Arret, med middellang Griffel, lila Kroner, langt ægformet Kurvdække, svagt nedløbende og middelstærkt indskaarne Lovblade osv. De forskellige Varieringsforhold ere i de allerfleste Henseender uafhængige indbyrdes; det vil da forstaaes, at Former, der i flere Forhold staa Varieringsgrænserne nær, maa være endnu sjældnere end saadanne, der kun i en Henseende nærme sig disse Grænser. Saaledes vilde det f. Ex. være noget uhyre sjældent, om man fandt en Hunform med stærkt nedløbende Blade, meget lang Griffel og sammenlukkede Arflige; at imidlertid en saadan Form vil kunne forekomme, ligger ligefrem i Varieringens Natur. At de Former, der staa nær ved Varieringens Ydergrænser, ikke blot ere, men ogsaa vedblive at være sjældne, er ret forklarligt, idet Moderformens individuelle Ejendommelighed jo kun vil overføres paa en ringe Del af dens Afkom.

Det er som oftere omtalt Bladene, der ere underkastede den største Variation<sup>1)</sup>, og de af forskellige Forfattere opstillede Afarter støtte sig saa godt som udelukkende paa Bladenes forskellige Former og Beklædning. For den danske Floras Vedkommende er der først optaget særegne med Navn betegnede Varieteter i Joh. Langes Haandbog. I den tredje Udgave af dette Værk findes saaledes opstillet 4 Varieteter:  $\beta$ . horridum W. & Gr.,  $\gamma$ . mite Koch,  $\delta$ . integrifolium W. & Gr. og  $\epsilon$ . semidecurrans Lge. Senere er der beskrevet

<sup>1)</sup> Efter E. R. (p. 126—128).

(Bot. Tidsskr. 2. Række. 1. Bind. p. 206) en Varietet under Navn af *Cirs. arv. var. decurrens* Nielsen, ligesom der ogsaa af forskellige Forfattere omtales en *var. alba*. Hartmann's *var. ferox* er ikke andet end en Form med nedløbende Blade, som tillige, hvad der netop hyppig samtidig er Tilfældet, har meget indskaarne Blade.

Hvidblomstrede Exemplarer af Marktidslen forekomme sjælden, men kunne ikke med Rette opstilles som en egen Afart. Ligesom af de fleste andre Planter med røde og blaa Blomster kan ogsaa hos Marktidslen et og andet Individ af ubekendte Grunde faa blegere eller endog helt hvide Blomster. I Regelen staar Kronens blege Farve i Forbindelse med en lys, gulgrøn Tone hos hele Planten; selv Frugten er blegere end sædvanlig, og saadanne blegsottige Exemplarer, der iøvrigt kunne være høje og vel udviklede, forekomme ofte i Grupper paa en Snes Stykker eller flere.

Undertiden faa enkelte Exemplarer af Marktidslen, paa Grund af samtlige Blades overordentlig krusede, næsten grønkaallignende Form, et saa ejendommeligt Udseende, at man fristes til at grunde en Varietet herpaa, men dens ringe Holdbarhed ses deraf, at ikke alene de af Frøene, men ogsaa de ved Dyrkning af et Rodbrudstykke frembragte nye Stængler kan faa lige saa flade Blade som nogetsomhelst andet, under lignende Forhold dyrket Exemplar. Det samme gælder om de Marktidsler, man hist og her træffer gruppevis med usædvanlig aabne eller endog udspilede og tilbagebojede Grene, hvilke træffes baade blandt Hun- og Hanplanter. Saadanne Former med nedbuede og med Spidsen atter opstigende Grene kan man undertiden iagttage at hidrøre fra, at Toppen er bleven afhugget, hvorved Grene strax efter i Solvarmen ere blevne slappe og nedhængende, men ved fornyet Tilvæxt atter have rettet sig med Spidsen opad. Andre Exemplarer eller endog Grupper af Tidsler kunne have saa oprette, næsten tiltrykte Grene, at de faa et risformet Udseende.

Naar man ved Former indenfor *Cirsium arvense* alene vil holde sig til saadanne, der ikke blot i deres typiske Skikkelse have noget særlig ejendommeligt baade i Dragt og visse Karakterer, samt forekomme temmelig almindelig udbredt, men som navnlig tillige ikkun optræde under visse bestemte ydre Forhold, saa bør man vistnok kun indrømme følgende 4 Afændringer Ret til at kaldes Former, der maaske fortjene særlig Betegnelse:

1) *Cirsium arvense f. maritima*. Der er Grund til at anvende denne Betegnelse, dels fordi Formen optræder i stor Mængde overalt i Marskegnene, dels fordi det maa antages at være denne, som E. Fries har haft for Øje ved Beskrivelsen af sin *C. a. β. maritimum, spinosissimum, foliis dissectis, floribus congestis* (Flora Hallandica p. 130). Denne Form udmærker sig ved sin lave, men kraftige, ofte bugtede Stængel, sine dybt indskaarne Blade med tætsiddende og stærke Torne og i Regelen nedløbende Rande samt lange, aabne og stærke Grene med store, henimod Enden tæt samlede Kurve.

2) *C. a. f. setosa*. Det maa antages at være den samme, som under dette Navn er opstillet som en Art, nemlig *Serratula setosa* Willd. (Sp. plant.), *Cnicus setosus* Bess. (Primitiae florae Galiciae), *Cirsium setosum* Bieb. (Supplem. florae Taurico-caucasicae). Ligeledes hører hertil forskellige Forfatteres var. *integrifolia*, og sandsynligvis er *Serratula complanata* Schweigg. identisk med den bred- og slapbladede Form. Den forekommer paa skyggefulde Steder, under Træer i Skove og Lunde, og udmærker sig især ved sine flade, temmelig hele, svagt bugtet-tandede Blade med smaa og svage Torne. Bladene ere som sædvanlig snart med, snart uden nedløbende Rande, og deres Beklædning varierer som sædvanlig, idet de snart ere grønne og glatte paa begge Sider, snart graafilte, især paa Undersiden. Denne Form bærer iøvrigt kun faa Kurve og er som oftest aldeles gold, hvilket tydelig nok viser, at det er en sygelig Skyggeform, der ogsaa meget snart gaar over til den sædvanlige Form, naar Luft og Lys faa rigelig Adgang. I Naaleskove kan man ofte finde meget slanke, opløbne Exemplarer med skøre Stængler og indtil 3½" lange Stængelled.

3) *C. a. f. argentea*. Det er sikkert denne Form, der af Vest er beskrevet under Navnet *Cirsium argenteum* (vide Decandolles Prodrômus. Pars VI. p. 654), ligesom ogsaa *C. a. d. vestitum* Koch hører herhen. Den udmærker sig ved, at Bladenes Underside er tæt og snehvidt filtet, og samme Beklædning findes paa Kurvstilkene. Den synes stedse at have en lang Stængel; ligesom forrige Form har den kun faa Kurve, og hyppig ere Stænglerne uden Blomster. Denne Form synes alene at optræde paa gamle Græsgange, saasom Overdrev og græsgroede aabne Skovsletter, og efter at saadan Jord er tagen under Behandling med Plov og Harve, kan man se de samme «Tidselspletter» forvandle sig til de almindelige, paa dyrkede Agre forekommende Former.

4) *C. a. f. gracilis*. Denne Form kan findes mange Steder paa aabne Pladser i Skove. Den udmærker sig ikke som de andre Former ved noget ejendommeligt med Hensyn til Bladene, men ved sin høje og slanke Bygning, sine smaa, valseformede Kurve og navnlig ved sine Frugter, der kun ere halvt saa store som sædvanlig og fornedet kegleformet tilspidsede.

## VIII. Forekomst og Optræden.

Hvad Marktidselels Voxekreds og Udbredelse<sup>1)</sup> angaar, saa træffes den i den største Del af Europa og i en Del af Sibirien. Den findes endnu saa sydlig som i Spanien, er efter Linné hyppig i det sydlige Lapland, findes i Norge til Salten og, om end sjælden, baade paa Island og Færøerne, paa hvilket sidste Sted den dog først i nyere Tid synes at være indvandret (Bot. Tidsskr. 4. Bd. p. 52). Ved Agerdyrkningen har den faaet en langt større Udbredelse end oprindelig og er med Kornavlens bleven udbredt til alle Verdensdele; den er saaledes ifølge Decandolle's Prodrômus nu almindelig i Nordamerika. Angaaende den Højde over Havet, hvortil den naar, anfører Ratzeburg (Standortsgewächse und Unkräuter Deutschlands u. d. Schweiz. 1859. p. 403), at den hører til de store og haardføre Ukrudsplanter, som naa eller overstige den øvre Kulturgrænse for Mark og Have. I Syd-europa optræder den som skadelig i Vinmarkerne, og fra de koldere Egne er den især bleven berøgtet ved sin massevisse Optræden i Havremarkerne, hvilket endogsaa har givet Anledning til Plantens Bauhin'ske Navn eller Diagnose: *Carduus in avena proveniens*, og til forskellige af dens folkelige Navne. Da det er en i høj Grad perennerende Plante, som man i lange Aarrækker kan træffe dominerende paa samme Plet paa en Mark, naar der intet gøres for dens Udryddelse, saa optræder den naturligvis som Ukrudt mellem alle de i Vexeldriften paa en Mark dyrkede Planter. Aarsagerne til, at den fortrinsvis udvikler sine overjordiske Dele saa kraftig i Vaarsæd og da særlig i Havre, saa vel som de Modifikationer i dette Forhold, som et forskelligt Sædsifte medfører, ville i det følgende blive nærmere belyste. Naar man gennemlæser Agerdyrkningsberetningerne i landøkonomiske Tidsskrifter, hvori desværre alt «Ukrudt» som oftest slaas sammen under ét, da finder man stedse, at det er Havren, der lider af de mange Tidsler: «Tidsler myldrede frem i Havren», «Tidslerne have faaet for stærk Magt i mange Havremarker», «paa store Pletter er Havren undertrykket af Tidsler», og saa fremdeles. Naar Marktidselelsen voxer i Havren (eller overhovedet mellem Sæden) og deri danner store nøgne Pletter, paa hvilke Kulturplanten er

<sup>1)</sup> Efter E. R. (p. 129—131).



gaaet ud, har man villet tilskrive dette en vis Antipathi mellem Havren og Tidselen, ligesom ogsaa ældre Plantefysiologer have søgt at forklare den sidstes skadelige Virkning ved visse Exkreter, som den skulde udskille, medens Ratzeburg (l. c. p. 296) endog henregner den til Pseudo-Parasiter, hvormed han dog kun mener, at Marktidselen ikke alene ved sin Størrelse fortrænger andre Planter, men tillige kommer i Kollision med Kulturplanterne paa Grund af, at den behøver de samme Næringsmidler. Marktidselen finder undertiden Indpas i Haver, og navnlig kan den undertiden i lerede og noget fugtige Køkkenhaver optræde i en usædvanlig Tæthed og Frodighed, skønt den sædvanlig mangler i de Fortegnelser, som gives over de skadeligste Ukrudsplanter i Haverne.

Den direkte Nytte, som Marktidselen yder Mennesket, og den Anvendelse, man har gjort af denne saa hyppig forekommende Plante, er meget ringe. Den har i sin Tid været anvendt som Lægeplante; dens officinelle Navn var «Herba Cardui hæmorrhoidalis», hvilket er gaaet over i nogle folkelige Navne, saasom tysk: Hæmorrhoidaldistel og spansk: Cardio hemorroidal. Den store Mængde bløde Fnok, som i Høsten skyder frem af Kurvene — «Tidselen ryger» eller «Tidselen skyder sine Dun» eller «Tidselen blader ud» — har til forskellige Tider forledet Folk til at spekulere i denne Fnoks Anvendelse navnlig til Fyld som Surrogat for Fjer, men vistnok uden stort Held. Da der kun er saa lidt godt at sige om denne Plante, fortjener det dog at nævnes, at Bier, ligesom mange andre Insekter, samle nogen Honning i dens Nektarium. Den tyske folkelige Navn: «Wanzen-distel» er maaske kun opstaaet som Følge af en vis Ringeagt, men det kan ogsaa være, at det antyder, at den benyttes til at fordrive «Væggetøj». Det er bekendt nok, at de unge, endnn skøre Tidsler gerne ædes ikke alene af Æsler, men af Heste, Kvæg, Faar, Geder og Svin (den kaldes ogsaa paa tysk «Saudistel»), ja ituhakkede ogsaa af Gæs, saa at man paa sine Steder endog indsamler de unge Tidsler om Foraaret i dette Øjemed. At de afgive et ret godt Foder, synes ogsaa at fremgaa deraf, at en Ko, der i 3 Dage fodredes udelukkende med Tidselgrønt, kun viste ringe Aftagen i Mælkeproduktionen. Dog maa det bemærkes, at de af Tidselrusten angrebne Planter sandsynligvis ere skadelige for Kvæget, i Analogi med, hvad der er Tilfældet med flere andre af Brand og Rust angrebne Planter. Enkelte danske Stednavne, saasom Tidselholt, Tidselbæk, Tidselbjerg, have formodentlig faaet deres Navn af det oldnordiske Þistill, men vel snarere fra andre, særlig paa udyrkede Steder forekommende Tidselarter.

Skønt man med Tidselnavnet sædvanlig forbinder Begrebet om noget ondt og foragteligt, betragter Tidselen som det personificerede Ukrudt og erklærer, at den trives desto bedre, jo mere den hades, saa tyde dog bl. a. forskellige Talemaader (sml. Afsnit X) paa, at den ikke altid eller overalt er saa ilde lidt af Landboerne. Som et Tegn paa Ufrugtbarhed lyder vel det bibelske: «Torne og Tidsler skal din Ager bære» (Gen. III. 18) og «Jorden, som bærer Torne og Tidsler, er ufrugtbar» (Hebræerbrevet VI. 8), men det hebraiske

Dardar og det græske Tribolos betyde næppe nok Tidsler, endsige netop vor Marktidse, der tværtimod ganske almindelig og med Rette betragtes som et Kendetegn paa frugtbar Jord; det sidste stemmer ogsaa med den gængse Anskuelse, at «det Hø, hvori der findes Tidsler, har god Foderkraft», hvilket vistnok ikke bør forklares ved Tidselens nærende Evne, men kun ved, at Foderplanter, der voxe i saadan Jord, hvor Tidsler trives saa vel, maa være kraftige.

Medens det fra enkelte Egne (f. Ex. Nordøst-Sjælland) hedder, at Marktidse især optræder i Mængde i Vintersæden, er det dog navnlig i Vaarsæden, at den anretter saa stor Skade, og af denne er det atter Havren, der lider mest, hvorfor vor Tidse allerede 1551 af Tragus (Hieronymus Bock) kaldes Carduus avenarius. Naar Kornagrene lægges ud til Græs, aftage Tidslerne i Regeln Aar for Aar i Mængde, gaa tilsidst over i den hvidfiltede Form (f. argentea) og blive mere og mere ufrugtbare. Ved altfor tidlig Udsæd af Vaarkornet fremkommer ofte en overvættens Mængde Marktidse, idet disses Skud paa et saa tidligt Stadium ere saa dybtliggende, at de ikke tage væsentlig Skade af Plov og Harve. I en Mark paa Fyn, som allerede i Begyndelsen af Marts (1872) besaaedes med en Blanding af Ærter og Havre, fremkom der i Slutningen af April og i Begyndelsen af Maj en umaadelig Masse Tidsler, som snart indhentede Sæden og ragede op over den og kvalte den paa mange Pletter; paa «Forpløjningen» (d: den yderste Ager til alle Sider), som besaaedes med samme Blandingssæd, men midt i April, viste der sig derimod ikke en eneste Tidse, skønt der fandtes Rødder nok af samme i Jorden, og talrige Skud vare ved at bryde frem, da Ageren blev pløjet og tilsaaet; desuden begrænsede Tidselstænglerne den omtalte Forpløjning til begge Sider, baade langs de udyrkede Digerande og paa de tidligere tilsaaede Agre. Paa en tilstødende «Løkke», hvori der ligeledes meget tidlig om Foraaret (i Begyndelsen af Marts) saaedes Sommerhvede, viste der sig ogsaa først i Maj talrige Tidselskud; men de bleve «stukne» i de første Dage af Juni, og de nye, med nedløbende Blade forsynede Skud fik ikke senere nogen Magt. Det kommer iøvrigt ved Marktidse, ligesom ved andet Ukrudt, væsentlig an paa, hvorledes Vejrliget er i den første Tid, efterat Kornet er saaet, thi jo ugunstigere det er for Sædens frodige Trivsel, desto bedre Lys, Luft og Plads faa Tidslerne til at brede sig og til senere at kvæle den nærmest omkring dem voxende Sæd. At Tidslerne ved Indhøstningen paa Grund af deres Torne ere en stor Plage for Arbejderne, er let at indse.

Vi skulle nu gaa over til en nærmere Betragtning af den forskellige Udviklingsfylde<sup>1)</sup>, som Tidselskuddene opnaa paa dyrket Mark i de forskellige Væxtaar samt den dermed følgende forskellige Udviklingsfylde af Rodsystemerne, foranlediget ved Agerbruget.

<sup>1)</sup> Efter S. L. (p. 131—140).

I den nærmest følgende Skildring tages der foreløbig kun Hensyn til den dyrkede Lerjord; eftersom denne Jordart er den, Tidselen ynder bedst, vil det være let — med de nødvendige Forandringer — at overføre de her fundne Resultater til anden Jordbund.

Agerbruget drives her i Landet efter meget forskellige Driftsmaader. Nogle Steder deles en Jordlod i 7 Skifter, andre Steder i 8—9 Skifter; nogle Steder følge de forskellige Sædskifter i regelmæssig Orden, andre Steder mere eller mindre uregelmæssig. Da det her imidlertid alene gælder om at udfinde de almindelige Regler, hvorved Tidselens Optræden ved forskellig Behandlingsmaade af Jorden bestemmes, skulle vi her indskrænke os til en speciel Skildring af, hvorledes Tidselen optræder ved den Driftsmaade, der er den hyppigste i de fleste Egne af Sjælland, idet det da bliver nødvendigt hertil at føje nogle mere almindelige Betragtninger.

Sædvanlig inddeles en Jordlod i 7 Skifter, der hver for sig bære Afgrøder i følgende Orden: 1) Vintersæd, 2) 1ste Aars Byg, 3) Grøntfoder (Vikker, Vikke-Havre) og Kartoffler, 4) Havre (eller 2det Aars Byg), 5) 1ste Aars Græs, 6) 2det Aars Græs, 7) Brak. I Almindelighed vinterlægges Jorden om Efteraaret, dog faar ofte 2det Aars Græs Lov til at ligge i Ro Vinteren over, for den opløjes til Brak.

Det skal nu vises, hvorledes Tidselgrupperne (foreløbig kun Skuddene) paa en Ager, der har Rigdom paa Tidsler, almindelig optræde i de forskellige Driftsaar, saaledes som det fremgaar af talrige Undersøgelser og Sammenstillinger i fri Mark. — Den kraftigste Udvikling naa Tidselgrupperne absolut i sidste Halm, hvorfor vi ville begynde med dette Sædskifte.

1. Havre (2det Byg, Blandsæd). I Tidselgrupperne, der ofte have en vid Udstrækning, kunne Skuddene staa saa tæt, at man — som Bonden siger — «ikke kan sætte en Finger». De Havrestraa, der have udviklet sig i dette slette Selskab, befinde sig meget ilde, da Tidselen forlængst har taget Magten; dette vil dog navnlig være Tilfældet paa mere tør Grund. Da Havren sædvanlig er den Sædart, der mejes sidst, er den tiltige den, i hvilken Tidselen hyppigst faar Lejlighed til at udvikle en nogenlunde rigelig Mængde moden Frugt, især naar Sæden, som det undertiden er Tilfældet paa Herregaardsjord, staa noget længere, end den egentlig burde. Imidlertid er der Grund til at antage, at en Del af Skalfrugterne ville kunne fuldføre Modningen, medens Tidselskuddene staa «i Hov» sammen med Havren, selv om Frugten kun var halvmoden, da Sæden og med den Tidslerne mejedes. — Efter Høsten sende de i Jorden staaende Stængelstumper Løvskud frem, der vegetere til Frosten indfinder sig, hvorefter Vinterhvilen indtræder.

2. 1ste Aars Græs. Strax ved Foraarstid myldre friske Tidselskud frem, paany formerende Grupperne. Skuddene voxer livlig sammen med Foderet, indtil den Tid, da Græsset skal slaas. Alle kraftige Tidselskud have paa den Tid vist Kurvknopper, og hvis

Hø høsten falder sent, have nogle af dem-paabegyndt Blomstringen inden Høsten. Men — Græsset slaas og med det Tidselskuddene, der følge Høet i Stak, paa Læs, i Lade.

Paa Græsmarken forsøge imidlertid de tilbageblevne Stængelstumper paa at grønnes paany; der udvikles ogsaa nye Skud umiddelbart fra Roden, dog kun enkelte. Men Kreaturerne indfinde sig snart og aføde de unge Tidselskud med samme Begærlighed som Grøntfoderet. Atter komme nye Skud, men svagere, atter græsses Marken over. Naar den kolige Tid indtræder, og baade Græssets og Tidselens Væxt bliver svagere, gaa Kreaturerne Græsmarken saa nær som muligt; endelig bliver det Vinter, og Tidselen hviler.

Det vil altsaa ses, at Tidselen kun den første Halvdel af Aaret fik Lejlighed til at udvikle sine Skud nogenlunde kraftig, hvorimod den senere hemmes saa stærkt i Udviklingen, at man sent paa Sommeren endog vil have Vanskelighed ved at paa vise Stederne for de store Tidselgrupper, der i Havren bredte sig saa stærkt; at paa vise Gruppernes Begrænsning er ligefrem umuligt.

3. 2det Aars Græs. Næste Foraar, naar al Plantevæxt vaagner og Græsset begynder at grønnes, kaldes ogsaa Tidselskud frem i ret talrig Mængde paa de Steder, hvor Skuddene forhen stode i tætte Grupper. Kreaturerne indfinde sig imidlertid strax i Maj; Græsset afødes og dermed Tidselen; den skyder frem paany, afødes atter — og saaledes den hele Sommer igennem. De fleste Tidselskud faa kun Ro til at udvikle sig til faa Tommers Højde; kun hvor den friske Kreaturgødning har givet Anledning til en rigeligere Plantevæxt — Steder, der for Kreaturerne selv, i det mindste foreløbig, ere «tabu» — her alene paa den hele Græsmark findes de Asyler, hvor Tidselskuddene kunne udvikle sig mere frit. Men paa Sommeren vil man af de tidligere tætte Tidselgrupper kun se svage Spor, og under disse for Tidselen bedrøvelige Forhold bliver det Vinter.

Enten nu Græsmarken pløjes op om Efteraaret eller først næste Foraar, er der for Tidselens Vedkommende ingen Forskel paa, da den hviler Vinteren over, og da i begge Tilfælde alle de Stængelknopper, der stode færdige i Jorden til at bryde frem, afskæres ved Pløjningen.

4. Brak. Ingen Prøvelse er saa haard for Tidselgrupperne som «Brak». Medens Tidselskuddene ved at afgræsses ofte beholde en Del af Skuddet uskadt, saa at de dog altid ville kunne assimilere noget, saa blive Skuddene ved «Brak» afskaarne af Ploven den ene Gang efter den anden (3—4 Gange) et godt Stykke under Jordoverfladen. Der skal altsaa den ene Gang efter den anden sendes nye Generationer af Skud frem fra en ret betydelig Dybde. Ere endelig enkelte Skud naaede frem over Jorden og have begyndt at assimilere, tildækkes de med Jord ved Harvningen og sættes derved ud af Virksomhed for senere, naar Jorden atter behandles med Ploven, helt at afskæres.

Hvor tappert Tidselen imidlertid holder ud, ses ikke desto mindre bedre her paa Brakmarken end paa Græsmarken, hvor Græsset let lader os overse Tidselen; her paa den



nøgne Jord er hvert Skud kendeligt. Paa en ægte «Tidselager» indfinder der sig allerede 8—12 Dage efter Plojningen, selv om denne har været nok saa grundig, en ny Generation af Tidselskud, og da først i Agerfurerne, hvor de unge Skud kun skulle gennemtrænge et ringe Jordlag for at naa frem for Lyset. Imidlertid — jo længere det lider mod den Tid, da Vintersæden skal saas, jo livligere røres Brakmarken, og jo svagere bliver Skududviklingen. Det er sjældent, at Tidselskud bryde frem i den unge Vintersæd samme Aar, denne er saaet; man kunde derfor gerne tro, at Tidselen virkelig var død, men — man vente blot til næste Aar!

5. Vintersæd. I Begyndelsen af Maj viser der sig virkelig paany Tidselskud paa de Steder, hvor der for 4 Aar siden udviklede sig et rigt Tidselflor; Skuddenes Tal er nu forholdsvis meget ringe, deres Kraft meget beskedet. Det kunde synes, som om deres Stilling var mindre gunstig; imidlertid nyde de her den Ro, som saa haardt har været savnet i de senere Aar. De indrette deres Væxt efter Forholdene: naar Vintersæden hæver sig, strækker ogsaa Tidselskuddet sig, bliver langt og opløbet; dets Grene blive meget korte, dog, hen paa Sommeren, ret bladrige, kostformet buskede. De fleste af Skuddene blomstre ikke; de enkelte, der blomstre svagt, sætte i Almindelighed ingen Frugt i Rugen, derimod vel i Hveden, som høstes en Tid senere. Den hele Mængde af moden Frugt, Tidselskuddene i Vintersæden præstere, er, som det let vil ses, højst ubetydelig.

Naar Vintersæden og med den Tidselen er mejet, skyde Løvsrud frem fra de i Jorden tilbageblevne Stængelstumper, Løvsrud, der assimilere, indtil Jorden vinterlægges.

6. 1ste Aars Byg. I Maj Maaned, altsaa temmelig sent paa Foraaret (hvilket skyldes Efteraarsplojningen), træde Tidselskud frem i et efter Omstændighederne ret anseligt Tal og med ret anselig Udviklingskraft. Endel af Skuddene — de, der først skød frem — lide vel noget ved Jordens Foraarsbehandling; dog er den Skade, der tilføjes Tidselgrupperne herved, i det hele kun ringe, da der nu kun anvendes Harve. Tidselskuddene kunne derfor ofte flokkes i ret anselig Mængde i den unge Vaarsæd. Naar Jorden ikke er altfor fugtig, og Byggen ikke altfor «stærk», ville kraftige Tidselskud snart naa dette i Højde, ja adskillige ville endog rage op over det. Skuddene grene sig ofte livlig; Bladrigdommen er ofte betydelig, Blomsterrigdommen ligesaa; kort sagt: Tidselen befinder sig kendelig vel. Den minder næsten om tidligere Dage, da den for 5 Aar siden stod her i fuld Prag; Omridsene af de tidligere Grupper ere ofte ret tydelige, dog ser man nok paa disse aabne Grupper, at den nye Tid ikke er den gamle gode Tid.

Saafernt Byggen høstes tidlig, give Tidselskuddene intet eller meget lidet modent Frø; høstes Byggen sent, præstere Skuddene endel moden Frugt, hvis Mængde dog kun er ringe — endog meget ringe i Sammenligning med, hvad Tidselskud, udviklede i Havre, kunne præstere. — Som sædvanlig udvikler Tidselen i Eftersommeren, naar Sæden er



høstet, et Antal Løvskud fra de tilbagestaaende Stængelstumper, Løvskud, der assimilere, til Jorden vinterlægges.

7. Grøntfoder. I Vikkehavre, der slaas, medens den er grøn, derefter den følgende Del af Sommeren afgræsses (eller ogsaa strax afgræsses), voxer Tidselskuddene i det væsentlige omtrent som paa 1ste Aars Græsmark, og den første Del af Sommeren er Udviklingen livlig, paa Slutningen af Sommeren svag, hemmet som den er ved Afgræsning.

I Kartofler er Væksten ret livlig den hele Sommer igennem; thi vel hyppes Kartoflerne et Par Gange, hvorved endel Skud gaa i Løbet, men alle Skud, der staa i selve «Kartoffelraden», gaa Ram forbi; disse sidste Skud faa endog Lejlighed til at sætte rigelig Frugt, da Kartoflerne jo tages sent af Jorden. — Naar Jorden vinterlægges, ødelægges som sædvanlig de Stængelknopper, der staa i Plojelaget.

8. Havre (2det Aars Byg). I Begyndelsen og Midten af Maj bryde Skud frem i talrig Mængde, kun lidet generede ved Jordens Foraarsbehandling. De fleste Skud faa Lejlighed til at udvikle en kraftig Løvbladrosen, før Sæden rejser sig; det enkelte Skud generes meget lidt af Sæden (med mindre da Jorden er fugtig), og snart formeres Grupperne, der i Tæthed, Blomster- og Frugtrigdom mere eller mindre ligne de Grupper, der stode her paa de selv samme Steder for 7 Aar siden.

Saa vidt Tidselgruppernes Udvikling for Skuddets Vedkommende. Om man nu fulgte Gruppernes Udvikling gennem hele den samme Række af Væxtaar, idet man alene tog Hensyn til Rodsystemet, da vilde man genfinde netop den samme Tiltagen og Aftagen i Rodsystemets Udviklingsfylde, som viste sig saa klart ved Skuddet: Tiltagen til et Maximum i sidste Halm, Aftagen til et Minimum i Brak. Det frembyder selvfølgelig næsten uovervindelige Vanskeligheder i det enkelte at følge denne Rodsystemets gradvise Aftagen og Tiltagen; naar man imidlertid sammenligner den Udviklingsfylde, almindelige kraftige Rodsystemer opnaa i sidste Halm, med den, de naa i Brakaaret, da viser Forskellen sig saa skærende, at vi ikke let kunne drage nogen fejlagtig Slutning.

De kraftigste Rodsystemer, der findes i Sædemarker med Lerjord, hvilken Bund jo som tidligere omtalt er den gunstigste, ere sædvanlig beliggende ude i Randen af Sædemarken, hvilket staa i Forbindelse med, at Udviklingen af Skuddene i Regelen hemmes noget inde i Sæden. Dog vil det næppe være noget usædvanligt inde paa Marken (sidste Halm) at finde Rodradier paa 12'; Rodradiernes Antal er ogsaa under disse Forhold betydeligt, og endel af dem ere i Stand til at udvikle blomstrende Skud samme Aar som den centrale Rod. I skarp Modsætning hertil staa Rodsystemernes Udviklingsfylde i Brak, hvor Skuddene 3 Aar i Træk ere bleve efterstræbte af Dyr og Mennesker. I Brakmarken finder man ved Udgravning hen paa Sommeren, at alle Rodsystemer ere yderst svage; den almindelige Længde af Radierne er sædvanlig 2—4', idet dog Rodradier paa 2' forekomme hyppigst; ogsaa deres Antal er meget ringe: 3, 2 eller kun 1, og af unge Løvskud eller

Stængelknopper findes paa hele Rodsystemet kun 1 eller ganske faa. Imidlertid finder man desuden adskillige Rødder (og hele Rodsystemer), der aabenbart have opgivet at udvikle flere Skud, og derfor ogsaa at danne flere Formeringsrødder; saadanne udpinte, halydøde Rodsystemer træffes snart under Form af mørkebrune, enlige, nedstigende Rødder, snart som enlige, undertiden leddede Stumper af krybende Rødder, liggende i den naturlige Stilling i Jorden, men raadne i begge Ender, uden eller med aldeles rudimentære Stængelknopper. Rodsystemerne paa Brakmarken vise i det hele taget et sandt Billede paa Afmagt, i god Overensstemmelse med den ilde Medfart, de tilsvarende Skud have lidt i flere forudgaaende Aar, en Medfart, der har foraarsaget de enkelte Rodsystemer i Grupperne overordentlig store «Udgifter», men meget smaa «Indtægter».

Vi se da altsaa, hvorledes Tidselgruppernes Udvikling paa Marker, der dyrkes efter den Driftsmaade, til hvilken der ovenfor alene er taget Hensyn, er periodisk, idet der indenfor en Periode paa 7 Aar dels findes en Aftagen i Udviklingsfylde til et Minimum, dels atter en gradvis Tiltagen til et Maximum. Ved en forskellig Driftsmaade vil selvfølgelig Tidselens Optræden blive forskellig fra den skildrede; saafremt en Jordlod er delt (vedblivende) i 8 eller 9 Skifter, vil Perioden blive paa henholdsvis 8 eller 9 Aar. Imidlertid følges altid den almindelige Regel, hvad Udviklingsfylden angaar, at det Driftsaar, der hemmer Skuddets Udvikling, tillige hemmer Rodsystemet og derved den hele Gruppe, medens det Driftsaar, der ikke i væsentlig Grad hemmer Skuddet, heller ikke bevirker nogen synnerlig Indskrænkning i Rodsystemets eller Gruppens Udviklingsfylde; dog maa det her ikke forglemmes, at den Maade, hvorpaa en Tidselgruppe optræder et bestemt Aar, ikke ene og alene afhænger af den Udvikling, Gruppens Skud opnaa samme Aar, men ogsaa for en Del af deres Udvikling i de forudgaaende Væxtaar.

Det er nu imidlertid nødvendigt at gøre endel Indskrænkninger i den ovenfor givne Skildring, om denne skal have almindelig Gyldighed, og der er da nogle enkelte vigtigere Forhold, som vi særlig bør henvende Opmærksomheden paa.

Hvad for det første Virkningen af Brak angaar, da er det ganske vist en Selvfølge, at den altid vil medføre et Udviklingsminimum for Tidselgrupperne; men jo bedre Jorden brakkes, jo lavere vil dette Minimum trykkes ned, og dette vil atter have Indflydelse paa Gruppernes Udviklingsfylde i hele den kommende Væxtperiode, saa at endog det følgende Maximum vil blive lavere, end det vilde have været, om Marken havde været brakket mindre godt. Dette Forhold har en overordentlig stor Betydning, og der kunde nævnes talrige Exempler til Belysning deraf.

Det hedder sig saaledes almindelig, at Vintersæden «kvæler» Tidselen (her maa ogsaa erindres Udtrykket: «Gødning ødelægger Tidselen»). Dette synes vel saa, men er for en stor Del urigtigt; Vintersædens Evne til at kvæle Tidselen er meget betinget, nemlig

af forudgaaende Brak. En kraftig Brak svækker, som vi have set, Rodsystemerne særdeles meget; svage Rodsystemer udvikle kun Skud, der efter Anlægget ere svage; svage Skud er Vintersæden tildels i Stand til at «kvæle». Dersom ikke en kraftig Brak gaar forud for Vintersæden, kan denne ikke kvæle Tidselen, eller den kan i alt Fald kun hemme dens Udvikling i ringe Grad. — Paa en Mark ved Sorø, der var gødet saa stærkt, at det forekom Ejeren unyttigt at lade Jorden hvile, blev Folgen den, at Tidselen selv i Vintersæden optraadte med en forbavsende Styrke. Lignende lagttagelser kunne gøres hos Smaafolk, der kun eje lidt Jord, f. Ex. et Vænge, og derfor ikke mene at have Raad til at lade Jorden ligge hen — som det synes — til ingen Nytte; ligesaa paa Marker, hvor der kun holdes «Halvbrak». Det er ikke noget ualmindeligt at se en enkelt Mands Lod være stærkt befængt med Tidsler, medens Naboernes Marker rundt omkring kun bære smaa og svage Grupper; hvorfor mon Tidslerne netop ere «faldne over» ham? Svaret maa blive det, at det næppe staar godt til med Brakmarken paa hans Jordlod. Paa større Jordlodder vil man undertiden have Lejlighed til at se, at én Del af et Skifte kan være stærkt befængt med Tidsler, medens en anden Del af det samme Skifte næsten er fri for dem. Der kan næppe være Tvivl om, at en Forskel som den nævnte i Regelen stammer fra en forskellig Behandlingsmaade af Brakmarken. Paa Herregaarde er det meget almindeligt — da her ofte ved Sommertid er Mangel paa Arbejdskraft — at man lader en Del af Brakmarken hjælpe sig med en tarveligere Brak end en anden Del; har nu samme Mark Rigdom paa Tidselgrupper, vil Forskellen i Behandlingsmaaden af de forskellige Dele af Brakmarken vise sig gennem den hele følgende Væxtperiode.

Der kan ikke være mindste Tvivl om, at en Jordlod, der nu er stærkt befængt med Tidsler, ved en omhyggelig Behandling af Brakmarken næsten ganske vil kunne befries for dem — saaledes i alt Fald, at de ikke blive til Plage.

I tidligere Tider har Tidselen sikkert haft langt større Udbredelse her i Landet end i vore Dage. Dels hører man ældre Landmænd fortælle sligt, dels kan man slutte det af det ufuldkomne Standpunkt, Agerdyrkningen i ældre Tid stod paa, dels kan man endelig slutte det af den ejendommelige Maade, hvorpaa Tidselen optræder adskillige Steder den Dag i Dag: Paa de fleste veldyrkede Marker ere Tidselgrupperne, selv i Havre, forholdsvis svage; de ere kun at betragte som ringe Levninger af de kraftige Tidselgrupper, der i fordums Tid have hærget Markerne. Netop paa saadanne Marker, hvor Tidselen nu ingen synderlig Magt har, ser man ikke sjælden én og samme Tidselform optræde i flere adskilte svage Smaagrupper, der alle samle sig om ét Centrum. Der kan næppe være Tvivl om, at jo alle disse Smaagrupper ere Levninger af 1 eneste oprindelig Hovedgruppe (= 1 oprindeligt Exemplar), der navnlig ved Brakkens Indflydelse tildels er bleven undertrykt, idet dog stadig de friske Rester, der hist og her ere blevne tilbage, have arbejdet paa atter at

forene det adskilte. Saadanne splittede Grupper staa som levende Vidnesbyrd om, hvor stor hemmende Indflydelse en kraftig Brak har paa Tidselgruppernes Udvikling.

Der gives ingen Dyrkningsmaade, der virker saa hemmende paa Tidselen, som den, at dyrke Runkelroer. Som bekendt luges Runkelroerne 3—4 Gange aarlig, hvorfor ogsaa 1 Aars Væxt mellem Runkelroer vil hemme Tidselen meget betydelig. Da nu Runkelroen kan dyrkes flere Aar i Træk paa et og samme Sted, vil man ved at anvende denne sidste Dyrkningsmaade have det i sin Magt fuldstændig at massakrere Tidselen paa en forholdsvis kort Tid<sup>1)</sup>.

Det vil forstaaes, at jo flere «Halme» man tager af Jorden, jo kraftigere vil Tidselen kunne udvikle sig. Dette har man Lejlighed til at se paa de ganske enkelte Steder, hvor det endnu er Brug at tage 4de og 5te Halm af Jorden.

Endnu maa tilføjes nogle Bemærkninger om et Forhold, der vel ikke vedrører Tidselens Optræden paa den dyrkede Ager, men som dog vedrører Agerbrugets Indflydelse paa dens Væxt — Agerbruget taget i videste Forstand — nemlig Tidselens Optræden paa perennerende Græsmarker. Naar en Mark, der det foregaaende Aar har baaret Havre og været i høj Grad tidselbefængt, ligger som Græsmark, vil det i Eftersommeren se ud, som om Tidselen er fuldstændig forsvunden, og mangen Landmand har i et saadant Tilfælde glædet sig over endelig at have faaet Bugt med Tidselen; men om han det følgende Aar vil dyrke Sæd paa samme Mark, skal det nok vise sig, at den Vrimmel af Rødder, der findes i Jorden, ingenlunde har givet tabt. 2 Aars og 3 Aars Græs hemmer vel Tidselen endel, men ødelægger den langtfr. Paa saadan Jord derimod, hvor der holdes Græs mange Aar i Træk, dør kan Tidselen forsvinde saa at sige aldeles. Langs Veje, ved Gærder og paa lignende Steder, hvor Græsset vel slaas eller afgræsses, men meget ufuldstændig, dør trives Tidselen nogenlunde vel. Dog er den her sparsommere, end den vilde have været, om Græsset slet ikke var blevet slaaet eller afgræsset; i Skove f. Ex., paa aabne Græspletter, hvor Græsset slaas, holder den sig gjerne op til Buskadser eller søger ind mellem lavere Buske. Paa Steder derimod, hvor Græsset afgraves meget samvittighedsfuldt, der forsvinder den næsten aldeles; som Exempel kan nævnes Tidselens Optræden paa Amagerfælled 1872: hvor Jorden var nøgen, hvor der f. Ex. var bortkort Jord, eller hvor Grønsværet var borttaget, paa disse nøgne Pletter, som Kreaturerne ikke søgte, fordi Græsset manglede, dør fandtes den; fremdeles optraadte den paa Steder, hvor Kreaturerne af forskellige Grunde ikke kom, saaledes paa Skydebanerne, paa Voldskrænterne og lignende Steder. Paa den egentlige Fælled fandtes Tidselen, trods den omhyggeligste Efterforskning,

<sup>1)</sup> Dyrkning af Runkelroer er overhovedet et Universalmiddel mod ethvert haardnakket fleraarigt Ukrudt; navnlig er det at anbefale mod Felfod.



aldeles ikke. Ganske tilsvarende var dens Optræden den samme Sommer paa Nørre- og Østerfæld. Da man nu samtidig finder vor Plante paa Agrene i Nærheden i betydelig Mængde, ligger det nær at slutte: paa perennerende Græsmark kan Marktidselelsen vanskelig holde sig i Længden.

Vi have i det foregaaende alene betragtet Marktidselelsens Optræden paa dyrket Lerjord. Da den her optræder med størst Kraft, er det en Selvfølge, at den hemmende Indflydelse af Plojning, Afgræsning osv. vil være endnu stærkere paa en Jordbund, hvor Planten i Forvejen trives mindre godt.

Marktidselelsens Forhold til Dyrkningen paa Tørvejord nærmer sig mest til Forholdet paa Lerjord. At Planten er forholdsvis sjælden i Møser, selv paa de temmelig tørre Steder, har sandsynligvis for en Del sin Grund i, at Græsset i de mere tørre Moser sædvanlig afædes med Omhu af de Kreaturer, man gjerne har løsgaende i talrig Mængde saadanne Steder. Hvor Tørvejorden er tagen ind til Agerland, ere Tidselgrupperne i sidste Halm ofte ret anseelige baade i Størrelse og Antal.

Paa mager Sandjord taaler Tidselen ikke Dyrkningens hemmende Indflydelse; kun ganske enkelte Exemplarer kan man finde i sidste Halm. Hvor Sandet er mere frugtbart, holder den sig noget bedre, men er dog i det hele paa sandet Jord en i alle Henseender uskadelig Plante.

Paa Kalk, hvor Tidselen trives, om just ikke som paa Ler og Torv, saa dog nogenlunde, taaler vor Plante Dyrkningens Indflydelse ret vel.

Der kunde være Spørgsmaal om, hvorvidt det er rigtigt at sige, at Agerbruget hemmer Marktidselelsens Udvikling. Paa én Maade set er dette naturligvis Tilfældet; men — stilles Spørgsmaalet saaledes: hvor udvikle Tidselgrupperne sig bedst, paa dyrket Mark eller i den frie Natur? da maa Svaret meget ofte blive: paa dyrket Mark. Intetsteds i den frie Natur træffe vi Tidselgrupper med en saa enorm Udviklingsfylde som paa dyrket Jord. Vel er det saa, at Plojning, Harvning osv. hemmer Tidselens Udvikling paa enhver Jordbund, men samtidig beskytter den den mod dens naturlige Fjender: andre Ukrudsplanter. Disse, der ikke som Tidselen ere udstyrede med sejglivede Formeringsrødder, tvinges til at forlade Ageren, og i deres Sted træde kælne, dyrkede Planter, der sædvanligvis under de givne Forhold kun forstaa at gøre sig lidet gældende. Hvor nu den hemmende Indflydelse, som Agerbruget øver paa Tidselgruppernes Udvikling, er større end den, som andre Ukrudsplanter vilde have øvet, om Marken ikke havde været dyrket, dér kan man absolut sige, at Agerbruget hemmer Tidselens Udvikling. Hvor Forholdet derimod er det omvendte, maa Agerbruget siges at fremme den, idet det har tilladt Tidselgrupperne at opnaa en kraftigere Væxt, end der paa en Maade tilkommer dem efter de for Tilværelses-



kampen gældende naturlige Love. Det er da ikke at undre sig over, at det ofte faar Udseendet af, at vor Tidsel ligesom elsker den dyrkede Jord fremfor den frie Natur.

Naar vi da nu skulle søge at besvare Spørgsmaalet om Midler til Marktidselelsens Udryddelse, da maa det staa os klart, at den eneste Vej, ad hvilken Maalet kan naas, er den at svække Skududviklingen saa meget som muligt. Da Formeringen ved Frø som oftere omtalt har saa ringe Betydning hos denne Plante, vil det kun nytte lidt at søge at hindre denne Form af Formering; hvis man vil gøre det, maa man selvfølgelig ikke alene i Tide tilintetgøre de paa de dyrkede Agre forekommende Tidsler, men ogsaa før Frugtmodningen afhugge alle de langs Diger og Veje voxende Skud. — Fremfor alt maa Brakmarken behandles saa grundig som muligt; her er det, at Fjenden skal have sit Knæk; faar den her Lov til at udvikle sig blot nogenlunde vel, vil det kendes i hele den følgende Aarrække. — Fremdeles maa man paase, at Kreaturerne «æde rent»; som tidligere nævnt æde de gjerne de unge Tidselskud, der vistnok afgive et ret godt Foder. — Som Middel til Udryddelse af Marktidselelsens anvende nogle belgiske Landmænd Skedevand, men som det hedder ikke altid med det forønskede Udfald; andre bryde Stænglerne om mellem d. 15. August og d. 8. September, men opnaa heller ikke Øjemedet, thi samme Aar voxte de vel ikke videre, men desto mere i det følgende (Bot. Zeit. 1870. p. 773). — At «stikke Tidsler» er en overalt, ogsaa hos os, velkendt Operation, som foretages med forskellige dertil særlig konstruerede Redskaber, snart i Form af en lille, smal Spade paa et langt Skaft, snart i Form af en lille Jærnfork paa et kort Skaft, og med noget buede Tænder, ved hvis Hjælp Tidselens Rodstok brydes op uden store Anstængelser. Med Hensyn til Tidspunktet for denne «Stikning», da er man noget uenig herom. Saa meget er dog sikkert, at en altfor tidlig og en altfor overfladisk Stikning i Reglen vil bevirke, at man i Stedet for 1 Tidsel faar et Knippe af 3 eller 4 paa samme Sted, idet der strax kommer Liv i de øverste af de tilbageblevne Knopper paa Rodstokken; de nye Skud naa dog ikke en saadan Udvikling, som det oprindelige vilde have naaet, og en ikke uvigtig Omstændighed er det, at Sæden ved Afstikningen faar et Forspring for Tidselen. — Muligvis er den bedste Fremgangsmaade til Udryddelse af Marktidselelsens den, at trække Stænglerne op med Hænderne, naar de først ere blevne saa store, at det lader sig gøre, det vil sige, naar de ikke længer ere saa skøre, at man kun river Bladlusken af eller Rodstokken midt over; naar Stængelen først er bleven saa stor, at den begynder at sætte Knopper til Blomsterkurve, altsaa fra midt i Juni, naar Jordbunden ikke er altfor haard og tør, lykkes det derimod næsten altid at trække hele den lodrette Rodstok med op lige fra «Foden». Som Exempel paa denne Fremgangsmaades Nytte kan nævnes en Huslod i Skaarup, der i en længere Aarrække var meget overgroet af Tidsler, men som ved dens Anvendelse blev befriet for dem i Lobet af 3—4 Aar. — Maaske vil

der foruden de omtalte Metoder kunne findes flere andre, som ville kunne tjene til paa rationel Maade at tilintetgøre denne skadelige Ukrudtsplante. Den Hurtighed, hvormed Røddelene af Marktidseelen hentørre og dø, naar de udsættes for den tørre Lufts og særlig for Solskinnets Indvirkning, kan saaledes maaske ogsaa komme til praktisk Anvendelse, f. Ex. ved at man undlader at harve Jorden umiddelbart efter Pløjningen paa saadanne Steder, hvor der findes Tidsler, for at Sol og Luft kunne komme til at udtørre de blottede Røddele.

## IX. Parasiter.

Af E. R.

Da Parasiter jo muligvis kunne komme til at spille en Rolle som et Hjælpemiddel til at faa Bugt med Marktidseien, hvor den er til Besvær, altsaa navnlig paa dyrket Jord, er der Anledning til at give en kort Oversigt over disse.

Først skal da omtales de til Planteriget hørende Parasiter. Snyltende Blomsterplanter have i dette Forhold ingen Betydning; vel har man andetsteds bemærket *Orobancha Cirsii Fries* angribende *Cirsium* arvense, men hos os er denne Snylter kun funden paa *Cirsium oleraceum* og *C. acaule*; endvidere har jeg et Par Gange set Kløversilke, *Cuscuta Trifolii Bab.*, at brede sig over paa Marktidslær, ligesom paa mange andre Planter, der voxe mellem Kløveren, men disse sjældne Tilfælde ere uden praktisk Interesse.

Af Planteparasiter er det alene Snyltesvampe, der have nogen Betydning med Hensyn til Angreb paa Marktidseien. De paa denne snyltende Svampe tilhøre flere forskellige Familier, dog især Rustsvampe, Bladskimmelsvampe og Meldugsvampe, medens en Del andre, navnlig Ascomyceter, for største Delen kun optræde paa de døde Tidslær, som Raadsvampe.

Tidseirust, *Puccinia suaveolens (Pers.) Rostr.* er sikkert den af Marktidseiens Snyltesvampe, som gør denne Plante størst Afbræk. Ved den gennem flere Aar fortsatte lagttagelse af alt, hvad der angaar Marktidseien, fik jeg god Lejlighed til at forfølge denne Svamps hele Udvikling, og jeg opdagede herved et ejendommeligt, tidligere ukendt Forhold mellem to Generationer af Formeringsorganer, som skifte mellem forskellige Exemplarer af samme Værtplante<sup>1)</sup>. Af særlig Betydning for Tidseiens Ødelæggelse er det, at

<sup>1)</sup> Da det væsentligste af, hvad der i den oprindelige Præbesvarelse var optaget om denne Rustsvamp, blev meddelt ved de skandinaviske Naturforskere 11. Møde i København 1873 og publiceret i de trykte Forhandlinger S. 338—350, skal den udførlige Redegørelse her udelades. Det skal kun bemærkes, at det paa pegede ejendommelige Forhold senere blev paavist hos et Par andre Rustsvampe og gav i 1879 Schroeter Anledning til at opstille en særegen Gruppe: »Brachypuccinia» indenfor den artrige Slægt *Puccinia*, hvilken Gruppe udmærker sig ved at have Spermogonier, Uredo og

den første Generation af denne Rustsvamp har et Mycel, som gennemvæver hele Tidselskuddet og standser dettes Væxt, saa at det ikke naaar til Blomstring. Naar en af Myceliet angrebne Rodstok overskæres, fremkommer et helt Knippe af nye, spinkle Skud, der alle ere angrebne af Svampen, hvis Mycel ogsaa kan brede sig i selve Formeringsrødderne, saa at man kan træffe hele Grupper af Skud fra samme Rod, som alle ere rustsyge. Alle de angrebne Skud faa et ejendommeligt Udseende, idet de blive gulagtige af den store Mængde stærkt duftende Spermogonier og senere rustrode, især paa Bladenes Underside, af de talrige Uredohobe. Disse blege Skud voxer i Begyndelsen meget hurtigere end de sunde og rage op over disse; men fra Blomstringstidens Begyndelse distanceres de af de friske Tidselskud, og de visne snart aldeles bort. De syge Skud ere ogsaa de første, man ser at skyde frem om Foraaret, allerede i de første Dage af Maj, idet Svampens Mycel stimulerer Tidselrustens Væxt allerede nede i Jorden. Det er ganske almindeligt at finde 3—4 pCt. af Tidselskuddene paa en Mark angrebne af den ødelæggende Form af Tidselrusten; men jeg har ogsaa adskillige Steder ved Optælling af alle Skud fundet, at 25 til 30 pCt. af Tidselskuddene vare rustsyge og visnede hen uden at blomstre. Den anden Generation af Tidselrusten, som mangler Spermogonier, men er forsynet med Basidiefrugter, har kun et lidet udbredt Mycel og træffes henad Efteraaret paa Bladene af næsten alle de tidligere friske Tidselskud, men gør dem ikke kendelig Skade. Medens denne anden Generation af Tidselrusten opstaar ved Spiring af Uredosporerne af første Generation, frembringes derimod det Mycel, der gennemvæver hele Tidselskuddet og ødelægger dette, ved Spiring af Basidiesporer. Det er derfor muligt, at man kan inficere Tidselpletterne i Marken paa en praktisk udførlig Maade ved om Efteraaret i større Mængde at sprede de med Basidiefrugter forsynede Tidselblade paa de Steder i Marken, hvor der om Sommeren har vist sig mange Tidselskud.

Af *Peronosporaceer* træffes to Arter ret jævnlig paa Marktidselen, men dog uden at gøre Planten næneværdig Skade, nemlig en Bladskimmel, *Bremia Lactucae* Regel, der danner hvidlige Skimmelpuder paa Undersiden af Bladene, medens den tilsvarende Overside farves gulgrøn, og en Hvidrust, *Cystopus spinulosus* de Bary, der danner kridhvide, skorpeagtige Pletter paa begge Sider af Tidselbladene, især paa de efter Høsten paa Stubjord og Kartoffelagre fremskydende store Tidselrosetter.

Meldug, *Erysiphe Cichoracearum* D. C. træffes ret hyppig fra Slutningen af Juli paa Marktidsler, som voxer paa beskyttede Steder og fugtig Grund, ved levende Hegn og i Grøfter; de kædestillede Knoceller optræder især paa Bladene, medens Stænglerne senere beklædes med Sporehusene.

---

Basidiefrugter, men ikke Skaalrust. Jeg har ganske vist senere (1883) fundet Skaalrust paa Cirsium arvense, men den viste sig at tilhøre en værtskiftende Art, nemlig *Puccinia dioicae* Magnus, hvis andet Udviklingsstrin optræder paa Arter af Carex.

En Knopcelleform, hvis videre Udvikling endnu ikke kendes, og som foreløbig maa have sin Plads under Mucedineae, fandt jeg nogle Gange paa Bladene af Marktidsele, og jeg benævnte den *Ramularia Cirsii*<sup>1)</sup>; den danner runde affarvede Pletter paa Bladene, og Undersiden af disse Pletter bedækkes af et hvidt Skimmellag, bestaaende af korte Hyfer, der bære de valseformede Knopceller.

Af de mange som Raadsvampe tydede Arter, der træffes paa Marktidsele, skal kun omtales et Par, der vel kun træffes i udviklet Tilstand paa de døde Stængler, men som dog sandsynligvis allerede begynde Angrebet paa de levende Stængler, nemlig *Ophiolobus Carduorum* (Waltr.), der findes meget hyppig om Foraaret paa de fjorgamle, overvintrede Tidselstængler, og *Typhula variabilis* Riess, hvis smaa kugleformede, brune Sklerotier træffes om Efteraaret paa de henraadnende Stængler og Blade af Marktidsele, og som senere frembringe de stilkede, hvide Frugtleger.

Af Dyr, som staa i et eller andet Forhold til Marktidsele, navnlig nære sig af samme, skal kun nævnes nogle af de hyppigste. At Stillidsen, *Pringilla carduelis*, og flere andre Finkearter fortære Tidselfrø, er en vel bekendt Sag, og idet de med hastige Ryk trække Frugterne op, bidrage de til at sprede en Del af disse tidligere, end de ellers ved Fnokkens, Solvarmens og Blæstens forenede Hjælp vilde føres omkring.

Et stort Antal flyvende Insekter hemsøge Marktidsele i Blomstringstiden for at søge Honning og Blomsterstøv, og de spille derved en Hovedrolle m. H. t. Bestøvningen. Af de Insekter, som især sværmede om Blomsterne i den tidligere omtalte Tidsel-Forsøgs-have i Fyn, skal nævnes af Sommerfugle: *Epinephele hyperanthus*, af Biller: flere Arter Blødbiller, især *Cantharis melanura*, Smældere (*Elatér* sp.), en Træbuk (*Leptura meridiana*) og endelig en Mængde Dipterer.

Af Insekter, der skade Marktidsele, er en af de hyppigste en lille gul Flue, *Trypeta flava*; hvis hvide Larve lever i og af de unge Blomsterkurve, sædvanlig kun en, men undertiden to til tre i samme Kurv. Man kan i Regelen kende de angrebne Kurve paa, at Kurvdækket er sprængt i den ene Side og ofte noget drejet. Denne Larve optræder paa sine Steder i saadan Mængde, at jeg har aabnet Hundreder af Kurve efter hverandre paa forskellige Individuer af Hunplanten, uden at træffe en eneste fri for samme. Forpupningen foregaar gjerne i Midten af Kurven og en Del af Fnokken klæbes fast til Puppen ved Hjælp af et af Larven udviklet klæbrigt Stof. Skønt en Del af de unge Frugter begynder og ødelægges af denne Larve, saa gaa de dog ikke alle til Grunde, idet man ikke

<sup>1)</sup> Den er senere beskrevet og publiceret under samme Navn af Allescher, som derfor maa anføres som Autor.



sjælden kan finde enkelte modne og vel udviklede Frugter sammen med en Puppe. I Slutningen af Juni har jeg set disse smaa gule Fluer sværme om og sætte sig paa Kurvene, og de træffes i denne Tid i Parring; enkelte Individuer har jeg truffet gennem hele Juli, til Dels i August Maaned, siddende paa Marktidslær. — En anden lille broget Flue, *Urophora Cardui*, foraarsager paa Tidselens Stængler store Galler, der ofte blive af Størrelse som en Figen, og hvori Fluens Larver udvikle sig. — Larven af den grønne Skjoldbille, *Cassida viridis*, træffes hyppigst i Juli Maaned paa Marktidselens Blade, i hvilke den gnaver runde Huller, som forblive dækkede paa den ene Side af Bladets Overhud. — Skumcikaden, *Aphrophora spumaria*, træffes ofte i Mængde paa Marktidselen, der herved bliver oversaaet med talrige hvide Skumklatter (Gøgespyt). — En mørk, broncefarvet Bladlus, *Aphis Papaveris*, træffes ogsaa hyppig og selskabelig paa Marktidselen; de angrebne Planter faa ofte herved et sortagtigt Udseende, som dog ikke alene skyldes de nævnte Aphider, men tillige den Bladlusene saa hyppig ledsagende Branddug, *Cladosporium herbarum*, hvis Knopceller saa let hænge fast og spire i de af Honningdug, hidrørende fra Bladlusene, overtrukne Planter. Paa de af Bladlus beboede Tidsler har jeg oftere fundet ophængt Pupper af *Coccinella septempunctata*, en Gang 5 paa samme Tidsel, i passende Selskab med Bladlusene. Jeg har ogsaa paa Roden af Marktidselen i tre Fods Dybde i et Kalktuflag fundet en Del Exemplarer af en bleg, næsten hvid Bladlus, som her fandtes i Selskab med nogle gule Myrer, som søgte at undløbe med Bladlusene. — Paa Bladene træffes ofte henad Efteraaret gulgrønne, uregelmæssige, bugtede Gange, der skyldes Minerlarver, der forpuppe sig i Enden af Gangene. I Stængelens Marv og i Roden findes ofte gravende Insektlarver, og i Rodstokken frembringer en saadan ejendommelige, tenformede Opsvulmninger. — Mellem Fnokstraalerne hos de blomstrende og afblomstrede Marktidslær søger man sjælden forgæves efter nogle meget smaa gulrøde eller blodrøde Larver af *Cecidomyia*. Nogle meget lignende træffes altid i Mængde paa Bladene af *Cirsium arvense*, for saa vidt de ere angrebne af *Puccinia suaveolens*, af hvis Sporer de leve. — Nogle af de Misdannelser, som træffes hos Marktidselens Kurve, synes at skyldes Galmider, *Phytoptus*, som findes i disse.

## X. Systematik og Historie.

Marktidselel eller Agertidselel har ikke lidt saa store Omflytninger i Plantesystemerne<sup>1)</sup> som saa mange andre Planter. I systematiske Værker, der ere ordnede efter Linné's System, opføres den under 19de Klasse: Syngenesia, 1ste Orden: Polygamia aequalis, skønt den jo rigtignok er tvebo, og mærkelig nok savnes den i Regelen, selv hos Forfattere, der uden Forbehold erklære den for tvebo, i den Oversigt over 22de Klasse, der plejer at optage alle herhen hørende Planter, om de end af forskellige Grunde ere opførte under andre Klasser, saasom *Antennaria dioica* o. fl. a. Angaaende Marktidselels Plads i det naturlige System, nemlig i Familien Compositae s. Synanthereae, Gruppen Cynareae, har der naturligvis aldrig kunnet herske Tvivl.

Det antelinnéanske af Caspar Bauhin (Pinax. 1623) anvendte og senere almindelig benyttede Navn var *Carduus in avena proveniens*, men adskillige andre Navne forekomme ogsaa for Linné's Tid, som f. Ex. *Ceanothos Theophrasti* (Fabius Calumna: Ecphrasis. 1616. p. 45), *Carduus serpens laevigatus* (J. Bauhin: Hist. plant. 1651. Tome III. p. 59), *Carduus vinearum repens* (C. Bauhin: Pinax. 1671. p. 377), *Carduus vulgatissimus viarum* (Raii Syn. 1686. p. 194), *Cirsium arvense* (Tournefort: Institut. 1700. Tome I. p. 448; Vaillant: Botan. paris. 1727. p. 38). — Linné henførte Planten til Slægten *Serratula* under Navn af *S. arvensis*, hvilket Artsnavn den senere har beholdt hos saa godt som alle Forfattere, der have nævnt den, medens det derimod ikke varede længe, inden den adskiltes fra Slægten *Serratula*. Scopoli (Flora Carniolica. Vindob. 1772) henførte den til Slægten *Cirsium* og kaldte den (ligesom tidligere Tournefort) *Cirsium arvense*. Lidt senere blev den af W. Curtis (Flora Londinensis. 1796—98. VI. p. 57) kaldt *Carduus arvensis* og saaledes optagen under samme Slægt, hvortil allerede Bauhin henførte den, for saa vidt der hos denne Forfatter kan være Tale om Slægtsbegreb i den Forstand, hvori vi nu tage det. Af G. F. Hoffmann (Deutschlands Flora. I. Th. II. Abth. p. 130) blev den i Aaret 1804 benævnet *Chnicus arvensis*; men det maa dog bemærkes, at Hoffmanns Slægt *Chnicus* falder

<sup>1)</sup> Væsentlig efter E. R. (p. 146—149).

sammen med andre Forfatteres *Cirsium*, saa at det ikke betyder nogen ny Omflytning af vor Plante. Endnu i nyeste Tid kaldes den snart *Cirsium arvense* og snart *Carduus arvensis*, hvilket som bekendt ikke betyder, at man er i Tvivl om, til hvilken Slægt den bør henføres, naar man overhovedet vil adoptere begge Slægter; men naar den ofte endnu kaldes *Carduus arvensis*, er Aarsagen kun den, at man ikke respekterer den eneste Forskel, der kan opstilles til Begrundelse af Adskillelsen i 2 Slægter, den nemlig, om Fnokken er haarformet eller fjerformet. Hvis man ikke finder tilstrækkelig Anledning til denne Kløvning i 2 Slægter, bør man altsaa kalde vor Plante: *Carduus arvensis* (L.) Curtis, saaledes som det blandt nyere Florister endnu er Tilfældet med Babington, men hvis man foretrækker Delingen, maa den hedde: *Cirsium arvense* (L.) Scopoli, hvilket foretrækkes af de fleste nyere Forfattere.

De hidtil anførte videnskabelige Navne ere dog ikke de eneste Synonymer for denne Plante. Ikke at tale om dens officinelle Navn, *Carduus hæmorrhoidalis*, blev den af N. J. Necker (*Deliciae Gallo-Belgicae*. Argent. 1768) kaldt *Carduus serratuloides*, og desuden er den henført snart til en, snart til en anden med særligt Navn forsynet Underslægt, navnlig til *Breca* Lessing (Syn. Comp. p. 9), som af nogle er bleven ophøjet til en Slægt, og som karakteriseres ved, at Bladene ikke ere tornet-haarede paa Overfladen, ved at Kurvbladene ende med en enkelt Torn, og ved at være tvebo. Den sidste Ejendommelighed var allerede af Cassini (*Dict. des sc. nat.* Tome 27. p. 185) bleven gjort til en Slægtskarakter, idet han paa Grundlag af den under *Cirsium* kun optog *C. arvense* og *C. praecaltum*, hvilken sidste efter Beskrivelsen kun er en Hunform af *C. arvense*.

Marktidseken nævnes aldeles ikke i vore ældre Læge- og Urtebøger, hyrken af Henrik Harpestreng, Henrik Smid eller Simon Paulli. Den findes i Joakim Bursers *Danske Herbarium* fra Begyndelsen af det 17de Aarhundrede og er første Gang nævnt som dansk Plante af Peder Kylling (*Virid. Dan.* 1688), der p. 21 (Nr. 157) anfører den med det Bauhin'ske Navn, hvilket han oversætter ved «Titzel, som voxer iblant Hafre», paa Tysk: Haber-Distel. At man allerede dengang havde Øje for dens Skadelighed hos os, antydes ogsaa ved Kyllings Angivelse af dens Forekomst «paa altfor mange steder». Af O. F. Müller (*Flora Friedrichsdalina.* 1767) er den optagen (Nr. 646) med det Linné'ske Navn og Diagnose; han tilføjer: «in cultis frequens». G. C. Oeder giver i *Nomenclator Botanicus* 1769 (p. 43, 82, 138 og 192) nogle Bidrag til dens folkelige Navne i forskellige Sprog, nemlig paa Dansk: Tidsel; Norsk: Aaker-Tistel; Svensk: Korntistel, Gortistel, Skroftistel; Engelsk: Way-Thistle; Tysk: Haber-Distel, Acker-Distel, Mangen-Distel. I *Flora Danica* findes en i habituel Henseende ret god Afbildning af denne Plantes overjordiske Dele paa Tab. DCXLIV (udg. 1775 af O. F. Müller, medens dog Oeder har ladet den tegne); den angives i den tilsvarende Text at voxer «overalt paa Agrene i Danmark og Norge». I J. W. Hornemann's Forsøg til en dansk oekonomisk Plantelære (Kbh. 1796, p. 424) har vor Tidsel faaet det

mindre heldige Navn Ager-Skiær, hvilket imidlertid var en nødvendig Følge af at henføre den, efter Linné's Exempel, til Slægten *Serratula*, Skiær. Under «Forekomsten» angives kun, at den voxer «almindelig paa tørre Steder, ved Veje og Gærder», men under Afsnittet «Nytte» omtales dog ogsaa, at den er et besværligt Ukrudt paa Markerne. Endnu hos Chr. Fr. Schumacher (*Enum. Plant. Sæll.* 1801. p. 234) anføres den med sit Linné'ske Navn; Forekomsten angives «ad vias, in agris & fere ubique», og Blomstringstiden angives rigtig at være Juli og August (Kylling har alene Juli, Hornemann alene August). C. Schade (Beskriv. over Øen Mors. 1811. p. 157) kalder den ogsaa Ager-Skær, og med Hensyn til dens Forekomst siger han: «I den meste Vaarsæd ser man den i Mængde». I tredje Udgave af Hornemann's Plantelære (I. 1821) kaldes den Ager-Tidseel (*Carduus arvensis* Curt.) og er saaledes flyttet fra *Serratula*, som karakteriseres ved at have «tvæbneth Bæger», til *Carduus*, som har et «Bæger med tornede Skiæl», hvilket egentlig vil sige, at Kurvdækkets Blade (som dengang endnu kaldtes Bæger) hverken ere synderlig stikkende eller ganske uden Braadspids. En anden Uoverensstemmelse mellem første og tredje Udgave af det nævnte Værk er den, at det i første Udgave hedder, at Stængelen er kantet, i sidste, at den er trind, hvilket kun antyder, at Agertidselen er en variabel Plante. Med Hensyn til Forekomsten angives den som «almindelig ved Veje og paa Agre, især paa muldet og leret Jord, hvorfor man ikke finder den i de sandige Egne i Jylland og Hertugdømmerne». Hos S. T. N. Drejer (*Flora excurs. Hafn.* 1838. p. 260) henføres Agertidselen for første Gang af danske Botanikere til Slægten *Cirsium*. Det angives ogsaa her udtrykkelig, at den er tvebo, hvilket ikke synes at være omtalt i ældre danske floristiske Skrifter. Endvidere indføres her for første Gang hos os den mindre heldige Inddeling af Slægten *Cirsium* i 2 skarpt sondrede Grupper, eftersom de have nedløbende eller ikke nedløbende Blade, til hvilken sidste Gruppe Agertidselen regnes. Hos Hornemann (tredje Udg.) hed det, hvad der var lige saa galt, om hele Tidseelslægten, at den havde nedløbende Blade. Joh. Lange (Haaendbog i den danske Flora) kalder den, ligesom de fleste nyere Forfattere: *Cirsium arvense* (Scop.), og paa Dansk Agertidseel, skønt Slægten hedder Bladhoved, et Navn, der ikke passer til andre end *C. oleraceum*, hvilket dog ikke har hindret enkelte i, for Konsekvensens Skyld, at kalde vor Plante «Ager-Bladhoved» (f. Ex. T. Dahl: *Botanisk Lommebog for Skoler.* 1858). Naar det hedder om *Cirsium*, at dens Støvknapper ere uden Tilhængsler, da kan dette i det mindste let misforstaas hos *Cirsium arvense*, hvis Støvknapper have 2 Par traadformede Vedhæng ved Grunden (*antherae caudatae*), om end ikke saa udviklede som hos Slægten *Carlina*. Hos Lange hedder det endvidere, at hos Agertidselen ere «Blomsterne ofte tvebo».

Med Hensyn til Plantens gængse folkelige Navne, saa har den i Forhold til sin store Udbredelse, sin massevisse Forekomst og den skadelige Rolle, den spiller, mærk værdig faa saadanne. Aarsagen ligger vel netop i, at dens Tidseelnavn overalt er saa vel bekendt

fra Skriftsproget, at der ikke har været Anledning til Dannelsen af særegne Navne i de forskellige Egne, saaledes som f. Ex. for *Taraxacum officinale*, der ikke har noget saa fastslaaet dansk Navn i Skriftsproget, men som derimod er forsynet med omtrent et halvt Hundrede Folkenavne alene her i Landet. Foruden de efter Oeders Nomenclator anførte Provinsialnavne kan endnu efter Jenssen-Tusch (Nordiske Plantenavne. 1867) tilføjes, at den paa Svensk ogsaa kaldes *Hafretistel* og *Fultistel*, og paa Bornholm *Graatistel*. Et aldeles lokalt Navn fra Horsens-Egnen er «*Gadelamsurter*». Et vestslesvigsk Navn for Tidselen, *Stint*, forekommer i et dér gængs Ordsprog: «Giv mig *Stint*, si'er æ *Ko*, saa faar I *Smør* i *Jer Grød*», hvilket efter mundtlig Forklaring i Egnen vil sige, at «*Tidsler* i *Høet* er et *Bevis* paa, at samme har god *Foderkraft*, da *Tidselen* ikke ret vel *trives* paa daarlige *Enge*». En Variation af det nævnte Ordsprog findes hos *Johannes Kok* (Danske Ordsprog og Talemaader fra Sønderjylland. Nr. 1256): «Giv meg *Tidsel* i mint *Hø*, sa'e e *Ko* til e *Mand*, saa vil eg give deg *Smør* i din *Grød*». Som Bidrag til Folkets Opfattelse af *Tidsler* (selv om det ikke altid særlig er *Marktidselen*, der haves for Øje) kan endnu anføres nogle Ordsprog og Talemaader. Det hedder saaledes: «Mange *Tidsler* med *Hoveder* store, Og et smukt *Efteraar* man vil spore». Dette svarer til, hvad *Pontoppidan* (Norges Naturhistorie) fortæller, at det i Norge hedder, at ere *Tidslernes Hoveder* meget fulde, da venter *Bonden* en rig *Høst*.

Allerede før *Linné* var *Marktidselens* ejendommelige *Formeringsmaade*<sup>1)</sup>, ved Hjælp af vidtkrybende skuddannende Rødder, vel kendt og ret godt beskrevet. *Fabius Calumna* (Euphrasis. 1616. p. 45, 46) giver følgende Beskrivelse af Plantens underjordiske Del: «... radix ... medulla lignosa ... fibris plurimis villosa, oblongis tenuibus obliquis; ipsa vero parum recta descendit, deinde in ramos se dividit, atque repens divagatur, ut semel sata vix unquam emori possit, si anni tempore dimittatur, totum implens locum». Den Del af Roden, der beskrives som nedstigende, med «*fibris plurimis*» etc., er selvfølgelig, hvilket ogsaa ses af den ledsagende, ret heldige Afbildning, Skuddets underjordiske, skælklædte Parti, «*Rodstocken*»; de nedstigende Rødder kender *Calumna* ikke. Naar denne Forfatter benævner *Marktidselen* *Ceanothos Theophrasti*, er det efter den meget sandsynlige Formodning, at Planten er identisk med den af *Theophrast* (Liber 4. Cap. 11) beskrevne Plante: *Ceanothos*, hvis Rødder krybe vidt om ligesom «*Græsrodder*», opsendende «*Spirer*» hist og her, men dog forskellige fra *Græsrodder* derved, at de ikke som disse ere ledgede; det er altsaa sandsynligt, at *Marktidselens* *Formeringsmaade* har været ret vel kendt i Oldtiden.

<sup>1)</sup> Efter S. L. (p. 149—152).



Kun hos én af de ældre Botanikere efter Calugna finder man en udførligere Beskrivelse, nemlig hos Raius (Hist. plant. 1686. Tome I. p. 310), medens f. Ex. Bauhin, Tournefort, Vaillant og Linné kun bemærke om de underjordiske Dele: «radice repente». Raius, der benævner sin Plante med det engelske Navn «creeping thistle», beskriver Roden saaledes: «... radice fibras obiter emittente sub terra reptat & immensum se propagat; ... profunde sub terra repit unde & difficulter admodum exstirpatur».

I de følgende Tider anføres i de fleste systematiske Værker ved Beskrivelsen af Marktidselelen ganske kort: «fleraarig, krybende Rod». Dog træffes ikke faa Steder ganske urigtige Angivelser. Scopoli (Flora Carniolica. II. p. 126) nævner ved sin Beskrivelse slet ikke Roden. Willdenow (Species. III. p. 1646) og Bieberstein (Flora Taur.-cauc. II. p. 267) angive, at Planten er 2-aarig, dog med Tilføjelse: «radice repente». Reichenbach (Icones flor. Germ. vol. XV. p. 68) angiver blot: 2-aarig. Brebisson (Flore de la Normandie. p. 163) har: fleraarig eller 2-aarig. Döll (Flora von Baden. II. Bd. p. 936) tildeler Planten en «krybende Rodstok»; det samme er Tilfældet med C. H. Schultz Bipaut (Jahresberichte der Pollichia. 1856. p. 27) og Wirtgen (Flora d. pr. Rheinprov. p. 258).

Enkelt Steder træffes dog en grundigere Beskrivelse af Plantens Formeringsmaade, saaledes f. Ex. hos James Smith (Flora Britannica. vol. II. p. 847), der ligesom Raius giver Planten det engelske Navn «creeping thistle» (i det hele synes det, som om Marktidselelen i de sidste 200 Aar indtil vore Dage i England vedblivende har gaaet under dette Navn). J. Smith beskriver Roden saaledes: «... radix repens, flagelliformis, ramosa, profunde descendens, vivacissima, et difficillime exstirpanda ...». Samme Forfatter skriver Aaret efter (Engl. botany. 1801. vol. XIII. p. 975) meget karakteristisk saaledes: «... creeping thistle: ... epithet cursed; for the lazy farmer may benefit his fields more by attending to its mode of growth, than by all the curses he perhaps has often tried in vain; ... while however we perpetually see annual thistles, for want of timely moving, suffered to spread their seeds over a whole country, we despair of the requisite means being adopted to overcome the deeply creeping perennial roots of this very troublesome weed». Det ses, at Forfatteren har haft et udmærket godt Blik for Plantens livlige Formering ved Hjælp af Roden.

Udenfor systematiske Værker er det navnlig kun hos Irmisch, at Marktidselelens Formeringsmaade er gjort til Genstand for Undersøgelse (Bot. Zeit. 1851. p. 379; Zeitschr. f. gesamt. Naturwiss. 1853. Bd. I. p. 193; Bot. Zeit. 1857. p. 461, 489).

Irmisch skildrer dels Frøplantens, dels den 2- og fleraarige Plantes Væxt. Hvad nu først hans Beskrivelse af Frøplanten angaar, da er der at mærke, at de Exemplarer, han har haft til Undersøgelse, have været meget slet udviklede. Han angiver saaledes, at Frøplanten i det første Aar kun sender sin Hovedrod ned til en Dybde af 1 Alen, og fremdeles, at den ikke blomstrer første Sommer, men tilføjer dog, at den muligvis vil kunne

det; endvidere har Irmisch ikke set nogen Siderod udvikle Knop det første Aar, ligesom han overhovedet ikke synes at have set krybende Formeringsrødder dannes samme Aar. Endelig anfører Irmisch som mærkeligt, at Hovedroden danner Adventivknopper, endnu forinden Løvbladene ere visne ved Slutningen af første Væxtperiode. Som vi vide, forholder det sig ganske anderledes, hvor Frøplanterne have udviklet sig under gunstige Vilkaar. Naar det da hos Irmisch hedder (i Bot. Zeit. 1857. p. 460): «Es ist daran fest zu halten, dass die Adventivsprosse bei *Cirsium arvense* mindestens das eine Mal, im Uebergange von der ersten zur zweiten Vegetationsperiode, die Erhaltung vermitteln, also nothwendig sind, wenn die Pflanze alle Phasen ihrer Entwicklung durchlaufen soll» — da gælder dette kun om Frøplantens Udvikling under ugunstige Væxtvilkaar.

Om den 2- og fleraarige Plante angiver Irmisch i 1851 (Bot. Zeit. p. 379) ganske rigtig, at den med skælfornede Blade besatte, svage underjordiske Axedel i Regelen dør bort efter Frugtmodningen uden at have dannet perennerende Knopper. Men 2 Aar senere (Zeitschr. f. gesamt. Naturwiss. 1853. Bd. 1. p. 195) udtaler Irmisch urigtig og i Strid med det foregaaende: «Stængelskuddene dø bort, saa vidt de ere traadte frem over Jorden; de underjordiske Dele af Stængelen perennere derimod, uden dog at blive gamle eller fortykke sig; de skyde Knopper fra Hjørnerne af deres Skælblade». Endnu 1857 (Bot. Zeit. p. 489) fastholder Irmisch — dog nu kun tildels — sin sidste urigtige Anskuelse, idet han udtaler, at hos *Cirsium arvense* kunne i senere Væxtperioder «Axillarsprosse ausschliesslich die Weiterbildung übernehmen», idet der her ved «Axillarsprosse» selvfølgelig menes saadanne, der udvikles fra Hjørnet af Blade paa de afblomstrede Skuds underjordiske Partier.

Hvad Rodens Betydning for den fleraarige Plantes Bestaaen angaar, da bliver denne, som det vil ses af det foregaaende, tildels miskendt. Irmisch har dog fuldkommen rigtig set, at Rødderne have en overordentlig Evne til at danne Adventivskud, ligesom han ogsaa skelner mellem saadanne Rødder, der danne Knopper, og de korte, fine «Wurzelfaser» (2: Ernæringsrødderne), saaledes navnlig i Bot. Zeit. 1851. p. 379, hvor der om de skuddannende Rødder angives, at de voxe ud til en betydelig Længde i horizontal Retning og ofte i en betydelig Dybde. Af andre tydeligere Udtalelser bør nævnes, at Rødderne udspringe fra den i Jorden staaende Del af Axen, at mange af Siderødderne brede sig vidt omkring i Jorden i alle Retninger, samt at der er en aarlig gentagen Udvikling af Adventivknopper paa Rødderne, ogsaa paa Rodgrenene og paa de af underjordiske Axer fremgaaede Birødder. Det fremgaar imidlertid af samtlige Udtalelser, at Irmisch ikke har haft noget klart Blik for Rodsystemets regelmæssige Aarsvæxt, dets Sammensætning af regelmæssige Radier, dannede af næsten ens Led, dets delvise Opløsning i nye Rodsystemer, den regelmæssige Folgeorden, hvori Stængelknopperne komme frem paa Rodradierne osv.



Den væsentligste Fortjeneste ved Irmisch's Fremstilling er for det første den, at han har set, at det virkelig er Roden, der tjener som Formeringsorgan; thi de ovenfor nævnte ældre Botanikere mene med Udtrykket «radice repente» dog egentlig kun, at det er Plantens underjordiske Del, der kryber; Irmisch er den første, der klart gør sig Rede for, at det ikke er en underjordisk Stængel, men en virkelig Rod. Endelig bør nævnes, at Irmisch giver flere gode Exempler paa Rodstumpers Seiglivethed.

### Rettelser.

Pag. 12, L. 2: «3 Maaneder» læs 2 Maaneder.

- 34, L. 26: «De» læs *D*.

- 41, L. 20: «Ernæringsrodder» læs Nedstigende Rødder.

## *Cirsium arvense.*

### Résumé.

Les plantules du *Cirsium arvense* sont extrêmement rares dans la nature. Les graines germent en toute saison, si elles sont placées dans des conditions favorables; la germination se fait le plus rapidement quand elle a lieu aussitôt la maturation accomplie; elle ne dure alors que 6 jours. Les variations dans la rapidité de la germination sont en rapport avec la distance qui sépare la graine de la surface du sol. Dans des expériences faites par nous, les graines semées à la surface même du sol ou bien à une profondeur de 4—5<sup>mm</sup>, germaient en moyenne après 8—9 jours; semées à une profondeur de 2<sup>cm</sup>,5 environ elles germaient après 10—12 jours; à une profondeur de 5<sup>cm</sup>, après 13—18 jours, la température étant toujours supposée être celle que nous avons indiquée dans le tableau I (p. 10). Dans le dernier cas une minorité seulement des graines germaient. Quant aux graines semées à une profondeur de 8<sup>cm</sup> environ, aucune n'est arrivée à la germination. Mais lorsque, ayant été laissées pendant deux mois à cette profondeur, les graines étaient recueillies et semées de nouveau, à une profondeur de 4—5<sup>mm</sup>, elles germaient après une dizaine de jours. Les graines semées dans un endroit très ombragé ne germaient pas à la température du sol indiquée dans le tableau II (p. 11), même si les conditions étaient très favorables sous d'autres rapports. C'est une température assez élevée que la graine demande pour germer: placée dans une terre limoneuse, à une profondeur de 4—5<sup>mm</sup>, elle ne peut germer à la température ordinaire de l'été; la raison en est probablement que la surface du sol est trop refroidie par l'évaporation de l'eau. Dans la nature, le temps de la germination s'étend depuis la fin d'avril jusqu'au commencement de septembre et la plupart des plantules qui ont atteint la maturité vers la fin de l'été, supportent l'hiver. La désinfection au cuivre sulfaté ne modifie aucunement la puissance de germination de la graine, tandis qu'il a été démontré par des expériences qu'une très faible minorité de graines du *Cirsium arvense* ayant passé par le tube digestif d'un cheval ou d'une vache gardent leur puissance germinative.

Une plantule qui a germé au printemps, peut atteindre au cours de l'été une hauteur de plus de 50<sup>cm</sup>. L'axe principal se termine par un capitule; il porte de 20 à 30 feuilles. Parmi les nombreux axes secondaires, les supérieurs produisent également des capitules, mais seulement après avoir fait naître autant de feuilles, au moins, que la

partie de l'axe primaire située au-dessus de l'insertion de l'axe secondaire. Plus un rameau est haut placé sur l'axe principal, plus son développement est accéléré. La racine pivotante, qui atteint au cours de l'été une longueur de plusieurs mètres, fait naître successivement: des racines de nutrition nombreuses, minces, courtes, très ramifiées; un certain nombre de bourgeons phyllogènes dont un seul ou plusieurs formeront des drageons recouverts d'écailles dans leur partie souterraine, le rhizome; et enfin 1—4 racines de multiplication, qui décrivent d'abord, en rampant sous la surface du sol, une ligne légèrement concave et se dirigent ensuite, par un coude assez brusque, vers l'intérieur de la terre. La racine de multiplication a son maximum d'épaisseur dans la région de ce coude; et c'est là qu'elle fait naître des bourgeons phyllogènes, dont quelques-uns vont se développer dans le cours de ce même été, et de nouvelles racines de multiplication qui continuent souvent la direction rampante de la racine mère; celle-ci produit encore, surtout dans la partie dirigée en bas, des racines de nutrition. Notre végétal a ceci de particulier que l'épicotyle lui-même peut produire des radicelles gemmipares. Les racines du *Cirsium arvense* sont seules chargées de la conservation de la plante en hiver, puis-que la tige se détruit jusqu'au collet.

Quant aux facteurs externes qui influent sur la croissance de la plantule, nous ferons observer que le *Cirsium arvense* recherche l'humidité; toutefois, s'il est cultivé dans l'eau, son développement reste faible et le système radical prend plutôt l'apparence d'une racine fasciculée. L'influence de la radiation lumineuse est telle qu'une plantule dépérit dans l'obscurité et meurt après avoir produit une racine longue de 2 à 3<sup>cm</sup>, et qu'un drageon qui s'est développé avec un semis d'automne n'atteint qu'une longueur de 15<sup>cm</sup> environ, longueur qui ne sera pas dépassée de beaucoup par celle du drageon développé avec un marsais, tandis qu'un drageon développé en pleine lumière atteindra facilement une longueur supérieure à 50<sup>cm</sup>. Le développement à la lumière a pour effet la production de chlorophylle non seulement dans les rhizomes mais encore dans les radicelles de l'épicotyle. La température limite l'accroissement du drageon; c'est ainsi qu'il suffit d'une faible gelée nocturne pour faire mourir aussitôt la partie aérienne de la plantule. Si nous considérons l'importance que peut avoir pour la croissance de la plantule la composition du sol, des expériences de culture ont montré que le développement le plus intense du système radical ainsi que des drageons s'obtient dans l'argile; il est moins intense dans la tourbe et encore plus faible dans le sable. Il importe pour la croissance en profondeur de la racine placée dans un sol maigre que la couche superficielle soit constituée d'une terre plus riche en éléments nutritifs. Là où nous trouvons deux couches, l'une superficielle, l'autre inférieure, les racines de multiplication naissent de préférence dans celle qui leur est la plus favorable. Si, par exemple, une couche argileuse de 15<sup>cm</sup> de profondeur se trouve superposée à une couche de sable, la plupart des racines de multiplication naissent à une profondeur de moins de 15<sup>cm</sup>; si, au contraire, une couche de 15<sup>cm</sup> de sable repose sur de l'argile — elles se produisent à une profondeur de plus de 15<sup>cm</sup>. Des plantules qu'on avait laissées se développer pendant tout un été, atteignaient dans l'argile une longueur radicale de 1<sup>m,5</sup>; dans la tourbe, de 1<sup>m</sup>; dans le sable, les quelques végétaux qui avaient pu subsister présentaient des racines longues de 60 à 80<sup>cm</sup>. La grande puissance de multiplication du *Cirsium arvense* a été démontrée par



plusieurs expériences faites sur des plantules. Les fragments de racines longs de 2<sup>cm</sup> environ et âgés d'un mois ou à peu près, périrent tous; des fragments de 6 semaines, quelques-uns vécurent. Parmi les plantules de moins de 4 semaines qu'on coupa à la surface du sol, il y en avait qui purent produire un nouveau drageon; les plantules de plus de six semaines y parvinrent presque toutes, et un assez grand nombre supportèrent même d'être coupées 4 fois au cours d'un même été à un mois d'intervalle. Si après la coupure on buttait les racines avec une couche de terre épaisse de 8<sup>cm</sup> environ, elles périssaient toutes. Tel était encore le cas si la couche dont on les avait buttées était de 5<sup>cm</sup> environ; si elle n'était que de 2<sup>cm</sup>,5, quelques-unes persistaient.

Vers la fin de l'été, une plante âgée de plusieurs années ne se distingue en rien d'une plantule vigoureuse, sinon par ce fait d'être mieux pourvue de toutes façons. La racine terminale âgée émet de nombreux rayons radicaux (il peut y en avoir jusqu'à une vingtaine) composés chacun de plusieurs générations de racines de multiplication. Celles-ci vont s'affaiblissant à mesure qu'elles sont plus éloignées du centre, c'est-à-dire de la racine terminale; il en est de même des drageons. Il y a ordinairement un ou plusieurs rayons qui atteignent un développement beaucoup plus grand que les autres; ils ne comprennent le plus souvent qu'un petit nombre de générations de racines. La partie descendante des racines de multiplication produit des racines nutritives et aussi quelques rameaux radicaux vigoureux et également dirigés vers le bas; il s'en forme toujours dans les cas où le sommet de la racine mère a été détruit. Les rhizomes sont habituellement droits, de direction verticale; quelquefois on en trouve pourtant de sinueux et même de spiralés (fig. 1), ce qui s'explique par les obstacles rencontrés dans la terre, quand ils ont eu, par exemple, à percer une couche de terre gelée ou bien à traverser une cavité, où ils se tordent généralement pour trouver quelque point d'appui. Dans les couches de varech qui se trouvent le long des côtes, on peut rencontrer des rhizomes horizontalement couchés. En hiver, tous les drageons du *Cirsium arvense* meurent jusqu'à la racine, ainsi que toutes les parties de cette racine qui ont produit des drageons et les racines de multiplication avoisinantes. Outre les représentations de formations de racines figurées dans les planches, nous en avons donné une, isolée, à la fig. 2: La couche comprise entre les deux lignes ponctuées consiste en humus, la couche sous-jacente est argileuse. *a*, reste de la racine morte de l'année passée; *d*, racines ayant produit, dans le cours de l'année même, des tiges qui ont atteint la floraison; *e*, rhizomes; celui de la fig. 2, *C*, se trouve couché horizontalement dans sa partie inférieure; *c*, rhizome de l'année passée; *g*, racines tournées en bas, formant la continuation directe des racines rampantes; *l*, racines nées sur le rhizome. — Il est assez rare que la partie inférieure d'un rhizome supporte l'hiver et fasse naître au printemps, aux aisselles des écailles, des tiges très rapprochées. Ce phénomène se rencontre surtout dans les rhizomes attaqués par le Mycélium pérennant de la Rouille des Cirses (*Puccinia suaveolens*). Un bourgeon dont le sommet a été coupé par le soc continuera quelquefois sa croissance par des pousses latérales.

Quant au rôle que joue la racine dans l'absorption de l'eau, des expériences ont démontré que si le drageon peut se passer de toute communication avec les couches superficielles de la terre, la communication avec les couches inférieures lui est indispensable; c'est donc la partie descendante de la racine qui est sous ce rapport de la

plus grande importance. Des fragments de racines, à condition qu'ils ne soient pas trop petits, peuvent développer en un été de vigoureux systèmes radicaux, comme nous le montre la fig. 4. Toutefois, les fragments qui ont produit l'année passée des drageons florifères meurent ordinairement. On a observé qu'un fragment de racine est susceptible de développer un nouvel individu entier, pourvu qu'il soit d'un âge compris entre deux limites déterminées et que les conditions dans lesquelles il se trouve placé soient assez favorables pour permettre au drageon d'arriver au point de développement où il puisse commencer la fonction d'assimilation. Une fois ce degré de développement atteint, le drageon peut très bien se passer du fragment primitif; il saura pourvoir à ses besoins en émettant des racines de multiplication. Si pour une raison quelconque le drageon n'atteint qu'un faible développement — et c'est le cas si par exemple les bestiaux en ont brouté les feuilles — la racine ne formera pas facilement de nouveaux drageons. Il en sera tout autrement si la racine a été blessée, si, par exemple, le drageon a été coupé ou arraché.

Les racines de multiplication gardent obstinément leur direction de croissance en dépit des obstacles qui peuvent se présenter. Une racine rampante qui vient à rencontrer une autre racine de Cirse ou bien quelque rhizome, se détournera en général momentanément de sa direction, mais il se peut aussi qu'elle se fraye son chemin à travers l'obstacle. Si elle se heurte à une pierre dure, elle en côtoiera la surface pour reprendre ensuite sa direction de croissance; si la pierre est poreuse, elle tâchera quelquefois de s'y enfoncer, ce qui aura pour effet inévitable la destruction du sommet. La racine y remédiera en produisant une branche radicale qui continuera la croissance. Lorsque la racine arrive dans quelque galerie vide, une racine d'arbre creuse, par exemple, elle a une tendance à en suivre la direction, même en abandonnant ainsi sa propre direction de croissance.

Afin de déterminer la profondeur des racines rampantes dans des sols différents, on a fait un grand nombre de fouilles. On détachait la partie souterraine de la tige et on en mesurait la longueur. Sur 100 ou bien sur 50 longueurs mesurées, on déterminait la moyenne en prenant pour unité le quart d'aune<sup>1)</sup>. Dans un sol argileux sec, la moyenne était de 1,45 q.; dans un sol argileux humide, de 1,58 q. (les racines se trouvaient plus espacées que dans le sol sec); dans un sol tourbeux: 1,65 q.; dans un sol sablonneux: 1,17 q.; dans un sol calcaire qui ne devenait très dur qu'à une profondeur de 2,5 q.: 1,36 q.; dans un sol tourbeux profond de 2 q., à sous-sol argileux, humide et mou: 2 q. environ; dans un sol tourbeux profond de 3 q., à sous-sol argileux: 1,84 q. — dans ce dernier cas les racines commençaient à quitter l'argile pour rechercher la tourbe; la limite reste toutefois marquée par le nombre inusité de racines qui émettent des drageons dans le voisinage de ce niveau (à une profondeur de 1,5 q., 35 drageons pour 100; à une profondeur de 2 q., 20 pour 100; à une profondeur de 2,5 q., 5 pour 100; à une profondeur de 3 q., 11 pour 100). Dans un sol sablonneux, profond de 1,5 q., à sous-sol argileux, humide, de consistance molle, la moyenne était de 1,52 q.; dans un sol sablonneux profond de 3,5 q., à sous-sol argileux: de 1,45 q. Ici il faut noter que dans cette couche argileuse naissaient encore des drageons, et bien plus forts que ceux qui étaient produits dans le sol sablonneux. Dans un sol

<sup>1)</sup> 1 quart d'aune = 15,7 centim. Dans ce qui suit, le quart d'aune sera représenté par la lettre q.

tourbeux, profond de 1,5 q., à sous-sol de calcaire dur, la moyenne était de 1,16 q.; aucun drageon ne prenait naissance dans le calcaire.

Les résultats de ces fouilles, qui furent toutes effectuées dans des terrains cultivés, peuvent se résumer comme il suit: la nature du sol a une influence considérable; là où il est sec, les racines rampantes sont assez superficielles (profondeur moyenne  $< 1,5$  q.); quand il est humide et de consistance molle, les racines se trouvent à des profondeurs relativement grandes (profondeur moyenne  $> 1,5$  q.). La racine rampante du *Cirsium arvense* préfère la tourbe au sable et au calcaire, et l'argile à la tourbe. Là où le sol est formé de deux couches de nature différente, les racines iront de préférence vers le terrain qui leur est le plus favorable. Lorsque celui-ci constitue la couche inférieure et qu'il se trouve graduellement incliné vers le bas, les racines le suivront jusqu'à un point déterminé (à une distance de 2 q. et même un peu plus de la surface du sol); ensuite, s'il va toujours descendant, les racines l'abandonneront peu à peu et chercheront alors à occuper, dans la couche supérieure, la position qui leur convient selon la nature de celle-ci. Pour se rendre compte de l'influence que peut avoir eue dans les cas précédents la culture du sol, quelques expériences comparatives ont été faites, dans un sol inculte, avec le résultat que voici: Le labourage et le hersage font augmenter le chiffre de la profondeur moyenne, à moins que les racines n'atteignent déjà à l'état naturel une profondeur moyenne assez considérable, ou bien que le sous-sol ne soit très dur. Si on ajoute une couche de terre superposée aux couches naturelles, un espace de temps assez long s'écoulera avant que les racines arrivent à occuper la position qui leur est naturelle. Dans le cas où la culture a transformé en humus la couche superficielle, ce fait fera dévier vers le haut les racines d'un sol maigre, attirées vers l'humus, tandis que son influence sera nulle dans les terres tourbeuses et argileuses. Dans le but de déterminer la profondeur que peuvent atteindre dans des sols divers les racines dirigées vers le bas, une série de fouilles ont été entreprises. Dans un sol argileux, les racines atteignent souvent une longueur de 2<sup>m</sup>,5 (voir la fig. 5); mais si le sous-sol est marneux, elles s'arrêtent en général au niveau où celui-ci devient d'une consistance quelque peu dure (fig. 6, A), souvent après avoir fait des tentatives pour se prolonger par de nouvelles branches radicales (fig. 6, B). De même, s'il y a une couche de sable ou de gravier sous la couche d'argile, les racines se trouvent arrêtées le plus souvent; seulement, la formation de nombreux rameaux radicaux est ici la règle. Lorsque la couche argileuse est très humide, les racines s'arrêtent également à des distances peu éloignées de la surface du sol. Dans un sol sablonneux, les systèmes radicaux n'atteignent pas des profondeurs considérables, mais ils présentent des ramifications très nombreuses (fig. 7). Dans un sol tourbeux, la profondeur atteinte est également faible (1<sup>m</sup>,25 au plus); ce phénomène s'explique probablement par ce fait que dans un tel sol les eaux souterraines montent toujours jusqu'à un niveau assez rapproché de la surface. Dans un sol calcaire où la couche superficielle était assez meuble et ne renfermait que quelques moites calcaires clairsemées, tandis que le sous-sol devenait très dur déjà à une profondeur de 40<sup>cm</sup>, les racines descendantes formaient, quand elles étaient arrêtées par la couche dure, des touffes de rameaux radicaux (fig. 8, A); dans des cas très rares, une seule racine avait réussi à pénétrer dans le sous-sol (jusqu'à une profondeur de 1<sup>m</sup>,5 environ), soit par ses propres forces, soit en

s'aidant d'une racine d'arbre pourrie à travers laquelle elle s'était frayé un chemin (fig. 8, B).

L'intensité de développement du *Cirsium arvense* varie beaucoup selon les sols différents. Dans un sol argileux, l'épaisseur des racines au point où elles prennent une direction descendante peut atteindre 2<sup>cm</sup> à peu près, si le sol est graveleux et sec, de consistance dure; s'il est moins dur et exempt de cailloux, l'épaisseur sera au plus de 1<sup>cm</sup> environ, et dans l'argile molle et humide elle ne dépassera pas 8<sup>mm</sup>. Le nombre de rayons radicaux partant d'un seul centre peut monter, dans un sol argileux, à plus de 20; il est vrai que sur ce nombre deux ou trois seulement atteindront une longueur considérable — de 6 mètres au plus. La plus grande longueur constatée pour une seule racine de multiplication était de 4<sup>m,5</sup> environ. Un même système radical produira 8—10 drageons. Dans un sol sablonneux, l'intensité de développement est beaucoup moindre, pas tant en ce qui regarde l'épaisseur de la racine que sous le rapport du nombre des rayons radicaux (lequel peut même se réduire à 1) et de la longueur de chacun d'eux pris isolément (1<sup>m</sup> environ), ainsi que du nombre des drageons fleuris, puisqu'il arrive souvent que sur tout un groupe de drageons aucun n'arrive à la floraison. Dans un sol tourbeux, le maximum du nombre des rayons radicaux peut être fixé à 12; celui des longueurs des rayons, à 3<sup>m,75</sup>; celui des longueurs des entre-nœuds isolés, à un peu plus de 3<sup>m</sup>; et celui du nombre de drageons ayant atteint la floraison, à 6. Dans un sol calcaire, le nombre des rayons radicaux s'élèvera au plus jusqu'à 5 ou 6, et le plus grand rayon peut atteindre une longueur de 1<sup>m,75</sup>. Le nombre des drageons fleuris n'y dépassera que bien rarement le chiffre de 2.

La tige renferme une cinquantaine de faisceaux vasculaires (voir la fig. 9, qui représente une coupe transversale d'un tel faisceau); de chaque feuille, 3 grands faisceaux et plusieurs petits descendent dans la tige. Le centre est occupé par une moelle qui disparaîtra peu à peu, laissant une cavité. Vers le sommet, la tige contient un latex blanc qui s'y trouve en quantité plus abondante au moment qui précède le développement des capitules. Sous tous les rapports, la tige est très variable: les entre-nœuds peuvent atteindre une longueur de 9<sup>cm</sup>, surtout dans les plantes croissant à l'ombre, tandis qu'ils se réduisent à rien dans les drageons produits en automne; les drageons ont alors leurs feuilles placées en rosette. La tige est ordinairement droite, à contours émoussés, et dans le jeune âge elle se trouve revêtue d'un tomentum aranéeux (fig. 11, A), mais on en rencontre aussi de plus ou moins sinueuses et de plus ou moins lisses. La couleur est verte en général; mais dans les endroits à sous-sol dur, bien exposés au soleil, elle devient souvent d'un brun rougeâtre; dans un sol riche en humus ou tourbeux, elle est pâle, d'un vert jaunâtre. Les bourgeons naissent assez tard; on n'en trouve pas avant l'aisselle de la 5<sup>e</sup> feuille à partir du point végétatif (fig. A et B).

La feuille présente un système vasculaire très développé. Les nervures sont très saillantes à la face inférieure; les plus fortes d'entre elles renferment plusieurs faisceaux (fig. 10, C et D). Les cellules de l'épiderme ont des parois assez droites; mais celles de la face inférieure les ont un peu sinueuses (fig. 11, B et C). L'épiderme est muni de pores et d'un tomentum aranéeux: dans les cellules épidermiques sont déposés des paquets de raphides. La divergence des feuilles est de  $\frac{3}{5}$ ; une coupe transversale nous les montre d'abord sous forme triangulaire (fig. 12). Le développement de segments laté-



raux de divers ordres commence de bonne heure (fig. 13). Les feuilles sont encore plus variables que la tige; le plus souvent elles sont sinueuses-pinnatifides et ondulées. Leurs ondulations sont dues à ce fait que la feuille s'accroît plus vivement vers le bord que dans le voisinage des nervures; elles sont plus accentuées entre les segments de premier ordre et diminuent à mesure dans les ordres plus élevés. S'il existe encore des ondulations entre les segments du dernier ordre, le bord de la feuille se crispera. Les extrémités des segments deviennent toutes plus ou moins spinescentes. Les feuilles sont tantôt décurrentes, tantôt non décurrentes dans les cas où de nouvelles tiges ont été produites par le rhizome ou bien par la racine, la première venue de tiges ayant été coupées ou broutées. Il est rare que de telles tiges à feuilles décurrentes atteignent la floraison; elles doivent être regardées comme de simples pousses nutritives. Les premiers stades du développement des écailles (fig. 14) sont la répétition exacte de ceux de la feuille. Plus tard les écailles se distingueront des feuilles par l'absence de chlorophylle, de tissu palisadique et de tout dépôt calcaire dans les cellules épidermiques; de plus, la partie basilaire de l'écaille se développe en gaine et reste appliquée aux écailles plus jeunes. — Des drageons détachés ou des fragments de ces drageons peuvent produire tout un nouveau système à drageons nouveaux, à condition de se trouver dans des circonstances quelque peu favorables aux actions assimilatrices; un bourgeon vigoureux pourra s'allonger assez pour commencer à assimiler, à condition de n'avoir pas été placé à plus de 5<sup>cm</sup> environ de profondeur. Si on coupe le sommet d'un drageon feuillé, les rameaux situés immédiatement au-dessous de la cicatrice prendront un développement plus intense que celui qu'ils auraient pu atteindre dans des conditions ordinaires; si c'est toute la portion aérienne du drageon qui se trouve enlevée, les bourgeons du rhizome produiront de nouveaux drageons, et si ceux-ci sont coupés à leur tour, tous les bourgeons ébauchés se développeront successivement en ordre descendant. Ordinairement tel est encore le cas lorsque le végétal se trouve attaqué par le *Puccinia suaveolens*. Si un drageon feuillé a subi quelque dégât, si, par exemple, ses feuilles ont été broutées par les bestiaux, sans que pour cela la région de croissance ait été endommagée, aucun nouveau drageon ne se produira et le drageon blessé restera toujours faible.

La température détermine l'époque de croissance du drageon tout autant que celle de sa germination; c'est pourquoi les drageons produits depuis le mois d'avril jusqu'à la fin de juillet atteindront seuls la floraison, et quelques nuits d'une gelée assez faible suffiront pour faire mourir tous les drageons de notre Cirse. Dans les endroits bien ensoleillés, la floraison peut commencer vers la fin de juin, tandis que dans la pénombre elle n'aura lieu qu'au mois d'août; et dans les lieux très ombragés les drageons ne fleuriront pas du tout. Dans ce dernier cas, on peut croire que le peu de radiation lumineuse est une cause contribuant; l'importance du fait d'avoir ou de n'avoir pas été exposé à la pleine lumière est très appréciable dans les cas où, parmi les drageons produits par un même individu de Cirse, les uns sont entourés d'arbrisseaux, les autres non, et où les uns croissent dans le blé, les autres en dehors. Les drageons qui se sont développés dans des blés de taille déjà élevée seront sensiblement différents de ceux qui ont poussé au printemps en même temps que les blés. Les feuilles développées dans une faible lumière auront une nervure médiane peu prononcée, des nervures secondaires encore plus



faibles et des pétioles relativement longs; elles seront plus ou moins minces et dépourvues d'épines, de poils et d'ondulations; elles ne présenteront pas de tissu palissadique, ni de lacunes, ni de dépôts calcaires épidermiques, et elles ne renfermeront que peu de chlorophylle. Le développement moins intense des dragons produits dans des lieux ombragés se marque encore par la grosseur relativement réduite de la tige. Quand, au contraire, le dragon s'est formé en pleine lumière, les feuilles radicales deviennent très fortes et la partie correspondante de la tige atteint une épaisseur considérable. Tel sera aussi le cas pour le rhizome, qui prendra tout à fait l'apparence d'une racine pivotante.

Le *Cirsium arvense* est dioïque. La plante femelle produit des capitules de plusieurs ordres, jusqu'au quatrième inclusivement; le nombre des capitules est de plusieurs centaines (le plus élevé des chiffres constatés était de 690). Toutefois, une minorité seulement de ces capitules atteignent la floraison; leur moyenne était de 80 dans un grand nombre de plantes examinées. Le nombre des fleurs contenues dans chaque capitule peut être évalué en moyenne à 120, de sorte que la totalité des fleurs produites par une plante femelle sera de 10000 environ. Ce nombre représentera encore la moyenne des fleurs portées par une plante mâle. Il est vrai que le nombre des fleurs dont se compose chaque capitule n'y dépasse guère, en moyenne, le chiffre de 110, et que le nombre des capitules produits est très inférieur au nombre correspondant dans les plantes femelles, — il ne comprend d'ailleurs jamais des capitules d'un ordre plus élevé que le troisième —; mais ces circonstances se trouvent compensées par le fait que les capitules se développent dans la majorité des cas. Ils sont groupés en cymes unipares où se développe d'abord le capitule qui termine le sympode, puis les capitules portés aux sommets des pédicelles latéraux du premier degré, et ainsi de suite. Dans le développement des capitules, c'est la région de croissance qui commence par s'élargir fortement pour produire ensuite les feuilles bractéales.

Il convient de remarquer qu'il se fait ici une transition entre la divergence des feuilles caulinaires, qui est de  $\frac{3}{8}$ , et celle des bractées de l'involucre, qui commence par être de  $\frac{5}{13}$  pour devenir ensuite de  $\frac{8}{21}$ . Les bractées externes sont ovoïdes et mucronées; les bractées internes s'allongent par une croissance basilaire accélérée, et leurs extrémités terminales, longues, étroites, membraneuses et dentées (fig. 15, A) s'appliquent d'abord étroitement contre les fleurs. La coupe transversale d'une bractée (fig. 11, B) nous montre un parenchyme fortement développé composé de cellules libéroïques situées dans la région dorsale. Les fleurs naissent dans un ordre centripète à l'extrémité renflée et de plus en plus aplatie du pédicelle, suivant la divergence  $\frac{21}{55}$  (fig. 16). Chacun des petits réceptacles particuliers ne tardera pas à se creuser en coupe et à faire naître 5 pétales, ensuite 5 étamines et simultanément, ou peu s'en faut, le calice (l'aigrette) formé d'environ 70 parties constitutives, enfin 2 carpelles concrescents en un ovaire uniovulé et un style. A la base de ce dernier il se formera un nectaire (*discus*). Toutes les fleurs de chaque capitule s'épanouissent ordinairement, surtout s'il fait chaud, dans l'espace d'une même journée. Elles répandent aussitôt après leur épanouissement un parfum assez fort, plus fort dans les fleurs mâles, où il est plutôt vanillé, tandis que dans les fleurs femelles il rappelle le parfum du *Puccinia suaveolens*. — La corolle se compose en partie d'un tube, qui est très long, mais dont la majeure portion est formée par la région de l'axe

commun qui porte la corolle et les étamines (le «faux» tube de la corolle), tandis que la partie la moins considérable est constituée par la base commune des pétales (le «vrai» tube de la corolle). Le faux tube corollin renferme 10 faisceaux libéroligneux dont 5 internes se continuant dans les étamines, 5 externes se continuant dans les pétales. Ces faisceaux présentent une disposition commissurale et se bifurquent, l'une des deux branches allant vers le pétale de droite, l'autre vers celui de gauche. Le faux tube corollin renferme en outre 5 grandes cavités qui ne sont pas des espaces intercellulaires mais des cellules enflées (fig. 18). Au moment de l'épanouissement s'opère une forte courbure du tube corollin, plus forte dans les fleurs mâles, vers la circonférence du capitule. La partie rayonnante de la corolle est plus grande dans les fleurs mâles (où elle atteint une longueur de 5—7<sup>mm</sup>; voir la fig. 19, *A—C*) que dans les fleurs femelles (3—5<sup>mm</sup>, fig. 19, *D, E*). — Les étamines portent, en haut et en bas de l'anthère, un appendice stérile. Les 5 anthères s'agglutinent en un tube, comme c'est généralement le cas dans les Composées, mais cette agglutination a lieu à une époque relativement avancée. Les fleurs femelles présentent des étamines qui ne sont que des feuilles brunes membraneuses, lancéolées, longues de 2<sup>mm</sup>, tandis que celles des fleurs mâles sont de 6<sup>mm</sup>,5; ici le filet à lui seul mesure 2<sup>mm</sup>. Souvent les étamines des fleurs femelles restent libres. Le développement du pollen est représenté à la fig. 20, où nous avons en *A* une coupe transversale de jeune anthère contenant des cellules mères primordiales du pollen ( $s_1—s_4$ ); la coupe longitudinale, *B*, figure le développement des cellules mères primordiales en colonnes cellulaires; *C* et *D*, la formation des cellules mères secondaires; et enfin *E* et *F*, des grains polliniques mûrs pourvus de pointes et de 3 pores de germination. Les grains polliniques se présentent sous 2 formes différentes dont l'une, plus grande, d'un diamètre de 0<sup>mm</sup>,052, et tout à fait incolore, a le profil garni de 13—15 fortes pointes coniques, et l'autre, plus petite, d'un diamètre de 0<sup>mm</sup>,042 environ, porte au profil des pointes très fines au nombre de 30—40. Ces derniers grains, moins grands que les autres, sont de couleur jaunâtre; ils contiennent un liquide oléagineux qui suinte parfois en gouttes à la surface de la membrane. Quoiqu'ils ne représentent que  $1/10—1/20$  du nombre total, c'est surtout cette dernière sorte de grains qu'on rencontre sur les stigmates des fleurs femelles, ce qui s'explique peut-être par leur plus grande viscosité. Les filets staminaux présentent, quand ils ont atteint le terme de leur développement, des parois cellulaires très épaisses et extensibles (fig. 21, *B*), phénomène qui s'accorde très bien avec le fait qu'avant et après la floraison ils sont de moitié moins longs que pendant la floraison, — époque à laquelle ils ont aussi la propriété de se contracter sous l'influence d'une excitation. — Dans l'ovaire, l'ovule offre d'abord le même développement dans les fleurs mâles que dans les fleurs femelles, mais c'est seulement chez ces dernières qu'il arrive à en remplir entièrement la cavité. L'ovule est anatrope et muni d'un vaste tégument (voir la fig. 22, où *p* représente une bractée; *h* le tégument; *k* le nucelle; et *s* le sac embryonnaire). La paroi de l'ovaire est formée originellement d'une dizaine d'assises cellulaires dont quelques-unes des plus internes, qui avoisinent le tissu conducteur, présentent vers le moment de la floraison des parois épaisses, molles et visqueuses (fig. 23, *A, l*). Après la fécondation, les parois des cellules épidermiques s'épaississent beaucoup (voir *o* dans la fig. 23, *A* et *B*), mais les cavités cellulaires restent petites, ce qui est encore le cas dans l'assise sous-jacente (*n*), tandis que

les cellules qui constituent la région la plus interne de la paroi ovarienne (*m*), se gonflent énormément, et leurs parois sclérifiées deviennent d'une blancheur éclatante. Le tissu conducteur est entièrement comprimé par l'embryon qui commence, aussitôt la fécondation accomplie, à résorber le nucelle et le tégument dont la couche superficielle persiste seule (*f*) pour former dans la suite le tégument proprement dit. Le style renferme deux faisceaux libéroligneux, aboutissant chacun à sa branche stigmatique, et un parenchyme conducteur central (fig. 24). Le stigmate est parsemé, à sa face dorsale, de poils pointus unicellulaires; à sa base se trouve une collerette de poils semblables qui serviront, dans les fleurs mâles, concurremment avec l'allongement du style et le raccourcissement simultané des filets staminaux, à balayer le pollen des anthères. L'allongement du style auquel nous venons de faire allusion (d'une longueur de 9<sup>mm</sup> à une longueur de 15—16<sup>mm</sup>) se fait assez brusquement et avec une grande force, le style ayant été retenu par les appendices supérieurs des anthères. Une fois le style des fleurs femelles émergé, les branches stigmatiques s'écartent (fig. 25, *A* et *B*) de manière à présenter de plus en plus ouvertement leurs faces internes papilleuses destinées à recueillir le pollen, tandis que les branches stigmatiques des fleurs mâles restent jointes (fig. 25, *C*). Les akènes mûrs ont en général 3<sup>mm</sup> de long sur 1<sup>mm</sup> de large. Ceux qui se trouvent placés au centre du capitule sont droits; les autres plus au moins courbes, d'autant plus qu'ils sont situés plus près de la périphérie. L'embryon droit, à radicule dirigée vers le bas, remplit entièrement le tégument avec ses cotylédons semi-cylindriques ou à peu près (coupe transversale, fig. 26, *A*). Les cotylédons s'aplatiront par suite du développement germinatif (fig. 26, *B*); une ou deux de leurs couches cellulaires sous-épidermiques se transformeront en tissu palissadique (fig. 26, *C* et *D*). Les cellules épidermiques de la face supérieure présentent des parois droites; celles de la face inférieure les ont repliées en zigzag (fig. 27, *A* et *B*). Le nombre des akènes qui parviennent à la maturité est très peu considérable par rapport au grand nombre de fleurs produites; même dans les plantes qui ont eu un développement normal, le nombre des capitules qui atteignent la maturité ne dépasse guère la moitié du nombre total, et dans chaque capitule c'est encore une minorité des akènes qui mûrissent. — L'aigrette, qui doit être considérée comme faisant partie du calice, et dont les rayons, au nombre de 70 environ, sont groupés en faisceaux de 3 ou 4, arrangés dans un ordre spiralé sur la partie tubuleuse de l'aigrette, est à l'époque de la floraison de la même longueur que la corolle. Dans les fleurs mâles, l'aigrette ne s'allonge pas sensiblement passé le moment de la défloraison; et voilà pourquoi les corolles fanées donnent aux capitules mâles leur couleur brun sale. Dans les fleurs femelles, l'aigrette s'allonge au contraire jusqu'à deux fois la longueur de la corolle, c'est à dire jusqu'à 24—30<sup>mm</sup>. Les rayons de l'aigrette sont de forme aplatie; toutefois, la face dorsale devient un peu convexe vers la base, ce qui est dû à un tissu hygroscopique qui se trouve là et qui est semblable à celui des bractées. Ce tissu tient les rayons dressés par un temps humide, tandis que par un temps sec ils se recourbent en dehors et finissent ainsi par arracher l'akène du réceptacle. Les deux bords tranchants de chaque rayon émettent beaucoup de rayons latéraux qui sont des cellules épidermiques prolongées.

Il est rare qu'on trouve des formes intermédiaires entre les fleurs mâles et les fleurs femelles. C'est ainsi qu'on a remarqué, parmi les fleurs examinées, une seule

présentant: un stigmate à branches écartées et à portion papilleuse fortement développée; des étamines de la longueur propre aux fleurs mâles, mais faiblement agglutinées et à développement pollinique plus ou moins fort (fig. 28). Le rapport entre la longueur de la partie rayonnante de la corolle et celle du faux tube corollin était de 4:11; il est habituellement de 4:8 dans les fleurs mâles, de 4:12 dans les fleurs femelles. Les déformations sont assez fréquentes; on rencontre, par exemple, des fleurs tétramères ou hexamères. Sur 90 fleurs d'un seul capitule, 14 n'avaient que 4 pétales, 4 étamines. La déformation peut atteindre l'individu dans son ensemble de sorte que, par exemple, tous les drageons deviennent courts et touffus; la racine sera alors démesurément épaisse et tendra à former des bourgeons phyllogènes. Dans des cas de ce genre, chaque partie de la racine produira des drageons anomaux. L'une des monstruosité les plus fréquentes dans les capitules est celle qui consiste dans la formation de capitules composés. Les fleurs du disque d'un tel capitule, qui sont encore les moins déformées, deviennent pédicellées; elles présentent à la base du pédicelle quelques soies courtes et à son sommet un plus grand nombre de feuilles étroites, d'un blanc verdâtre, qui sont l'aigrette transformée (fig. 29, *A*). Dans l'enceinte formée par ces feuilles se trouvent 5 pétales et 5 feuilles libres, à savoir: les étamines dépourvues de pollen (*B*), enfin un style claviforme de couleur verte (*C*). Quelquefois le pistil se trouve fendu jusqu'à sa base en deux parties renfermant un corpuscule ovoïde (*D*). Dans les fleurs où la déformation a atteint un stade encore plus avancé, la corolle se compose de cinq feuilles libres, lancéolées, laineuses (*E*), et le pistil est transformé en un pédicelle court, épais, terminé par un corps capituli-forme que revêtent un grand nombre d'écailles imbriquées, le «chapiteau» (*F*). Une autre anomalie consiste en ce que les pétales ainsi que les étamines se métamorphosent en feuilles brunes, membraneuses, et que les styles s'allongent beaucoup et portent des stigmates d'un rouge foncé. Les rayons d'aigrette peuvent représenter tous les stades du passage de soies ordinaires à feuilles vertes, sépaloïdes, renfermant des faisceaux libéro-ligneux à vaisseaux spiralés; auquel cas leur nombre se réduit parfois à 5. Dans de telles fleurs, les étamines ont ordinairement des anthères libres, et le style, qui dépasse de beaucoup les autres parties de la fleur, porte des stigmates verdâtres, souvent foliiformes et épineux (*G* et *H*).

Dans la nature, les drageons du *Cirsium arvense* se trouvent toujours disposés par groupes, «groupes simples» où les drageons sont tous de même «forme», ou «groupes composés» à drageons représentant un nombre restreint de formes différentes. Les drageons représentant une même forme sont toujours groupés autour d'un centre commun. Nous donnons à la fig. 30 la figuration schématique d'un tel groupe composé qui comprenait 400 groupes environ, représentant en tout 4 formes différentes. Le mode de croissance de notre végétal et sa grande variabilité expliquent la formation de groupes. Une plantule de n'importe quelle forme produira, si elle est placée dans des conditions favorables, un groupe toujours croissant de systèmes radicaux, qui feront naître tous les ans un nombre toujours croissant de drageons. Tous les drageons appartenant à l'ensemble de systèmes radicaux qui proviennent d'une même plantule, présenteront la même forme. Des expériences ont démontré qu'en semant des graines d'une même forme on obtient des plantules d'un grand nombre de formes diverses; ce ne sera qu'un nombre



relativement restreint de ces plantules qui reproduiront la forme de la plante mère ou qui seront semblables entre elles. Le nombre des formes est immense, mais si par formes on ne comprend que celles qui présentent des caractères particulièrement distinctifs, qui sont assez répandues et qui ne se rencontrent que dans des milieux déterminés, les quatre suivantes peuvent seules mériter ce nom : *Cirs. arv. f. maritima*, *f. setosa*, *f. argentea*, *f. gracilis*. Les individus à fleurs blanches sont rares ; leur partie végétative aérienne est ordinairement d'un vert jaunâtre de nuance assez claire, et les akènes eux-mêmes ont une coloration plus claire que d'habitude.

Quant à l'extension du *Cirsium arvense*, il se rencontre un peu partout en Europe depuis l'Espagne jusque dans la Laponie méridionale, et aussi dans quelques régions sibériennes. En outre, la culture des terres l'a fait répandre dans toutes les parties du monde ; il est, par exemple, assez commun dans l'Amérique du Nord. Il devient nuisible surtout quand il paraît en masse dans les champs d'avoine. Le grand nombre de Cirses croissant dans un terrain ne peut pas être allégué comme signe de son peu de fertilité, le Cirse atteignant justement son développement le plus intense dans les sols fertiles. En semant le marsais de trop bonne heure on risque de voir paraître une telle abondance de Cirses qu'ils auront trop de prise sur les blés, leurs drageons s'étant trouvés au moment des semailles à des profondeurs trop considérables pour être endommagés par le labour ; et, d'ailleurs, plus le temps est défavorable aux blés pendant les semaines qui suivent immédiatement les semailles, plus les Cirses auront la lumière, l'air et l'espace nécessaires à leur plein développement. L'alternance des cultures a une très grande influence sur l'intensité du développement des Cirses. Si on transforme en pacage un champ ayant produit de l'avoine l'année passée et où les groupes de Cirses ont prospéré à l'aise, les racines produiront des drageons vigoureux qui se développeront librement jusqu'à la fenaison ; mais, la fauche finie, les nouveaux drageons seront tous broutés avec l'herbe par les bestiaux, et les choses se passeront exactement de même l'été suivant, ce qui aura pour résultat un affaiblissement général des groupes de Cirses, et cet affaiblissement ira s'aggravant l'été d'après quand, selon le système généralement adopté, la terre sera mise en jachère et que, par conséquent, les drageons seront coupés à plusieurs reprises (3 ou 4 fois) par le soc, à une profondeur assez considérable. A une saison plus avancée, les semailles d'automne auront lieu, et après ce temps aucun drageon de Cirse n'apparaîtra ; mais lorsque, au printemps, les blés grandiront, les Cirses se produiront aux mêmes endroits qu'auparavant et croîtront avec les blés ; il y en aura même qui atteindront la fructification. L'année suivante, c'est à dire l'année désignée pour la culture de l'orge, les Cirses présenteront une intensité de développement plus grande, qui diminuera ensuite pendant l'année destinée aux fourrages verts, année pendant laquelle il en sera du développement des Cirses à peu près comme dans les pacages de la première année. Ainsi se termine le septennat des cultures, et si, l'année suivante, on recommence la série par l'avoine, les Cirses pourront y retrouver la même vigueur que sept ans auparavant. Dans les pacages pérennans les Cirses ne subsisteront guère, les drageons étant sans cesse broutés par les bestiaux.

En règle générale, nous voyons les systèmes radicaux s'affaiblir partout où le développement des drageons s'est trouvé entravé. C'est ainsi que, souvent, on ne ren-



contre dans les jachères que des racines descendantes isolées ou bien des fragments de racines pourris aux deux bouts. Parmi les moyens à employer pour l'extirpation de cette mauvaise herbe, nous citerons donc en premier lieu un labour consciencieux, surtout dans les jachères. Dans les terres cultivées avec soin, où les Cirses sont d'un développement assez faible, il n'est pas rare de voir une même «forme» répartie en plusieurs petits groupes séparés mais ayant tous un centre commun; ce sont évidemment là les restes d'un seul groupe primordial fort endommagé par le labour. La culture des betteraves, qui demandent à être sarclées plusieurs fois par an, est d'un effet plus sûr qu'aucun autre remède contre les Cirses. On pourrait encore en signaler d'autres: outre le broutement radical, il y a aussi la coupure, laquelle ne doit toutefois pas être trop superficielle, ce qui pourrait avoir pour résultat la naissance de tout un faisceau de drageons au lieu d'un seul, et puis l'arrachement des drageons, quand ils sont assez développés pour que le rhizome ne se brise pas; il est essentiel qu'il se détache tout près de la racine.

Les ennemis les plus dangereux du *Cirsium arvense* sont, soit les autres «mauvaises herbes» — qui ne lui sont du reste pas un obstacle bien sérieux dans les terres cultivées, soit les champignons parasites et surtout le *Puccinia suaveolens* (Pers.) Rostr., dont les deux générations alternent entre divers individus de la même plante nourricière. La première génération entrelace des filaments de son mycélium les tissus de tout le drageon de Cirse et en arrête la croissance de sorte qu'il n'atteindra pas la floraison; ce mycélium peut même gagner les racines de multiplication et ainsi des groupes entiers se trouveront attaqués, parfois dans la proportion de 25 à 30 pour 100 sur tout un champ. Les drageons malades sont pâles, jaunâtres; ils commencent par croître plus rapidement que les drageons sains, jusqu'au moment de la floraison, où ils meurent. Le mycélium produit en premier lieu des spermogonies d'un parfum très fort, et plus tard, surtout à la face inférieure des feuilles, des pustules d'urédospores rubiginieuses. Les urédospores donnent naissance à la seconde génération, assez peu nuisible, qu'on trouve en automne sur les feuilles de presque tous les drageons de Cirses. Elle porte des basidiospores, qui produiront en germant un nouveau mycélium. — Parmi les autres champignons parasites qu'on trouve sur le *Cirsium arvense*, mais qui lui font en somme assez peu de mal, il faut citer le *Bremia Lactucae* Regel, le *Cystopus spinulosus* de Bary, l'*Erysiphe Cichoracearum* D. C., le *Ramularia Cirsii* Allescher, et parmi les champignons végétant sur les tiges mortes, l'*Ophiobolus Carduorum* (Wallr.) et le *Typhula variabilis* Riess.

Parmi les insectes ennemis du *Cirsium arvense*, le plus commun est la petite mouche jaune *Tryphela flava* dont la larve vit dans les capitules, 1 larve (quelquefois 2—3) dans chaque capitule. L'involucre se rompt ordinairement d'un côté tout en prenant un aspect légèrement tordu, et les akènes, ceux du moins qui se trouvent placés dans la région centrale du capitule, sont détruits par la larve. Citons encore les larves de l'*Urophora Cardui*, dont les piqûres produisent sur les tiges de notre Cirse des galles comparables à des figues pour la forme et pour la taille, le *Cassida viridis*, l'*Aphrophora spumaria*, ainsi que divers pucerons et acariens (*Phytoptus*).

## Explication des planches.

Pl. I. Système radical déterré, complet, normal, vu de profil vertical; août 1872: *a*, racine morte de l'année passée; *b*, empreinte argileuse, de la racine morte; *c*, rhizomes morts, issus de la racine de l'année passée; *d*, racines rampantes produites dans le cours de l'année et portant des tiges fleuries; *e*, rhizomes avec racines nutritives; les rhizomes ont été coupés immédiatement au-dessus du sol; *f*, bourgeon né sur les racines déjà représentées; *g*, racines dirigées vers le bas, formant la continuation directe des racines rampantes; *h*, extrémités ramifiées des racines descendantes, revêtues de poils, le tout enfoncé dans la marne; *i*, racines de multiplication nouvelles, destinées à la végétation de l'année prochaine, avec des bourgeons; *k*, *l*, racines de multiplication nées sur le rhizome et présentant des bourgeons relativement bien développés; *m*; *n*, fragment d'une racine d'arbre traversé par une racine de Cirse dans le sens longitudinal; *r*, rosettes d'automne. <sup>1</sup>/<sub>13</sub>.

Pl. II. Plantule âgée de dix mois, née d'une graine qu'on avait semée le 20 oct. 1871 dans un verre contenant du sable, et ayant commencé à germer le 7 nov. Pour être à même de dessiner les racines dans leur lit naturel on avait cassé le verre, puis enlevé le sable avec de l'eau (8 sept. 1872). *a*, racine terminale; *b*, premiers rameaux radicaux; *c*, tige principale; *d*, tige née d'un bourgeon de la racine terminale; *d'*, tige née d'un bourgeon qu'avait produit un rameau radical; *e*, racines de multiplication nées sur le rhizome, destinées à produire des bourgeons. <sup>4</sup>/<sub>5</sub>.

Pl. III. *A*. Individu qu'on avait produit en cultivant un fragment de racine, le 16 sept. 1872. Le fragment (*a*), long de 6<sup>m</sup>,5 avait été déterré le 3 février de la même année et transplanté dans du sable une semaine plus tard. D'un bourgeon (voir *c*) qui se trouvait sur le fragment déjà au moment où il fut déterré, est née une forte tige; *b*, rhizome mort; *d*, rameaux radicaux nés sur le fragment de racine; l'un a produit une tige encore cachée dans le sable (*e*), l'autre, morte à son extrémité, a émis un rameau radical secondaire (*d'*) qui a donné naissance à une tige (*f*). <sup>4</sup>/<sub>5</sub>.

*B* et *C*. Parties souterraines d'individus attaqués par la première génération du *Puccinia suaveolens*; *g*, racine descendante; *h*, rhizomes fortement ramifiés; *i*, fragment d'une ancienne racine; *k*, racine rampante ayant produit des tiges au cours de l'année; *l*, autre racine rampante née sur le rhizome.

Pl. IV. *A*. Individu entier (plante femelle à fruits mûrs) déterré dans une prairie entourée de bois, à sous-sol de tuffeau, le 14 sept. 1872; la partie descendante d'une racine de multiplication, née sur une racine qui est morte à présent, traverse une racine d'arbre pourrie. *a*, humus, 42<sup>cm</sup> environ; *b*, tuffeau, 1<sup>m</sup>,8 environ; *c*, argile présentant quelques grandes pierres isolées; *d*, cassure d'il y a 2 ans, 1<sup>m</sup>,5 environ; *e*, débris d'humus et de tuffeau; *f*, eau. <sup>1</sup>/<sub>8</sub>.

*B*. Individu déterré dans une jachère (mai 1863); il présente ceci de particulier que le rhizome fait naître des rameaux aux aisselles des écailles. La ligne horizontale représente la surface du sol. <sup>2</sup>/<sub>4</sub>.

## Tavleforklaring.

**Tab. I.** Et fuldstændig udgravet, normalt Rodsystem i vertikal Profil, August 1872. — *a*, Fjorgammel død Rod. — *b*, Aftryk i Leret af den døde Rod. — *c*, Døde Rodstokke, udgaaende fra den fjorgamle Rod. — *d*, Krybende Rodder, udviklede i Aarets Løb og bærende blomstrende Skud. — *e*, Rodstokke med Ernæringsrødder; Rødderne ere overskaarne lige over Jordoverfladen. — *f*, Knop paa de krybende Rodder. — *g*, Nedstigende Rodder, der danne umiddelbar Fortsættelse af de krybende. — *h*, De yderste, stærkt forgrenede Ender af de nedstigende Rodder, beklædte med Rodhaar og helt indesluttet i Mergelen. — *i*, Nye Formeringsrødder for det følgende Aar. — *k*, Knopper paa samme. — *l*, Formeringsrødder udgaaende fra Rodstokken. — *m*, forholdsvis vel udviklede Knopper paa samme. — *n*, Brudstykke af en Trærod, gennemboret paa langs af en Tidseirod. — *r*, Efteraarsrosetter. <sup>1</sup>/<sub>11</sub>.

**Tab. II.** En 10 Maaneder gammel Frøplante, voxet op af et Frø, der var saat i et Glas med Sand d. 20. Okt. 1871 og havde begyndt at spire den 7. Novbr. For at faa Roddelene tegnede i deres naturlige Leje sloges Glasset itu, og Sandet skylledes bort med Vand (8. Sept. 1872). — *a*, Hovedrod. — *b*, Primære Rodgrene. — *c*, Hovedstængel. — *d*, Stængel, voxet op af en Knop paa Hovedroden. — *d'*, Stængel, voxet op af en Knop paa en Rodgren. — *e*, Formeringsrødder, udgaaende fra Rodstokken og bestemte til at danne Knopper. <sup>4</sup>/<sub>5</sub>.

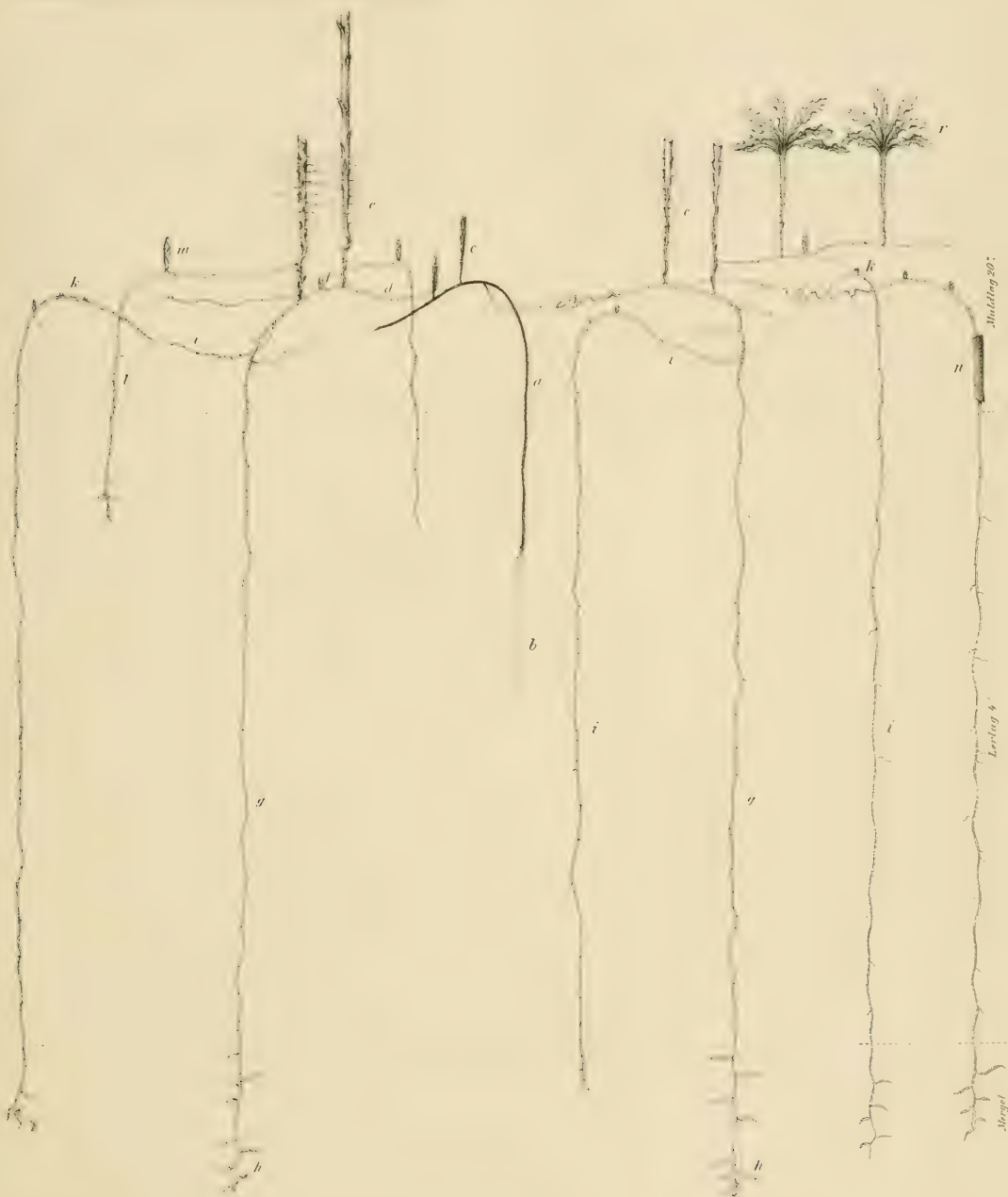
**Tab. III.** *A.* Et ved Dyrkning af en Rodstump frembragt Exemplar, 16. Sept. 1872. Den 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub>" lange Rodstump (*a*) var opgravet d. 3. Febr. s. A. og plantet i Sand en Uge efter. Af en allerede ved Udgravningen paa Rodstumpen værende Knop (ved *c*) er en kraftig Stængel voxet op. — *b*, Død Rodstok. — *d*, Rodgrene udgaaende fra Rodstumpen; den ene har frembragt en endnu i Sandet skjult Stængel (*e*); den anden var visnet i Spidsen, men havde udsendt en sekundær Rodgren (*d'*), bærende en Stængel (*f*). <sup>4</sup>/<sub>5</sub>.

*B* og *C*. Underjordiske Dele af Exemplarer, angrebne af første Generation af *Puccinia suaveolens*. — *g*, Nedstigende Rod. — *h*, Stærkt forgrenede Rodstokke. — *i*, Stump af en gammel Rod. — *k*, Krybende Rod, som har frembragt Skud i Aarets Løb. — *l*, Krybende Rod, udgaaende fra Rodstokken.

**Tab. IV.** *A.* Et fuldstændigt Exemplar (Hunplante med modne Frugter), udgravet i en af Skov omgiven Eng med Underlag af Kalktuf, 14. Sept. 1872; den nedstigende Del af en fra en nu henvisnet Rod udgaaende Formeringsrod gennemborer en raadden Trærod. — *a*, Muld, 16". — *b*, Kalktuf, 5<sup>1</sup>/<sub>2</sub>—6'. — *c*, Ler, indeholdende store Sten. — *d*, En 2 Aar gammel Brudflade, 5'. — *e*, Nedstyrkede Masser af Muld og Kalktuf. — *f*, Vand. <sup>1</sup>/<sub>5</sub>.

*B.* Et i en Brakmark i Maj 1863 udgravet Exemplar, der frembyder den Ejendommelighed, at Rodstokken udsender Grene fra Skælbladenes Hjørner. Den vandrette Linie betyder Jordoverfladen. <sup>3</sup>/<sub>4</sub>.





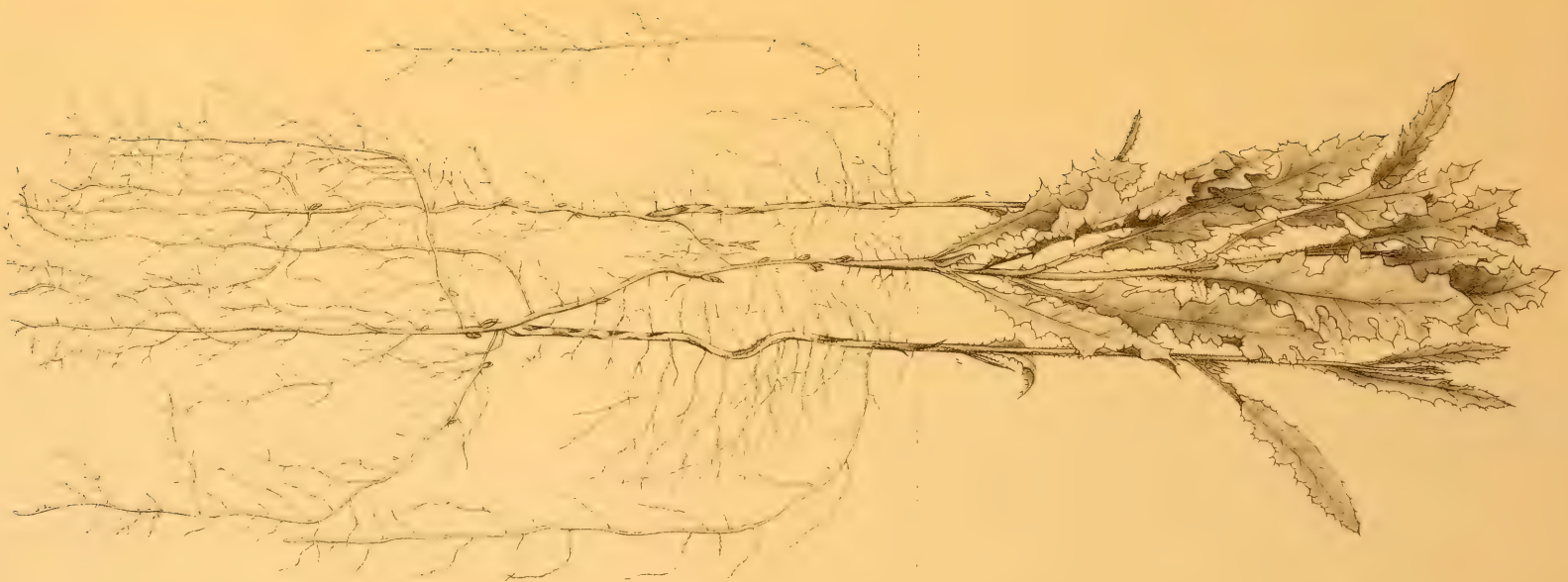
Skulptur 20.

Lerleg 4.

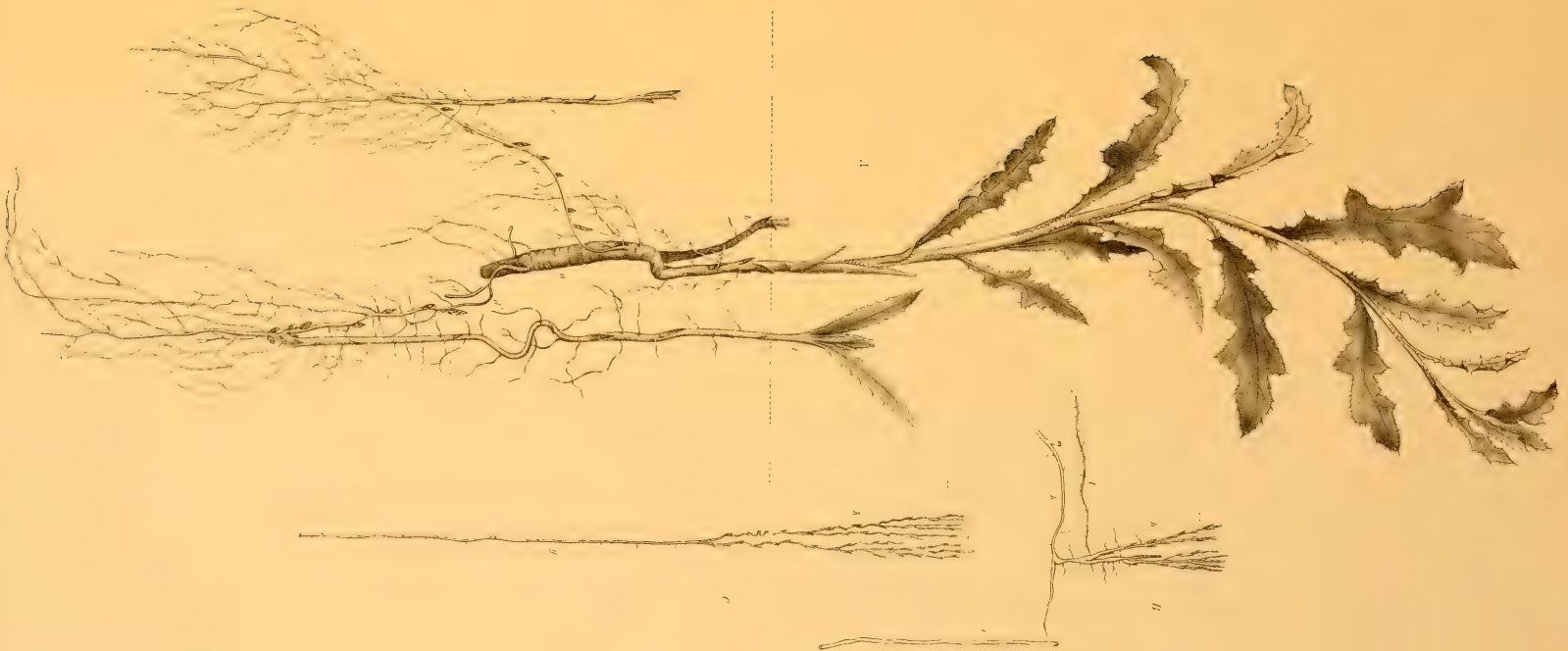
Mangel





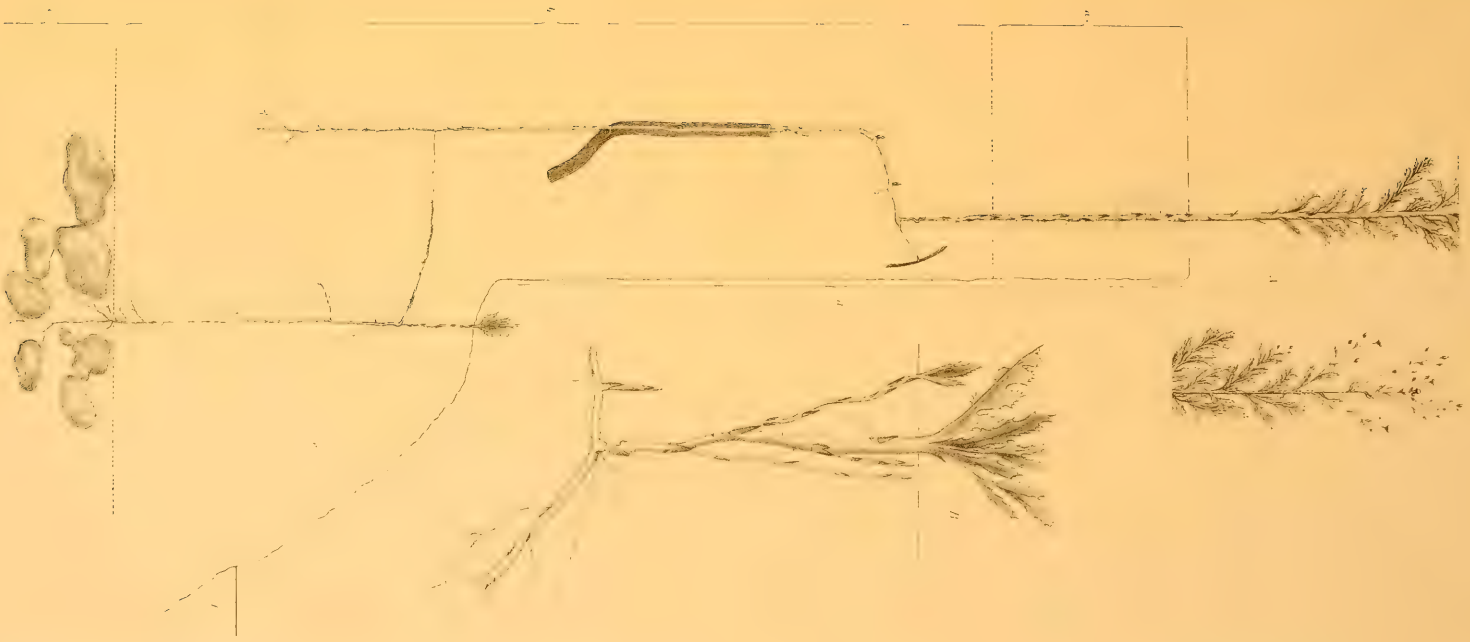














Om

# Bromderivater af Chinaalkaloiderne

og om de gennem disse dannede

## brintfattigere Forbindelser.

Af

**A. Christensen,**  
Docent ved den pharmaceutiske Læreanstalt.

D. Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Skrifter, C. Række, naturvidensk. og mathem. Afd. X. 4.

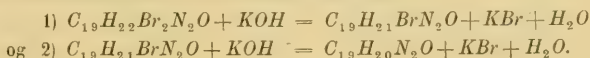


**København.**  
Bianco Lunos Bogtrykkeri.  
1902.



## Indledning.

Som jeg i en tidligere Afhandling<sup>1)</sup> har vist, danne de 3 Chinaalkaloider, Cinchonin, Cinchonidin og Chinin Dibromadditionsprodukter. Tidligere vandt jeg dem af de Overbromider, deres Bromhydrater danne<sup>2)</sup>; men da disse Dibromider ere Udgangsmaterialet for de Forbindelser, jeg i nærværende Arbejde har undersøgt, maatte det nu først og fremmest være min Opgave at søge dem fremstillede ved en Methode, der var simpel og gav godt Udbytte. Dette lykkedes ved at addere Brom til det oprindelige Alkaloid opløst i Brombrinte og stærk Eddikesyre. De to af disse Forbindelser, Cinchonin- og Chinindibromid vare tidligere<sup>3)</sup> fremstillede af Comstock og Koenigs, og for den første Forbindelses Vedkommende have disse Forfattere vist, at den ved Behandling med vinaandig Kali afgiver to Molekuler Brombrinte og danner en Forbindelse, som de have givet Navnet Dehydrocinchonin. Derimod var denne Proces ikke lykkedes dem for Chinindibromidets Vedkommende. Cinchonindibromidet har ikke været omtalt i den kemiske Literatur, før jeg fremstillede det, og noget Dehydro-Cinchonidin er derfor heller ikke tidligere fremstillet. Det er lykkedes mig at fremstille begge disse Forbindelser ved Behandling af Dibromiderne med vinaandig Kali, og desuden vil dette Arbejde vise, hvorledes denne Fraspaltning af Brombrinte fra alle de 3 Dibromprodukter foregaar i to Sæt, saaledes at der først, og meget let, fraspaltes 1 Molekule og derved dannes et Monobromsubstitutionsprodukt af det oprindelige Alkaloid, som det ved yderligere vedholdende Behandling i Koghede med vinaandig Kali lykkes at omdanne til det bromfrie Alkaloid, 2 Brintatomer fattigere end det oprindelige. For Cinchonindibromid vil Processen f. Ex. være:



<sup>1)</sup> K. D. Vidensk. Selsk. Skr. 6. R., nat. og math. Afd. IX (1900), Pg. 253.

<sup>2)</sup> Da disse Alkaloider ogsaa danne Overbromider uden  $HBr$  (f. Ex. danner Cinchonindibromid:  $C_{19}H_{21}Br_2N_2O \cdot Br_2$ ), har jeg fundet det rigtigt at forandre Navnene saaledes, at de fuldtud udtrykke Sammensætningen. Saaledes i Siedet for Cinchonindibromidoverbromid: Cinchonindibromid-bromhydratperbromid.

<sup>3)</sup> B. d. d. chem. Ges. 17 (1884), Pg. 1995 og 25 (1892), Pg. 1550.



Skønt denne Proces svarer ganske til den, som Æthylenbromid o. l. Stoffer undergaar ved vinaandig Kali, har dette Dibromidernes Forhold (at Processen foregaar i to Sæt) dog ikke før været kendt.

De paa denne Maade dannede brintfattigere Alkaloider, Dehydrocinchin-Cinchonin og -Cinchonidin optage alle 3 kun 2 Bromatomer og danne herved Forbindelser, der ere at betragte som Dibromsubstitutionsprodukter af de oprindelige Alkaloider. Da kun Dehydrocinchonin<sup>1)</sup> hidtil har været kendt, er kun det heraf afledede Dibromcinchonin<sup>2)</sup> tidligere fremstillet, og skyldes Comstock og Koenigs. De samme Forfattere viste ogsaa, at Dehydrocinchonin kunde optage et Molekule Brombrinte, og de kaldte disse 2 Stoffer i Henhold til deres Oprindelse: Dibromdehydrocinchonin og Hydrobromdehydrocinchonin. Efter mine Undersøgelser synes der ikke at være nogen Forskel paa det af mig fremstillede Monobromcinchonin og dette sidstnævnte Alkaloid. Som rimeligt er, maa jeg naa til samme Punkt ved min som C. og K. ved deres Fremstillingsmethode, de ere blot gaaede en betydelig Omvej. Herefter vil det være rigtigst at kalde Forbindelsen Monobromcinchonin, og i Analogi hermed maa Dibromdehydrocinchonin og de andre Alkaloiders tilsvarende Derivater benævnes i Overensstemmelse hermed.

Jeg har allerede i min foran citerede Afhandling om Overbromider gjort opmærksom paa, at det af Skalweit<sup>3)</sup> fremstillede Dibromcinchonidin ikke — som han antog — kunde være et Dibromsubstitut, men maatte være et Additionsprodukt. Jeg har nu fundet, at dette Alkaloid er identisk med det af mig fremstillede Additionsprodukt, Cinchonidindibromid. Det samme er Tilfældet med et af Galimard<sup>4)</sup> i den sidste Tid fremstillet Bibromcinchonidin, det er ganske det samme Stof.

For Cinchoninets Vedkommende har Laurent<sup>5)</sup> fremstillet baade et Dibrom- et  $\frac{3}{2}$  brom- og et Monobromprodukt, som han alle tre anser for at være Substitutionsprodukter. Ved at gennemgaa dette Arbejde har jeg fundet, at det første var et Dibromadditionsprodukt, det andet, som det lod sig formode, en Blanding af dette med Monobromcinchonin, hvormed det havde sin Rigtighed, men som dog kun dannedes i forholdsvis mindre Mængde. Skalweit<sup>6)</sup> har ved Kogning af sit Dibromcinchonidin med vinaandig Kali faaet Dioxycinchonidin; af Laurents 3 Forbindelser har A. Kopp<sup>7)</sup> ved samme Proces faaet dannet 3 tilsvarende Oxycinchoniner. Da det nu ved det første af disse Arbejder i Virkeligheden var Cinchonidindibromid, ved det andet den tilsvarende Cinchoninforbindelse

<sup>1)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. 19, Pg. 2856.

<sup>2)</sup> " " " " " 25, Pg. 1544

<sup>3)</sup> Liebigs An. B. 172 (1874), Pg. 102.

<sup>4)</sup> Bull. Soc. chimique t. XXV, 3ième Sér., 1901, Pg. 84.

<sup>5)</sup> An. de Chim. et de Phys. 3ième Sér., XXIV, 1848, Pg. 302.

<sup>6)</sup> Liebigs An., B. 172 (1874), Pg. 103.

<sup>7)</sup> Archiv d. Pharm. 209 (1876), Pg. 34.

og Monobromcinchonin, der behandles, og da det første Stof giver Dehydrocinchonidin, de to andre begge det samme, Dehydrocinchonin, er det klart, at begge disse Arbejders Resultater maa være fejlagtige.

Der eksisterer altsaa for hvert af de 3 Chinaalkaloider 1) et Dibromadditionsprodukt, og kun dette dannes ved direkte Indvirkning af Brom paa Alkaloidet; 2) et Monobromsubstitutionsprodukt, der dannes ved at berøve Dibromidet et Molekule Brombrinte eller ved at addere et Molekule heraf til det fuldstændigt afbromerede Dibromid, «Dehydro»-forbindelsen; 3) en to Brintatomer fattigere Forbindelse (end det oprindelige Alkaloid, f. Ex. Dehydrocinchonin og saa fremdeles), der dannes ved at berøve Dibromidet 2 Molekuler Brombrinte, og 4) et Dibromsubstitutionsprodukt, der kun kan faas af de brintfattigere Forbindelser ved at addere 2 Brintatomer.

### Cinchonindibromid.

Jeg har tidligere omtalt, hvorledes dette Stof kan faas af Cinchonindibromidbromhydratperbromid<sup>1)</sup>. Tidligere var det fremstillet af Comstock og Koenigs<sup>2)</sup> ved at sætte Brom opløst i Chloroform til en Opløsning af Cinchonin i en Blanding af 1 Rf. Alkohol og 2 Rf. Chloroform og ved at rense Alkaloidet gennem Dannelse af Nitraten. Ingen af disse Metoder ere dog tilfredsstillende. Efter den sidste faas Reaktionsproduktet temmelig farvet, og Udbyttet bliver ogsaa temmelig lavt. Efter den første Methode faas Alkaloidet hvidt; men det er en Omvej først at fremstille Overbromidet og derefter reducere det, og dette bliver saa meget mere omstændeligt derved, at det tager lang Tid at faa Overbromidet krystallinsk. Følgende Methode er meget nem, giver et godt Udbytte og et rent, hvidt Præparat:

50 Gram Cinchonin opløses i 100 Gram 80 % holdig Eddikesyre og i lidt mere end den beregnede Mængde (c. 45 %'s) Brombrintesyre (2 Mol.  $HBr$ ), idet der opvarmes til 50 à 60°. Herpaa tilsættes Brom (2 Atomer) lidt efter lidt, dog ikke for langsomt mod Slutningen, for at der ikke skal udskilles Bromhydrat. Naar alt Brom er tilsat, og hvis Opløsningen er farvet<sup>3)</sup>, tilsættes hurtigt saa meget Svovlsyringvand, at Opløsningen er farveløs eller har en svag gul Farve, som ikke længere aftager. Et Øjeblik efter begynder Bromhydratet at udskilles, og det hele stivner snart efter til en krystallinsk Masse. Efterat Moderluden er suget godt fra, tørres Saltet i Luften. Af Moderluden kan der yderligere vindes en ikke ubetydelig Mængde ved Fældning med Ammoniak, og ved at opløse Bund-

<sup>1)</sup> K. D. V. Selsk. Skr. 6. R., nat. og math. Afd. IX, Pg. 278.

<sup>2)</sup> B. 17, 1995, 25 (1892), Pg. 1550.

<sup>3)</sup> Lidt Overskud bør der være, for at man kan være sikker paa fuldstændig Bromering.

faldet i den nødvendige Mængde varm fortyndet Brombrintesyre og lade Opløsningen staa hen. Ogsaa kan det af Moderluden vundne Bundfald med Fordel oparbejdes til Monobromcinchonin, hvorefter det indeholder lidt, eller det kan bruges til Dehydrocinchonin. Jeg fik af 50 Gram Cinchonin 75 Gram tørt Bromhydrat og af Moderluden yderligere 20 Gram. Begge Portioner vare smukt hvide og krystallinske.

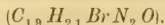
Af Bromhydratet fik jeg det frie Alkaloid ved at udrøre Saltet i Vand, tilsætte en rigelig Mængde Natronlud og lade det Hele henstaa til næste Dag, idet der af og til omrøres. Bundfaldet samledes paa Filter, Moderluden frasugedes, og der udvaskedes ved at komme Alkaloidet tilbage i Bægerglasset og udrøre det deri med Vand og med lidt Natron. Naar Moderluden atter er frasuget, opløses Alkaloidet i fortyndet Svovlsyre, for at fjerne den sidste Rest af Brombrinte, og fældes ved at hældes ned i et Overskud af kold Ammoniak.

Ved at behandle Cinchonindibromid med Zink og fortyndet Syre dannes rigelige Mængder Brombrinte, og Opløsningen bliver stærk gul. Dog har det ikke været mig muligt at faa hele Brommængden ud. Rimeligvis dannes herved et Hydrocinchonin. Cinchonindibromid, Monobromcinchonin og -Cinchonidin forholde sig paa lignende Maade.

Sætter man til en Oplosning af Cinchonindibromidbromhydrat i Vand noget Brom — ikke over to Atomere —, udskilles der Overbromid, som ved Kogning opløses, idet der bortgaar en Del Brom; men naar man fortsætter Kogningen, bliver Opløsningen rød med grøn Fluorescens. — Tilsættes mere Brom, gaar Farven straks bort. — Ved Afkøling dannes et lille orangefarvet Bundfald, som er let opløseligt i Vinaand, men atter fældes deraf ved Æther. Den vinaandige Oplosning af dette Stof er rød i gennemfaldende Lys, men viser i tilbagekastet Lys en pragtfuld grøn Fluorescens. Med Ammoniak bliver den vinaandige Oplosning først rød, snart efter violblaa, og Farven taber sig tilsidst ganske. Stoffet er noget opløseligt i Vand, Opløsningen fluorescerer meget smukt gulgrøn ligesom Fluorescein i alkalisk Oplosning, og ved Tilsætning af Ammoniak fældes det indeholdte Alkaloid med rød, senere violet Farve.

Hvad det er for et Stof, der betinger denne Reaktion, kan jeg ikke sige. Cinchonindibromid giver samme Reaktion, og det ligger i Sagens Natur, at man faar samme Resultat ved at koge disse to Alkaloiders Bromhydratperbromider med Vand i længere Tid.

### Monobromcinchonin.

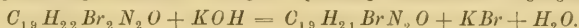


Comstock og Koenigs have vist<sup>1)</sup>, at Cinchonindibromid ved at koges med vinaandig Kali afgiver hele Brommængden til Kaliet som Brombrinte, idet der dannes Dehydro-

<sup>1)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. B. 19, Pg. 2856.

cinchonin,  $C_{19}H_{20}N_2O$ . Som foran (Pg. 2) angivet, har jeg fundet, at Processen foregaar i to Afsnit, idet der først meget let fraspaltes et Molekule Brombrinte og dannes et Monobromsubstitut af det oprindelige Alkaloid, altsaa her Monobromcinchonin. Da Cinchonindibromid er saa tungtopløseligt i Vinaand, kan man ikke her som ved Chininformbindelsen (se denne) lade Indvirkningen foregaa i Kulden. Ved et Forsøg fandt jeg saaledes, at Cinchonindibromid, der i 2 Dage ved almindelig Temperatur havde henstaaet med 20 Dele absolut Alkohol og  $\frac{1}{2}$  Del Kalihydrat, kun havde afgivet c.  $\frac{3}{4}$  Bromatom som Brombrinte. Jeg er gaaet frem paa følgende Maade:

I Del Cinchonindibromid blev overbældt med 15 Dele 96 % holdig Vinaand og opvarmet under omvendt Køler, indtil Blandingen havde kogt nogen Tid. Den største Del af Alkaloidet var da endnu uopløst og gav Blandingen et mælkeagtigt Udseende. Der tilsattes nu  $\frac{1}{2}$  Del Kalihydrat opløst i 96 % holdig kogende Vinaand. Herved klarer Vædsken sig øjeblikkeligt, der dannes det i Vinaand langt lettere opløselige Monobromcinchonin, og samtidigt udskilles i den gule Opløsning Bromkalium i rigelig Mængde, idet



Opløsningen filtreres nu uden Ophold gennem Varmtvandstragt, for at Processen ikke skal gaa videre. Filtratet fældes med Kulsyre, og Kaliumcarbonat og Bromkalium filtreres — efter Opvarmning for at faa førstnævnte Salt til at samle sig. Hvis der skulde være udkrystalliseret noget af Alkaloidet sammen med disse Salte, vindes det let, idet det bliver tilbage, naar de udtrækkes med Vand. Ved Inddampning af den vinaandige Opløsning udkrystalliserer Alkaloidet; det renses ved Omkrystallisation.

Set under Mikroskopet viste Alkaloidet sig som lange Naale eller som lange, tynde tilsyneladende rhombiske Plader. Det danner ikke noget tungtopløseligt Nitrat, men opløses meget let i fortyndet Salpetersyre. Herved kan det let kendes fra og prøves for Cinchonindibromid.

Det tabte ikke i Vægt ved  $110^\circ$  og er saaledes vandfrit. Det smeltede ved omkring  $225^\circ$ , men blev derved brunt og destrueredes.

Ved Behandling med Zink og fortyndet Svovlsyre afgiver det lidt efter lidt Brom, og Vædsken antager en intensiv gul Farve, idet der rimeligvis dannes Hydrocinchonin. Efter 3 Gange gentagen Behandling var Halvdelen af Bromet endnu ikke fjernet.

Molekuletalet kunde jeg bestemme jodometrisk: 0,9913 Gram toges i Arbejde og opløstes i 70 Ccm. Vinaand og 30 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $H_2SO_4$ . Ved Tilbagetitrering efter Tilsætning af Jodkalium og Kaliumjodat brugt: 3,23 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $Na_2S_2O_3$ . — Vædsken blev straks efter gul, men affarvedes ved 0,1 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $Na_2S_2O_3$ . Iflg.:

$$\frac{26,77}{0,9913} = \frac{10,000}{x}$$

er Molekuletalet (Ækvivalenttalet)  $x = 370,3$ , medens  $C_{19}H_{21}BrN_2O = 373$ .

Brommængden bestemtes efter Carius' Methode: 0.2185 Gram toges i Arbejde. Det dannede Bromsølv svarede til 0,0454 Gram Brom = 20,80 %. — Beregnet for den afvejede Stofmængde  $C_{19}H_{21}BrN_2O$ : 0,0468 Gram Br = 21,4 %.

Monobromcinchonin er højredrejende ligesom Cinchonin. Bestemmelsen foretoges med en Opløsning i 2 Rf. Chloroform og 1 Rf. Vinaand.

$p = 2,032$ ,  $l = 20$  Ctm.,  $t$  c.  $17^\circ$ . For  $(\alpha)_D$  var Drejningen  $7,55^\circ$ . Den specifikke Drejning er altsaa under disse Betingelser  $\frac{7,55 \cdot 100}{2 \cdot 2,032} = +185,7^\circ$ .

For at undersøge, hvorvidt Monobromcinchonin optager Brom eller ikke, opløstes 0,5455 Gram i Chloroform. Til denne Opløsning dryppede jeg en Bromopløsning i Tetrachlormethan, hvoraf 3,37 Gram (efter Tilsætning af Jodkaliumopløsning) svarede til 14,6 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm. Natriumthiosulfat. Da jeg havde tildryppet 1,075 Gram, var Blandingen, der antog en meget synlig Farve, saasnart Tildrypningen begyndte, nu stærkt gul. Jeg tilsatte nu Jodkaliumopløsning og titrerede det herved udskilte Jod. Brugt: 4,5 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $Na_2S_2O_3$ . Da den tilsatte Brommængde svarede til 4,6 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $Na_2S_2O_3$ , har Alkaloidet altsaa ikke optaget Brom.

#### Monobromcinchoninmonochlorhydrat.



Ved at neutralisere Filtratet fra det udskilte Calciumoxalat af det Pag. 9 omtalte Oxalat med Ammoniak udkrystalliserede dette Salt i lange tynde Blade. Det opløstes i varm Vinaand og fældedes med Vand.

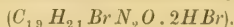
0,8393 Gram table ved  $110^\circ$  0,0677 Gram, og Vægten holdt sig ved yderligere Ophedning til  $120^\circ$  konstant.

I det tilbageblevne vandfrie Salt bestemtes Chlorbrinten ved Titration efter Volhard's Methode, efterat Alkaloidet først var fældet med kulsurt Natron.

Brugt 20,0 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $AgNO_3$  og 1,3 Ccm. Rhodankalium Opløsning = 0,06825 Gram  $HCl$ .

	Fundet.	Beregnet.
Vand . . . . .	8,06 %	8,08 %
Chlorbrinte . . .	8,13 -	8,19 -

#### Monobromcinchoninbromhydrat.



Ved at opløse Alkaloidet i kogende fortyndet Brombrintesyre udkrystalliserede efter Afkøling et Bromhydrat, der efter Omkrystallisation dannede store Krystaller. Under Mi-



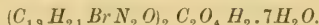
kroskopet viste det sig som, vistnok rhombiske, Plader med afskaarne Hjørner og domatisk Afslutning.

Ved Ophedning intil  $120^{\circ}$  tabte Saltet ikke i Vægt og var saaledes vandfrit.

Brombrinten bestemtes ved Titring i 1,1792 Gram Stof. Brugt 50 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $AgNO_3$  og 6,0 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm. Rhodankaliumopløsning. Altsaa ere 44 Ccm. medgaaede til Fældning af Brombrinten. Disse 44 Ccm. svare til 0,3564 Gram  $HBr$  eller til 30,22 %. Beregnet for  $C_{19}H_{21}BrN_2O \cdot 2HBr$ : 30,28 %.

Saltet smeltede ved  $258^{\circ}$  efter først at være blevet svættet. Det var let opløseligt i Vand.

### Monobromcinchoninoxalat.



Dette smukt krystallinske Salt dannedes ved at opløse Monobromcinchonin og Oxalsyre efter det beregnede Forhold i Vinaand og ved derpaa at hælde den varme Oplosning i Vand. Snart efter begyndte det at udkrystallisere og saa i Begyndelsen noget voluminøst ud og krystalliserede i Naale; men efterhaanden omdannedes det til et tungt, tæt Krystalpulver, der under Mikroskopet saa ud som kvadratiske Krystaller med paasatte Domer.

I. 1,0244 Gram tabte ved  $110^{\circ}$  0,1422 Gram = 13,88 %.

II. 1,0114 Gram tabte ved  $110-120^{\circ}$  0,1402 Gram = 13,86 %.

Det ved den første Vandbestemmelse dannede vandfrie Salt toges til Bestemmelsen af Oxalsyren; men ved et Uheld gik Bestemmelsen tabt.

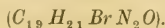
I Portion «II» = 0,8712 Gram vandfrit Salt, bestemtes Syren ved Titring, idet Saltet opløstes i kogende Vand under Tilsætning af faa Draaber Eddikesyre. Oplosningen fældedes varm med Chlorcalcium, den oxalsure Kalk opløstes efter Udvaskning i fortyndet Svovlsyre og titreredes med Kaliumpermanganat. Brugt: 21,1 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $KMnO_4$  = 0,09495 Gram  $C_2O_4H_2$ .

	Fundet.	Beregnet.
Vand . . . . .	I 13,88, II 13,86 %	13,24 % ( $7H_2O$ ).
Oxalsyre ( $C_2O_4H_2$ ) .	10,89 %	10,76 - (i det vandfrie Salt).

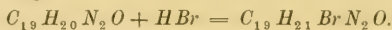
Saltet var meget tungt opløseligt saavel i koldt som i kogende Vand. I Vinaand var det let opløseligt.

Det er ikke lykkedes mig af Monobromcinchonin at fremstille nogen krystallinsk Forbindelse svarende til det for Cinchonin saa karakteristiske Trijodid.

### Hydrobromdehydrocinchonin.



Comstock og Koenigs<sup>1)</sup> have fremstillet denne Forbindelse ved at lade Dehydrocinchonin henstaa i 8 Dage med rygende Brombrinte (mættet ved  $\div 17^\circ$ ). Det optager da et Molekule  $HBr$ , og Resultatet bliver en Forbindelse, der faar samme Formel som Monobromcinchonin, nemlig



Forfatterne udtale ogsaa, at man vel kan betragte dette Stof som Monobromcinchonin; men de finde det rettest at give det ovenanførte Navn, der udtrykker dets Oprindelse.

Da det forekom mig sandsynligt, at dette Stof, som altsaa dannes af Cinchonindibromid, ved først at fraspalte 2 Molekuler Brombrinte og ved derefter paa ny at addere 1 Molekule til, maatte være det samme Monobromcinchonin som faas direkte af Dibromidet ved kun at fraspalte et Molekule Brombrinte, har jeg fremstillet det efter C. og K.'s Angivelse og undersøgt dets Egenskaber.

Jeg lod Dehydrocinchonin henstaa i 10 Dage med rygende Brombrinte. Derpaa tilsattes Vand, hvorved det dannede Bromhydrat udskilte sig; det omkrystalliseredes gentagne Gange. Saltet saa ganske ud som Monobromcinchoninbromhydrat (Pg. 8), det var vandfrit ligesom dette, idet det ikke ved  $120^\circ$  tabte i Vægt. Dets Sammensætning svarede ogsaa hertil.

0,5464 Gram gav, efterat Alkaloidet var fældet med kulsurt Natron og Filtratet syret med Salpetersyre og tilsat Sølvnitrat, Bromsølv svarende til 0,1652 Gram  $HBr = 30,23\%$ . Beregnet  $30,28\%$   $HBr$ .

Selve Alkaloidet saa under Mikroskopet ud ganske som Monobromcinchonin. Comstock og Koenigs angive, at det smeltede ved henimod  $235^\circ$ , idet det blev brunt og destrueredes. Jeg har (Pg. 7) fundet Monobromcinchoninets Smeltepunkt at være omkring  $225^\circ$ ; men da Stoffet destrueres, kan det ikke angives nøjagtig. Disse to Tal stemme derfor nogenlunde godt overens.

Alkaloidets Drejningsevne bestemtes for  $p = 1$ ,  $l = 2$  (Decimeter) ved c.  $17^\circ$  i en Opløsning af 2 Rf. Chloroform og 1 Rf. Vinaand. Funden  $\alpha = +3^\circ 36'$ . Den specifikke Drejning  $(\alpha)_D = 180,4^\circ$ .

Ved at tage samme Vægtmængde,  $p = 1$ , fandt jeg under ganske samme Forhold Drejningen for Monobromcinchonin  $= +3^\circ 42'$  eller  $(\alpha)_D = 185^\circ$ .

Da disse Tal stemme godt overens, og da Stoffernes Egenskaber i det Hele taget vise sig at være ganske de samme, maa jeg antage, at Hydrobromdehydrocinchonin er

<sup>1)</sup> Ber. d. d. chem. Ges. B. 20, Pg. 2524.

identisk med det af mig ad en simplere Vej, men iøvrigt med det samme Udgangspunkt (Cinchonindibromid) fremstillede Monobromcinchonin. Da det af Comstock og Koenigs givne Navn ikke længere betegner den simpleste direkte Fremstillingsmaade for Forbindelsen, bør denne vel nu kaldes Monobromcinchonin.

### Laurent's Forbindelser.

Laurent har fremstillet ikke alene Monobromcinchonin<sup>1)</sup> men ogsaa Halvandetbromcinchonin og Bibromcinchonin<sup>2)</sup>, hvilke han, gaaende ud fra, at de alle vare Substitutionsprodukter, gav Formlerne henholdsvis  $C_{19}H_{21}BrN_2O$ ,  $C_{38}H_{41}Br_3N_4O_2$  og  $C_{19}H_{20}Br_2N_2O$ .

De to første vandt han samtidigt ved Tilsætning af Brom til fugtigt saltsurt Cinchonin ( $C_{19}H_{22}N_2O \cdot 2HCl$ ).

Hvor meget Brom, der blev tilsat, siges ikke i Laurent's, desværre helt igennem meget kortfattede Afhandling. Efter nogle Minutters Forløb borttoges Overskud af Brom ved Vaskning med lidt Alkohol. Resten var en Blanding af de nævnte Alkaloiders Bromhydrater. Det første er let opløseligt (assez soluble) i Alkohol, det andet næsten uopløseligt. Han udkogte da først denne Rest med Vinaand; til Opløsningen satte han Ammoniak og bortkogte en Del af Vinaanden, hvorefter Monobromcinchonin udkrystalliserede ved Afkøling.

Den i Vinaand uopløste Rest udkogte han med Vand og fældede Opløsningen med Ammoniak. Det herved udskilte voluminøse Bundfald gav ved Omkrystallisation Halvandetbromcinchonin i naaleformede Krystaller.

Bibromcinchonin vindes ved at sætte et Overskud af Brom (antageligt altsaa over 4 Atomere pr. Molekule) til saltsurt Cinchonin i noget Vand, opvarme noget og udkoge med Vand. Til Filtratet sættes Alkohol (vel fordi der ellers udfældes Overbromid, naar Opløsningen afkøles lidt), der opvarmes og neutraliseres med Ammoniak. Efter Afkøling udkrystalliserer Alkaloidet i Naale.

At Laurent's Bibromcinchonin skulde være et Substitutionsprodukt, kunde der nu være Grund til at betvivle. I den sidste Udgave af Beilsteins Haandbog findes for Cinchonindibromid kun Formlen  $C_{19}H_{22}Br_2N_2O$  anført. Léger omtaler i «Les Alkaloides des Quininas» (Paris 1896) Laurent's Bibromcinchonin som et Substitutionsprodukt forskelligt fra Comstock og Koenigs' Forbindelse, og ligeledes omtaler Léger Laurent's Halvandetbromcinchonin, der ikke er medtaget i Beilstein «III», og som ganske vist alle-

<sup>1)</sup> An. de Chim. et de Phys. 3<sup>ième</sup> Sér., T. XXIV.

<sup>2)</sup> Compt. rend. 1849, Pg. 312.

rede er angivet med noget Forbehold af Forfatteren selv. Men ligesom Comstock og Koenigs i deres Afhandling kun netop have nævnt Laurent's Forbindelse<sup>1)</sup>, uden at undersøge, om den var forskellig fra deres eller ikke, saaledes finder man i den chemiske Literatur intet angivet om, hvorvidt denne Forbindelse virkelig er sammensat som angivet eller om den er identisk med C. & K.'s. Det har derfor forekommet mig at være af Vigtighed at faa dette Spørgsmaal besvaret og at faa Cinchoninets Forhold til Brom nøjere undersøgt.

Til det første Forsøg, jeg i den Anledning udførte, benyttede jeg det samme Salt, Laurent havde anvendt, nemlig Cinchonindichlorhydrat. For at kunne foretage kvantitative Forsøg maatte jeg benytte Brom som Bromvand.

Ved et foreløbigt Forsøg havde det vist sig, at der ved Tildrypning af Bromvand til en Opløsning af det nævnte Chlorhydrat straks kom Bundfald af et gult Overbromid, som imidlertid ved Omrøring opløste sig, saa Opløsningen var farveløs. Dette vedblev, indtil Opløsningen, der stod over en Del udkrystalliseret hvidt Bromhydrat, antog en gul Farve. Ved yderligere Bromtilsætning opløstes Overbromidet nu ikke længere, og den frahældte Opløsning viste sig at indeholde friere Brom, da den nemlig ved Blanding med lige Maal vinaadig Jodkaliumopløsning udskilte Jod.

I. Jeg lod nu fra en Vejningsburette Brom flyde til 2,0454 Gram Cinchonindichlorhydrat, der var gennemvædet med faa Ccm. Vand. Da det Punkt indtraadte, at Opløsningen over det i rigelig Mængde udskilte hvide Bromhydrat blev gul, standsedes Til sætningen. Der var da brugt 29,65 Gram Bromvand<sup>2)</sup>. Da der ved at lade 4,5 Gram af Bromopløsningen dryppe ned i en Jodkaliumopløsning var frigjort Jod svarende til 15,89 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $Na_2 S_2 O_3$ , er den brugte Brommængde 0,8376 Gram. Efter Beregningen vil 2 Atomer Brom pr. Molekule for 2,0454 Gram af dette Salt ( $C_{19} H_{22} N_2 O \cdot 2HCl$ ) blive 0,891 Gram.

Jeg tilsatte nu saa meget Vand, at det udskilte brombrintesure Salt var opløst, og derpaa fældede jeg Opløsningen med kulsurt Natron. Filtratet + Udvaskningsvand fyldtes op til 500 Ccm. og i 100 Ccm. heraf bestemtes den samlede Mængde af  $HCl + HBr$  efter Volhard's Methode. Der medgik 28,70 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $AgNO_3$ , og altsaa svarede hele Mængden af disse Syrer til 143,5 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $AgNO_3$ . Ved en særlig Bestemmelse efter samme Methode viste 0,5074 Gram af det brugte Cinchoninsalt sig at indeholde en til 26,45 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n. Sølvnitrat svarende Mængde  $HCl$ , hvilket for den i Arbejde tagne Stoffmængde bliver 108,0 Ccm. Den ved Bromtilsætningen dannede Brombrintemængde svarer da til  $143,5 \div 108 = 35,5$  Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm., hvad der giver 0,284 Gram  $Br$  som  $HBr$ .

<sup>1)</sup> Ber. d. d. chem. Ges. B. 17, Pg. 1995.

<sup>2)</sup> Herved maatte jeg tage Hensyn til, at man ved at tappe af den fyldte Burette faar et lidt stærkere Bromvand, end naar den er næsten tom, da Rummet over Vædsken jo staar fyldt med bromholdig Luft.

Da S sammensætningen af dette Cinchonindichlorhydrat, der vel var dannet af rent Alkaloid<sup>1)</sup>, aabenbart ikke er ganske nøjagtig — det indeholder saaledes et lille Overskud af Chlorbrinte, og Vandindholdet er usikkert — foretog jeg til Kontrol et nyt Forsøg, hvorved jeg gik ud fra rent Cinchonin (se nedenfor).

Dette Forsøg godtgjør, at der til hvert Molekule Cinchonin er brugt to Atomer Brom, og der maa da være dannet enten et Dibromadditionsprodukt eller et Monobromsubstitutionsprodukt eller begge Dele. Brombrintedannelsen viser imidlertid, at der er sket en Substitution. Ifg. Mængden af den dannede Brombrinte er noget over Halvdelen medgaaet til Substitutionen, nemlig  $2 \cdot 0,284 = 0,568$  Gram, og 1,043 Gram af Cinchoninet skulde da være omdannet til Monobromcinchonin, medens Resten, 0,765 Gram, har givet Additionsproduktet, Cinchonindibromid. Til Kontrol opløste jeg det ved kulsurt Natron fældede Alkaloid i fortyndet Svovlsyre og fældede med Salpetersyre. I Henhold til ovenstaaende skulde det fældede Cinchonindibromidnitrat,  $C_{19}H_{22}Br_2N_2O \cdot 2HNO_3$ , veje 0,977 Gram. Det udgjorde 0,803 Gram, hvad der passer ret godt, naar det erindres, at Fældningen ikke kan være ganske fuldstændig, og at der navnlig under Udvaskningen vil gaa ikke saa lidt tabt, da Saltet ikke er saa tungtopløseligt i Vand som i Salpetersyre.

II. Afvejte 1,5796 Gram Cinchonin, opløstes i lidt mere end 2 Mol. Saltsyre, nemlig i 3,832 Gram af en Syre, som ved en særlig Bestemmelse havde vist sig at indeholde 0,5807 Gram  $HCl$  (0,7605 Gram Saltsyre =  $31,7 \frac{1}{10}$  n.  $AgNO_3 = 0,11377$  Gram  $HCl$ ). Jeg dryppede Bromvand til Opløsningen, indtil den netop blev farvet gul. — En rigelig Mængde Bromhydrat var udskilt. — Hertil medgik 25,465 Gram Bromvand, som ifg. foretagne Titring af en særlig Portion med Jodkalium svarede til 105,23 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $Na_2S_2O_3 = 0,842$  Gram Brom.

2 Atomer Brom pr. Molekule Cinchonin giver for 1,5796 Gram (den afvejede Stofmængde) 0,856 Gram Brom.

Den svagt gule Opløsning blev, efterat det udskilte Bromhydrat ved Tilsætning af den fornødne Mængde Vand var bragt i Opøsning, fældet med kulsurt Natron. Efter Hensstand samledes det nu krystallinske Bundfald og udvaskedes. Filtratet blev fyldt op til 500 Ccm. og 100 Ccm. titreret efter Volhard. Hertil medgik 38,27 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $AgNO_3$ . Til hele Mængden af  $HCl + HBr$  svarer altsaa 191,35 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $AgNO_3$ . Da der i hele Opøsningen var  $HCl$  svarende til 159,1 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $AgNO_3$ , er den ved Forsøget dannede Brombrintemængde  $191,35 \div 159,1 = 32,25$  Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $AgNO_3 = 0,258$  Gram  $Br$  som Brombrinte.

Der er altsaa til Substitutionen medgaaet den dobbelte Mængde, 0,516 Gram, og

<sup>1)</sup> Her, som overalt i dette Arbejde, var Alkaloidet fra Merck. (rent, cinchotinifrit)



0,316 Gram maa da være indgaaede i Additionsproduktet. Herefter skulde 0,948 Gram af Alkaloidet have dannet Monobromcinchonin, og Resten, 0,6316 Gram, Cinchonindibromid.

Det ved kulsurt Natron udskilte Alkaloid opløstes i fortyndet Svovlsyre, Nitrater fældedes og vejede 1,1508 Gram (vandfrit), hvad der svarer til 0,585 Gram Cinchonin.

Endelig udførte jeg et 3die Forsøg, ved hvilket jeg tilsatte et Overskud af Brom.

III. 1,0646 Gram Cinchonin opløstes i lidt mere end to Molekuler Saltsyre. Hertil lod jeg lidt efter lidt flyde Brom i rigeligt Overskud. Der udskille sig først det hvide brombrintesure Salt, senere — i rigelig Mængde — Overbromid.

Brugt 20,32 Gram Bromvand. Jeg blandede nu den vandige Opløsning samt det udskilte Overbromid med c.  $1\frac{1}{2}$  Maal Vinaand, hvori var opløst Jodkalium. Det frigjorte Jod brugte 10,0 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $Na_2S_2O_3$  til Affarvning. Da den anvendte Brommængde ifg. en særlig Bestemmelse svarede til 80,2 Ccm.  $\frac{1}{10}$  normal Vædske, er der til Alkaloidet medgaaet 70,8 heraf, medens Beregningen for 2 Bromatomer pr. Molekule Cinchonin til den afvejede Stofmængde giver 72,4 Ccm.

Naar der ses hen til, at man ved disse Forsøg selvfølgelig ikke kan faa fuldt nøjagtige Resultater, maa de siges at godtgjøre, at man ikke kan faa Cinchonin til at optage eller omsætte sig med mere end 2 Bromatomer, Resten gaar til Dannelse af Overbromid. Men dette tyder rigtignok stærkt paa, at det ikke kan forholde sig rigtigt, hverken med Laurent's Halvandet- eller med hans Bibromcinchonin; thi dannedes de, maatte der forbruges langt mere Brom. Det efterfølgende vil vise, at jeg har fundet dette bekræftet ved at gjøre Laurent's Arbejder efter.

Efter Laurent's kortfattede Beskrivelse maa jeg antage, at han har hældt Brom i Substans paa det i Vand udrørte, yderst let oploselige Chlorhydrat. Jeg udrev dette,  $C_{19}H_{22}N_2O \cdot 2HCl$ , i en Morter med ganske lidt Vand, hvorved det opløstes, og tilsatte lidt efter lidt Brom i rigeligt Overskud. Under Tilsætningen dannede der sig straks et brunt, halvflydende Stof, som jeg forsøgte at fordele ved Udrivning med Pistillen; men en Del af Alkaloidet var endnu i den vandige Opløsning. Snart udskiltes der imidlertid under Omrøringen et stort, hvidt Bundfald — sikkert nok Cinchonindibromidbromhydrat; men ved nu efter L.'s Forskrift at tilsætte en Smule Vinaand og omrøre paa ny, opløstes det brune amorfe Bundfald snart, og pludseligt udskiltes der gennem hele Massen en stor Mængde gult Overbromid. — Denne Dannelse viser tydeligt, at langtfra hele Brommængden, der udgjorde henimod 4 Atomter, er medgaaet til Dannelsen af de bromerede Alkaloider. — Den vinaandige Vædske frafiltreredes (Filtrat A), og Resten, der altsaa var gul, udvaskedes med lidt Vinaand. Derpaa udkogtes den med Vinaand og gav et Filtrat (B). Resten derfra udkogtes endeligt med Vand, hvorved den for største Delen opløstes (Filtrat C).

Det første Filtrat «A» indeholdt noget, Laurent havde bortkastet, det andet «B» skulde indeholde Monobromcinchonin og endelig det tredje «C» skulde indeholde Halvandet-

bromcinchonin. Af A og B bortkogte jeg det meste af Vinaanden, og begge gave de med Ammoniak et rigeligt Bundfald. Begge disse Bundfald opløstes i fortyndet Svovlsyre og gave da begge Bundfald med Salpetersyre. Bundfaldet<sup>1)</sup> fra B undersøgtes nærmere. Filtratet fra dette Bundfald gav med Ammoniak en meget betydelig Fældning. Det var aabenbart kun en mindre Del, der dannede det tungtopløselige Nitrat. 0,6462 Gram af dette sidste tabte ved 110° 0,022 Gram = 3,4% Vand.

0,2101 Gram vandfrit Nitrat gav efter Carius' Methode Bromsolv svarende til 0,0562 Gram Brom.

Saltet afgav paa det nærmeste Halvdelen af Syren til Jodkalium og Kaliumjodat og lignede under Mikroskopet Cinchonindibromidnitrat,  $C_{19}H_{22}Br_2N_2O \cdot 2HNO_3 \cdot H_2O$ . Efter Beregningen indeholder dette Salt:

3,01 % Vand og 0,0579 Gram Br i 0,2101 Gram vandfrit Stof.

Filtratet fra Nitrattet gav, som nævnt, Bundfald med Ammoniak. Dette forholdt sig meget rigtigt som Monobromcinchonin. Det dannede et Bromhydrat, der var vandfrit og i Sammensætning svarede til det Pg. 8 nævnte Salt.

0,5828 Gram gav Bromsolv svarende til 0,182 Gram HBr. Beregnet 0,179 Gram HBr.

Brommængden er lidt for høj. Ved Kogning med vinaandig Kali gav det Dehydrocinchonin, der smeltede ved omtrent 105°.

Der er altsaa dannet Monobromcinchonin, men at allerede det Udtræk, hvori dette Alkaloid findes, har indeholdt Cinchonindibromid, gjør det sandsynligt, at sidstnævnte Stof i endnu højere Grad maa indeholdes i det Produkt, Laurent ansaa for at være Halvandetbromcinchonin,  $C_{38}H_{41}Br_3N_4O_2$ .

Det af Udtrækket »C» fældede Alkaloid, der altsaa efter Laurent skulde være  $\frac{3}{2}$  bromeret Cinchonin, opløste jeg i fortyndet Svovlsyre og fældede med Salpetersyre. Der kom et meget stort, krystallinsk Bundfald, som under Mikroskopet saa ud som Cinchonindibromidnitrat. Det omkrystalliseredes og tørredes i Luften.

Ved 105° afgav det 3,11 % Vand. Beregnet 3,01 %<sup>2)</sup>.

0,224 Gram af det vandfrie Salt gav ved Bestemmelse efter Carius' Methode Bromsolv svarende til 0,0614 Gram Brom. — Beregnet 0,0618 Gram.

Til Titrering af den halve Mængde Salpetersyre ad jodometrisk Vej brugtes 15,5 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $Na_2S_2O_3$  i Stedet for 14,8. Resultatet er lidt for højt, hvad det let bliver, navnlig naar Bestemmelsen som her foretages i et Bægterglas og ikke i en lukket Flaske.

Smeltepunktet var 165,5°, idet der fandt en Destruktion Sted.

<sup>1)</sup> Nitrattet.

<sup>2)</sup> Comstock og Koenigs meddele ikke nogen Analyse af dette Salt. Jeg har bestemt Vandmængden i det til 3,06 %, og Sammensætningen svarede til Formlen  $C_{19}H_{22}Br_2N_4O \cdot 2HNO_3 \cdot H_2O$ , Smp. til 165°.

Der kan saaledes næppe være nogen Tvivl om, at dette Nitrat er det af Comstock og Koenigs fremstillede Additionsprodukts Nitrat,  $C_{19}H_{22}Br_2N_2O \cdot 2HNO_3 \cdot H_2O$ .

Filtratet fra Fældningen med  $HNO_3$  gav, ligesom omtalt under «B», et Bundfald med Ammoniak; men Bundfaldet var her forholdsvis mindre. Dette kan ikke have været andet end det samme Monobromcinchonin, og jeg undersøgte det derfor ikke videre.

Da begge disse Udtræk indeholdt Cinchonindibromid, er det imidlertid givet, at det Laurent har antaget for at være en Forbindelse, Halvandetbromcinchonin, kun har været en Blanding af hint Dibromid med Monobromforbindelsen.

Bibromcinchonin, som Laurent antog for et Substitutionsprodukt og gav Formlen  $C_{19}H_{20}Br_2N_2O$ , fremstillede han ved at overhælde Cinchonindichlorhydrat med et Overskud af Brom og noget Vand, opvarme i nogen Tid og opløse Reaktionsproduktet i kogende Vand. Da Laurent, der vil fremstille Dibromsubstitutionsforbindelsen, med «et Overskud» maa mene «mere end 4 Atomer», tog jeg  $5^1$ ) og tilsatte lidt efter lidt denne Brommængde til et Molekule af det nævnte Salt. Processen foretog jeg i en Porcellænsskaal under stadig Omrøring. Medens der herved først dannedes en klæbrig brun Masse paa Skaalens Bund, og medens der samtidigt gennem hele Vædsken udskiltes hvidt brombrintersurt Salt, blev det Hele snart under Opvarmning og Udrivning med en Pistil til et ensartet gult Overbromid. Dette udkogtes nu to Gange med Vand, hvorved der gik Brom bort. Der blev kun en mindre Rest tilbage, den var gul, blød i Varmen, sprød i Kulden.

Til Opløsningen, der straks efter Filtreringen blev uklar, idet der udskiltes et gult Bundfald (Overbromid), satte jeg saa meget Vinaand, at den holdt sig klar. Den var da lysegul. Jeg fældede derpaa med Ammoniak, hvorved Opløsningen affarvedes, og der kom et stort hvidt Bundfald af det bromerede Alkaloid. Laurent angiver, at der til den filtrerede Opløsning sattes Vinaand, opvarmedes og neutraliseredes med Ammoniak, hvorved Bibromidet udskiltes i bladede Naale. Jeg maa altsaa her have det af Laurent fremstillede Alkaloid. Jeg opløste det i fortyndet Svovlsyre og tilsatte Salpetersyre, hvorved der fremkom et stort hvidt Bundfald, der ganske lignede Nitratet af Cinchonindibromid. Efterat det var udvasket med salpetersyreholdigt Vand, blev det overhældt med Natronlud og henstod dermed til næste Dag. Det renses for en sidste Rest af Salpetersyre ved at opløses i fortyndet Svovlsyre og fældes paa ny med Ammoniak i Overskud. Det tørrede Alkaloid vejede c. 13 Gram, medens der var taget 10 Gram Cinchonin i Arbejde. Det theoretiske

<sup>1</sup>) At det iøvrigt ikke gjør nogen Forskel, om man tager noget mere eller mindre Brom, fremgaar af det allerede (Pg. 12 o. flg.) viste, at Cinchoninmolekulet kun formaar at optage, eller omsætte sig med, 2 Bromatomer. Resten medgaar som friere Brom til Dannelse af Overbromid. Heraf følger, at den (til Dibromidet) angivne Forskrift ikke er væsentlig forskellig fra den til Mono- og  $\frac{3}{2}$  Bromcinchonin anvendte. Der maa derfor faas det samme Resultat i begge Tilfælde.

Udbytte vilde have været 15,5 Gram, og da der blev en lille Rest uopløst ved det bromerede Produkts Udkogning med Vand, er det tydeligt, at næsten hele Cinchoninmængden i Op-løsningen er bleven omdannet til Nitrat.

Alkaloidet kogtes nu i c. 20 Timer med vinaandig Kali, Overskud af  $KOH$  blev fældet med Kulsyre og det dannede Alkaloid fremstillet. Det saa ud som Dehydrocinchonin, nemlig som lange tilspidsede Blade eller som rhombiske Blade med afskaarne Hjørner. Da jeg omkrystalliserede det af Vinaand, blev en lille Rest tilbage, som vanskeligt — eller langt vanskeligere end det øvrige — lod sig opløse, og som havde et højere Smeltepunkt; men den vinaandige Opløsning gav ved Fældning med Vand en stor Mængde Dehydrocinchonin, der smeltede ved  $204^{\circ}$ . — Da det hermed er vist, at det af Laurent fremstillede Bibromcinchonin ved at koges med vinaandig Kali danner Dehydrocinchonin,  $C_{19}H_{20}N_2O$ , under Dannelse af Brombrinte, maa det have Sammensætningen  $C_{19}H_{22}Br_2N_2O$ , idet



Laurents Forbindelse synes saaledes at være identisk med Comstock og Koenigs Cinchonindibromid; noget Dibromsubstitut kan ikke faas direkte ved Indvirkning af Brom paa Cinchonin.

I Aaret 1876 har A. Kopp<sup>1)</sup> fremstillet Laurents 3 Forbindelser. Han anvender her for at faa Monobrom- og Halvandetbromcinchonin en Fremgangsmaade, der er noget forskellig fra Laurents. Han opløser nemlig Cinchonindichlorhydratet i Vinaand (fortyndet) og tilsætter noget mere Brom (opløst i Vinaand(!)) end nødvendigt for netop at faa dannet Monobromcinchonin. «Efter Tilsætning af Ammoniak udkrystalliserede Alkaloidet i Blade.» For at faa Halvandetbromcinchonin gaar han frem paa samme Maade, anvender kun et Overskud (hvor stort angives ikke) af Brom. Der udskiller sig herved gult(!) krystallinsk brombrintesurt Halvandetbromcinchonin. Dette Bundfald udvaskes med Vinaand, hvori det er uopløseligt (her maa menes: tungtopløseligt i kold Vinaand), derpaa opløses det i Vand (her maa menes: kogende Vand) og sonderdeles med Ammoniak. Efter én til to Gange at være omkrystalliseret (her maa menes: af Vinaand) er det rent(!).

Jeg har ved at gaa frem efter Kopp's Angivelse for Monobromcinchonin faaet et Bundfald med Ammoniak, der for største Delen bestod af Cinchonindibromid, for en mindre Del af Monobromcinchonin. Jeg gik ud fra 20 Gram Cinchonin og fik heraf, da jeg opløste Ammoniak-Bundfaldet i fortyndet Svovlsyre og fældede med Salpetersyre, 22 Gram Cinchonindibromidnitrat og kun 6,5 Gram Monobromcinchonin, som endog var temmelig urent.

<sup>1)</sup> Archiv der Pharm. 209, 1876, Pg. 34.

Fremstillingsmaaden er derfor ikke heldig, og det er selvfølgelig endvidere uheldigt at skulle anvende en Opløsning af Brom i Vinaand. Hvad angaar Halvandetbromcinchonin da er det gule krystallinske Bundfald hovedsageligt Cinchonindibromidbromhydrat med noget Overbromid.

Som jeg ovenfor har vist, maa alle disse 3 Stoffer, Monobromcinchonin, Cinchonindibromid og den Blanding af disse to, som det for Halvandetbromcinchonin antagne bestaar af, ved Kogning med vinaandig Kali give et og samme Stof, nemlig Dehydrocinchonin. Det mærkelige er nu, at Hr. Kopp ved denne Behandling faar dannet tre forskellige Forbindelser, nemlig Monoxycinchonin,  $C_{20}H_{24}N_2O_2$  ( $C_{19}H_{22}N_2O_2$ ), Halvandetoxycinchonin  $C_{40}H_{48}N_4O_2(OH)_3$  ( $C_{38}H_{44}N_4O_2(OH)_3$ ) og Dioxycinchonin  $C_{20}H_{24}N_2O_3$  ( $C_{19}H_{22}N_2O_3$ ).

Han beskriver sin Fremgangsmaade saaledes: «Werden die so gewonnenen und durch die Analyse controllirten Bromcinchonine mit alkoholischem Kali und Wasser gekocht, so scheidet sich bald Bromkalium aus. Die Lösungen habe ich mit Wasser gefällt und zwei bis dreimal von neuem mit Kali behandelt um der vollständigen Entbromung sicher zu sein. Dann leitete ich in die alkalische Lösung Kohlensäure, weil ätzendes Kali beim Eintrocknen verharzend auf das Oxyinchonin wirkt. Die nach dem Eindampfen bleibende Salzmasse giebt an Wasser kohlensaures Kali und Bromkalium ab, während das Oxyinchonin ungelöst bleibt. Es wird abfiltrirt, mit heissem Wasser gewaschen und aus Alkohol umkrystallisirt».

Den første Sætning i dette Stykke maa være saaledes at forstaa, at Vandet først tilsættes, naar Kogningen med vinaandig Kali er fuldført. At koge med Kali i fortyndet Vinaand vilde være meningsløst, og i saa Fald kunde der ikke udskilles Bromkalium. Vandet tilsættes for at fælde Alkaloidet, der paa ny opløses i vinaandig Kali o. s. v.

Hvis denne min Opfattelse er rigtig, er den af mig brugte Fremgangsmaade den samme som Kopp's; thi at jeg har filtreret det kulsure Kali fra den vinaandige Opløsning, for jeg tilsatte Vand, kan neppe gjøre nogen væsentlig Forskel.

Men hele Kopp's Arbejde maa i saa Tilfælde bero paa en Fejltagelse. Det ses ikke af hans Afhandling, om han har prøvet sine Forbindelser for Brom paa anden Maade end ved at undersøge, om der ved den sidste Kogning med vinaandig Kali dannedes mere Bromkalium; men dette er, efter hvad jeg har erfaret, ikke tilstrækkeligt; helt bromfri faas Forbindelsen ikke. Kopp siger, at «alle tre Forbindelser» bleve brune før de smeltede, dette gjør Dehydrocinchonin ikke, naar det er rent, men hvis det endnu indeholder Monobromcinchonin, sker det. Dette kunde altsaa tyde paa, at hans Forbindelser have været bromholdige, og i saa Fald kan man forstaa, at hans Ækvivalenttal findes højere end Dehydrocinchoninets. Iøvrigt findes Smeltepunktet for «Monoxycinchonin» at ligge ved  $205^{\circ}$ , «Halvandetoxycinchonin» ved  $208^{\circ}$  og «Dioxycinchonin» ved  $220^{\circ}$ . I det mindste for de



første to Forbindelsers Vedkommende er Afgangen fra Dehydrocinchoninets Smeltepunkt,  $203^{\circ}$ , ikke stor.

En anden Ting, der kunde tyde paa, at Kopp i Virkeligheden har havt med et og samme Stof at gjøre, er hans Bestemmelser af Stoffernes Drejningsevne, som viser sig at være ganske den samme for Monoxy- og Dioxyforbindelsen. For Halvandetoxy-cinchonin er den ganske vist forskellig; men her ere de angivne Dobbeltbestemmelser paa den anden Side saa varierende, at der tiltrænges et nyt Forsøg med en større Stofmængde end den anvendte, der er altfor lille,  $p = 0,4418$  Gram.

Hvis nu Forbindelserne have været bromholdige, kunde dette forklare, at Kopp's Bestemmelser af Platin i Platindobbeltsaltene stemme med de af ham antagne fejlagtige Oxyforbindelser. Det maa dog ogsaa erindres, at det ikke altid er let at faa Platindobbeltsaltene rene, naar de, som her, faas som «flockige, kaum in Wasser, nicht in Wein-geist und Äther lösliche Niederschläge».

Det næste Bevis for, at Forbindelserne have den angivne Sammensætning, skulde findes i de anførte Elementæranalyser. Undersøger man imidlertid de derunder angivne Talstørrelser, viser der sig noget mærkeligt, idet det beregnede Indhold er ganske fejlagtigt opført. Det beregnede Indhold af Kvælstof angives for Monoxycinchonin til  $6,07\%$ , for Halvandetoxy-cinchonin til  $6,48\%$  og for Bioxycinchonin til  $6,07\%$ ; men regner man efter, finder man, at de (for Kopp's Formler) rigtige Tal ere henholdsvis  $8,61\%$ ,  $8,43\%$  og  $8,24\%$ .

Endnu mærkeligere er det dog, at de af Kopp fundne Tal ikke desto mindre ganske passe med de (fejlagtigt) beregnede. De ere for den første Forbindelse  $6,17\%$  og  $6,17\%$ , for den anden  $6,52\%$  og  $6,52\%$  og for den tredje  $5,96\%$ .

For Halvandetoxy-cinchonin er der ved Opførelsen af det beregnede Kulstofindhold en lignende Mærkelighed. Det er angivet til  $75,94$ , medens det i Virkeligheden efter den anførte Formel er  $72,28$ . De fundne Tal  $75,61$  og  $75,85$  passe imidlertid ogsaa her ganske til det (fejlagtigt) beregnede Indhold. Dette Kulstofindhold vilde passe langt bedre for Dehydrocinchonin, der efter Beregningen indeholder  $78,08\%$  Kulstof; thi ved disse Alkaloider findes Kulstofindholdet meget let for lavt, da det er vanskeligt at faa det kvælstofholdige Kul fuldstændigt forbrændt.

Men efter det, der her er paavist, kan der slet ikke tillægges disse Analyser — eller i det Hele taget dette Arbejde — nogen Betydning, og de tre Oxyforbindelser maa slettes af den kemiske Literatur.

### Cinchonidindibromid.



Dette Alkaloid har jeg fremstillet ganske paa samme Maade som Cinchonidibromid (se Pag. 5).

Jeg opløste altsaa 50 Gram Cinchonidin i 100 Gram 80 % holdig Eddikesyre og i 50 Gram ca. 45 % holdig Brombrintesyre under Opvarmning til 50 à 60°. Derpaa tilsattes 22 Gram Brom og slutteligt lidt Svovlsyrlingvand til Affarvning. Det udskilte, ganske hvide smukt krystallinske brombrintesyre Salt dekomponeredes paa samme Maade som Cinchoninforbindelsen. Af dette Bromhydrat vandt jeg henved 80 Gram, og af Moderluden ved Fældning med Ammoniak og Genopløsning i varm fortyndet Brombrintesyre atter en betydelig Mængde.

Forbindelsen kan ogsaa faas ved Dannelse af Nitratet; men denne Fremgangsmaade er ikke saa bekvem, og Nitratet bliver dog altid noget blandet med det tungt opløselige Bromhydrat. Til 30 Gram Cinchonidin tog jeg 60 Gram 50 % holdig Eddikesyre og 32 Gram 48 %'s Brombrintesyre og tilsatte 16 Gram Brom, efterat Alkaloidet ved svag Opvarmning var opløst i Syreblandingen. Der tilsattes nu 30 Gram Vand og derpaa rigeligt Ammoniumnitrat (c. 30 Gram) opløst i 80 Gram Vand. Samtidigt afkoledes, og Saltet udskilte sig nu som en farveløs Olie; men ved fuldstændig Afkøling og Tilsætning af 10 Gram Salpetersyre (Vf. 1,2) stivnede det Hele til en ganske hvid krystallinsk Masse. Af Nitratet, der dekomponeredes med Natron, vandt jeg 28 Gram Alkaloid. Af Moderluden ved Fældning med Ammoniak 14 Gram uren Substans. Det beregnede Udbytte er 46,3 Gram. Alkaloidet rensedes ved Omkrystallisation af kogende Vinaand. Herved udskiltes det, som jeg tidligere har angivet, som rhombiske Tavler, ofte med afskaarne Hjørner.

Koger man Cinchonidindibromidbromhydratperbromid<sup>1)</sup> med Vand, gaar der Brom bort, idet der samtidigt dannes noget Brombrinte. Herved opløser største Delen af Overbromidet sig, og ved fortsat Kogning bliver Opløsningen rød med smuk grøn Fluorescens og udskiller nu ved Afkøling — ganske ligesom det tilsvarende Cinchoninoverbromid — et orangerødt Stof, der er tungt opløseligt i Vand med gul Farve og viser en prægtig grøn Fluorescens i tilbagekastet Lys o. s. v. (som Pg. 6). Bromhydratet giver samme Reaktion ved Tilsætning af en passende Mængde Brom og ved paafølgende Kogning.

#### Dibromcinchonidin (Skalweit).

Denne Base, som efter Skalweit har Formlen  $C_{19}H_{20}Br_2N_2O(C_{20}H_{22}Br_2N_2O)^2$ , har han fremstillet ved at sætte Brom til Cinchonidin i Svovlkulstof. Herved udskiller der sig et gult krystallinsk Stof, idet der forbruges 4 Atomere Brom pr. Molekule Cinchonidin. Ved at opløse dette gule krystallinske Stof i Vinaand, og ved lidt efter lidt at bortkoge denne under successive Tilsætning af Vand, dannes et Bromhydrat af Formlen  $C_{20}H_{22}Br_2N_2O \cdot 2HBr$ .

<sup>1)</sup> K. D. V. Selsk. Skr. 6te R., nat. & math. Afd., IX, 1900, Pag. 268.

<sup>2)</sup> An. der Chem. und Pharm. 172 (1874), 102

Som jeg i min tidligere Afhandling om Overbromider har vist, bestaar det gule Bundfald af et Overbromid, der har Formlen  $C_{19}H_{22}Br_2N_2O \cdot Br_2$ ; alle de tilsatte 4 Bromatomer findes i Forbindelsen, der folgeligt maa være et Additionsprodukt, og naar der efter den videre Behandling af dette Stof dannes det nævnte Bromhydrat, da maa Brombrinten dannes ved Indvirkning af Brom (friere) paa Vinaanden, og Alkaloidet maa vedvarende være sammensat  $C_{19}H_{22}Br_2N_2O$ .

Dette har jeg fundet bekræftet ved at gjøre Skälweits Arbejde efter. Jeg gik ud fra 10 Gram Cinchonidin og tilsatte Brom efter Forholdet 4 Atomer pr. Molekule Alkaloid. Bromet blev tilsat opløst i Svovlkulstof. Det indvundne gule Bundfald vejede 21,3 Gram. Det beregnede Udbytte er 20,9 Gram<sup>1)</sup>.

Ved Behandling med Vinaand opløstes dette Overbromid let til en lysegul Vædske. Efterat denne var opvarmet til Kogning, tilsatte jeg Vand lidt efter lidt i smaa Portioner under vedvarende Kogning. Vædsken farvedes derved efterhaanden rød, og medens den i Begyndelsen var alkalisk, blev den stærkt sur. Den røde Farve hidrørte øjensynligt fra det under Cinchonidindibromid (Pg. 20) omtalte grønt fluorescerende Stof; thi Opløsningen viste denne Fluorescens, og ved Afkøling udskilte den endogsaa i særlig rigelig Grad det orange-røde Bundfald, der havde de Pg. 6 nævnte Egenskaber. Efterat det var frafiltreret, henstillede jeg Opløsningen i flere Dage, og der udkrystalliserede da lidt efter lidt et Bromhydrat, der var noget farvet af det røde Stof, selv efter Omkrystallisation. Den indeholdte Brombrintemængde svarede dog til Formlen for Cinchonidindibromidbromhydrat,  $(C_{19}H_{22}Br_2N_2O \cdot 2HBr \cdot 2H_2O^2)$ .

Til 1,1258 Gram, der ved 110° afgav 0,077 Gram Vand = 5,9 %, brugtes ved Titrering efter Volhard's Methode 34,8 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $AgNO_3$  = 0,28188 Gram  $HBr$  = 25,0 %.

Beregnet: 5,52 % Vand og 24,84 %  $HBr$ .

At der nu virkelig forelaa dette Bromhydrat, som jeg har beskrevet i K. D. V. Selsk. Skr. 6te R., nat. & math. Afd., IX, Pg. 274 (1900), fremgik af, at det ved Opløsning i stærk Eddikesyre efter Tilsætning af to Atomer Brom pr. Molekule gav det under Mikroskopet let kendelige Overbromid,  $C_{19}H_{22}Br_2N_2O \cdot 2HBr \cdot Br_2$ , i store gule kvadratiske Plader. Ved af Bromhydratopløsningen at udfælde Alkaloidet med Ammoniakvand viste dette sig efter Omkrystallisation af Vinaand ganske ligesom Cinchonidindibromid (rhombiske Plader, ofte med afskaarne Hjørner).

<sup>1)</sup> Maaske har det indeholdt lidt Fugtlighed.

<sup>2)</sup> Jeg har fremstillet 2 andre Portioner og i det væsentlige faaet ganske samme Resultat. I det ene Tilfælde saa det gule Bundfald noget uensartet ud, da jeg havde tilsat Bromet ligefrem uden først — som ved ovenomtalte Forsøg — at opløse det i Svovlkulstof. I det andet tog jeg c. 5 Atomer Brom (istf. som her 4). Her dannedes det røde, fluorescerende Stof ikke. (sammenlgn. Pg. 6, at Bromoverskud straks omdanner det). Men iøvrigt dannedes ogsaa her det samme Bromhydrat.

Endelig konstaterede jeg Overensstemmelsen med nævnte Alkaloid ved at koge det med vinaandig Kali i c. 20 Timer. Overskud af Kali bortskaffede jeg med Kulsyre, og Alkaloidet fældede jeg, idet største Delen af Vinaanden bortkogtes, med Vand. Det rensedes derefter som angivet Pg. 29 og udkrystalliserede da af Vinaand i smaa halvkugleformede Krystalgrupper ligesom Dehydrocinchonidin. Disse viste i Roth's Apparat Smeltepunktet  $192^{\circ}$ .

Ved at opløses i varm Iseddike og den beregnede Mængde 45 % holdig Brombrintesyre (2 Molekuler) gav det ved Tilsætning af Brom (4 Atomer) det samme smukt krystallinske Overbromid som Dehydrocinchonidin (nemlig Dibromcinchonidinbromhydratperbromid), let kendeligt under Mikroskopet. (Se Pag. 31).

Naar jeg behandlede dette Overbromid med svovlsyringholdigt Vand og fældede Alkaloidet med Ammoniak, fik jeg det krystallinske af Alkohol og Chloroform som angivet Pg. 32. Det saa da ud som Dibromcinchonidin  $C_{19}H_{20}Br_2N_2O$ , hvide Rosetter, under Mikroskopet tynde prismatiske Naale, og det smeltede ved  $186^{\circ}$ .

Der kan herefter ikke være Tvivl om, at det af Skalweit fremstillede formentlige Dibromsubstitut er identisk med mit Cinchonidindibromid,  $C_{19}H_{22}Br_2N_2O$ .

### Dioxycinchonidin (Skalweit).

Af ovenstaaende følger ligefrem, at det ikke kan være rigtigt, naar Skalweit angiver<sup>1)</sup>, at han ved Kogning af sit Dibromcinchonidin, altsaa Cinchonidindibromid, med vinaandig Kali har faaet dannet Dioxycinchonidin,  $C_{20}H_{24}N_2O_3$  ( $C_{19}H_{22}N_2O_3$ ). Hans Analyser stemme ganske vist med denne Formel; men af det normale Sulfat har han kun taget saa meget i Arbejde, at han faar 0,067 Gram  $BaSO_4$  at veje. Hans Platindobbeltsalt er kun rensat ved Udvaskning, ikke ved Omkrystallisation. Herigennem synes der dog at være Mulighed for Fejtagelser; en saadan maa i hvert Tilfælde ifølge det ovenfor fremsatte foreligge. Ved den foretagne Proces maa der være dannet Dehydrocinchonidin, og Dioxycinchonidin eksisterer saaledes ikke.

### Bibromcinchonidin (Galimard).

I Begyndelsen af forrige Aar har J. Galimard<sup>1)</sup> beskrevet to Forbinnelser  $\alpha$  og  $\beta$  Bibromcinchonidin. Han fremstiller den første ved lidt efter lidt at sætte Brom-Brombrinte til en varm Oplosning af Cinchonidinsulfat i en stor Mængde Brombrinte, indtil det gule Bundfald (Overbromid), der udskiller sig<sup>2)</sup> for hver tilsat Portion, ikke længere opløses ved

<sup>1)</sup> Liebigs An. Bd. 172 (1874), Pg. 104.

<sup>2)</sup> Bul. soc. chimique T. XXV (3<sup>ième</sup> Sér.), 1901, Pg. 84.

Omrystning. Efter Afkøling udkrystalliserer et gult Stof, der er Bromhydratet af «Bibromcinchonidin  $\alpha$ », eller, som han ogsaa kalder det, «Monobromcinchonidinbrom», og af Filtratet herfra faas selve Alkaloidet ved Fældning med Ammoniak eller kulsurt Natron.

Halvdelen af Bromet i denne Forbindelse fjernes let, saaledes fældes det i salpetersur Opløsning af Solnitrat. Det fjernes ogsaa ved Kogning med Vand, Alkalier eller Vinaand. Heraf drager Galimard den Slutning, at Forbindelsen maa opfattes paa lignende Maade som Benedicts Tribromphenolbrom<sup>1)</sup>, idet det Bromatom, der omsætter sig med Solnitrat og de andre nævnte Stoffer, svarer til det, der i nævnte Forbindelse har erstattet Phenolets Hydroxylbrint. Naar Cinchonidin nu har Formlen,  $C_{19}H_{21}N_2OH$ , er det bromerede Produkt da:  $C_{19}H_{20}BrN_2OBr$ .

Ved Behandling med stærke Syrer som Salpetersyre eller ved at ligge hen eller, som det synes, tildels ved Kogning med Vinaand omdannes  $\alpha$  Forbindelsen til det isomere  $\beta$  Bibromcinchonidin,  $C_{19}H_{20}Br_2N_2O$ , hvori begge Bromatomer ligefrem substituere intraradikale Brintatomer, idet denne Forbindelse ikke giver Bundfald med Solnitrat og Salpetersyre eller afgiver Brombrinte til kogende Vand eller kogende Vinaand.

Dette er i Korthed Indholdet af Galimard's Arbejde. Jeg har gentaget Præparationen af hans Forbindelser efter den meget nøjagtige Angivelse i Afhandlingen. Det er da ganske rigtigt, at Cinchonidinet optager to Bromatomer, som han netop har brugt. Saasnat disse ere tilsatte, antager Opløsningen en gul Farve, og det udskilte gule Bundfald (Overbromid) opløser sig ikke mere. Men allerede heraf fremgaar det rigtignok utvivlsomt, at den dannede Bibromforbindelse maa være et Additionsprodukt og ikke, som Galimard mener, et Substitutionsprodukt: thi i saa Fald maatte der jo være brugt 4 Bromatomer. Det er ubegribeligt, at dette er undgaaet hans Opmærksomhed!

Galimard angiver, at der efter Afkøling havde dannet sig en gul Krystalkage (un magma krystallin jaune). Dette er rigtigt, for saa vidt som denne nederst var gul (af lidt indeholdt Overbromid); men ovenpaa bestod den af et rent, hvidt Bromhydrat. Dette Bromhydrat var slet og ret det af mig beskrevne Cinchonidindibromidbromhydrat,  $C_{19}H_{22}Br_2N_2O \cdot 2HBr \cdot 2H_2O^{2)}$ , hvad der vil fremgaa af følgende:

Selv en i Kulden tilberedt Opløsning gav med Ammoniumnitrat et stort Bundfald af Nitratet,  $C_{19}H_{22}Br_2N_2O \cdot 2HNO_3 \cdot H_2O$ . (Det kan da ikke være  $\beta$  Forbindelsen, her er dannet, Opløsningen er ikke varmet, der er ikke tilsat nogen Syre). Nitratet er let kendeligt under Mikroskopet som rhombiske Blade. Opløst i 90 %'s Eddikesyre gav Bromhydratet ved Tilsætning af Brom de let kendelige, store gule kvadratiske Blade af Cinchonidindibromidbromhydratperbromid,  $C_{19}H_{22}Br_2N_2O \cdot 2HBr \cdot Br_2$ .

<sup>1)</sup> Liebigs An. 199, Pg. 128.

<sup>2)</sup> K. D. V. Selsk. Skr. Gte R., nat.-math. Afd. IX.



Filtratet fra det gule, væsentlig af Bromhydrat bestaaende, Bundfald (se ovenfor) fortyndede jeg med Vand og fældede med Ammoniak. En Opløsning af Bundfaldet i kold Brombrinte forholdt sig paa samme Maade til Ammoniumnitrat og til Brom som selve det udkrystalliserede Bromhydrat. Det bestaar da i hvert Fald for største Delen af det samme Cinchonidindibromid. Iøvrigt udgjorde dette Bundfald kun meget lidt, af 25 Gram Cinchonidinsulfat fik jeg kun 3,07 Gram.

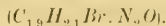
Naar nu Hr. Galimard vil opfatte Cinchonidindibromid, som hans Monobromcinchonidinbrom altsaa er, som svarende til Tribromphenolbrom, da er denne Sammenligning kun lidet rammende: thi denne Forbindelse omsætter sig, som bekendt, med Jodbrinte efter følgende Formel<sup>1)</sup>:  $(C_6H_2Br_3)OBr + 2HJ = C_6H_2Br_3OH + HBr + J_2$ .

Men da nu det her omtalte Alkaloid selvfølgelig ikke frigjør Jod af Jodbrinte, uden for saa vidt som den ringe Mængde Overbromid i den udskilte Krystalkage kunde give en ren Ubetydelighed, maa denne Theori dog vist opgives.

Ganske vist afgiver Forbindelsen det ene Bromatom lettere end det andet; men herpaa er der en ganske anden Forklaring, nemlig den, at der først fraspaltes 1 Molekule Brombrinte under Dannelse af Monobromcinchonidin, som er langt mere bestandigt lige overfor saadanne Indvirkninger. G. antager sit Bibromcinchonidin ( $\alpha$  og  $\beta$ ) for at være dannet ved Substitution, fordi Brombrinten er saa vanskelig (helt) at fraspalte. Dette er — i Forbindelse med det her forklarede — sandt nok; thi ved den anden Halvdel af Processen har han jo med et Substitutionsprodukt (svarende til Vinylbromid) at gjøre.

Jeg skal iøvrigt, da mine Undersøgelser over disse Spørgsmaal endnu ikke ere afsluttede, undlade at komme nærmere ind paa en Kritik af Galimard's Arbejde, idet jeg haaber snart at kunne forelægge mine Resultater i en ny Afhandling.

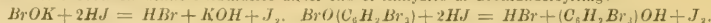
### Monobromcinchonidin.



Denne Forbindelse kan, ligesom Monobromcinchonin, ikke dannes ved at lade Dibromidet henstaa i Kulden med vinaandigt Kali. Baade Dibromidet og Monobromidet selv ere for tungt oploselige, endog tungere oploselige end de tilsvarende Cinchoninforbindelser.

Jeg tog til 1 Del Cinchonidindibromid 20 Dele Vinaand (96 % holdig) og  $\frac{1}{2}$  Del Kalihydrat. Det fint revne Alkaloid kogtes først med Vinaanden under omvendt. Køler i 10—15 Minutter, saa at Vinaanden saavidt muligt var mættet. Det meste var imidlertid

<sup>1)</sup> Hvad er i Grunden denne Forbindelse andet end et Anhydrid af Bromundersyring:



endnu uopløst, og Vædsken havde et mælkeagtigt Udseende. Ved nu at tilsætte Kalihydratet, opløst i sin 10-dobbelte Vægt kogende Vinaand af samme Styrke, klarede det Hele sig straks, idet der samtidigt udskiltes et tungt krystallinsk Bundfald af Bromkalium, og efter et Par Minutters fortsat Kogning filtreredes gennem Varmtvandsstragt.

Man kan prøve en lille Portion af Vædsken paa uomdannet Dibromid ved at se de først udskilte Krystaller under Mikroskopet; Cinchonidindibromidkrystallerne ere da let kendelige, da de ere langt større end de af Monobromforbindelsen. Eller man kan tilsætte nogle Draaber Salpetersyre til Krystallerne; heri skulle de let kunne opløses.

I Filtratet udkrystalliserede snart en betydelig Mængde af Monobromcinchonidinet. Dette holdt de nævnte Prøver og var saaledes frit for Cinchonidindibromid. Efterat den ovenstaaende Vædske næste Dag var skilt fra, blev den fældet med Kulsyre. Opløsningen var kun svagt gul. Efter at det kulsure Kali var frafiltreret i Varmen og største Delen af Vinaanden afdestilleret, tilsattes Vand, hvorved det Hele stivnede til en krystallinsk Masse. Efter at være samlet paa Filter, udvasket og tørret, blev det udskilte Alkaloid blandet med det først udkrystalliserede, og Blandingen omkrystalliseredes gentagne Gange af Vinaand. Det, der findes i Filtratet, kan passende oparbejdes til Dehydrocinchonidin.

Med Fordel kan man ogsaa anvende Amylalkohol til Fremstillingen, da Alkaloidet er ret let opløseligt heri.

Jeg hældte den 10-dobbelte Vægt Amylalkohol — der ikke maa være over 100° varm, da Alkaloidet ved højere Temperatur kan omdannes og blive ukrystallinsk — paa det fint pulveriserede Dibromid og tilsatte (efter kort Tids Henstand og Omrystning)  $\frac{1}{2}$  Del Kalihydrat opløst i 8 Gange saa meget 100° varm Amylalkohol. Ogsaa her klarede de blandede Vædsker sig under Udskilning af Bromkalium. At det udskilte alene bestod af dette Salt viste sig ved, at en Prøve var fuldstændig opløselig i Vand. Hele Alkaloidmængden er altsaa gaaet i Opløsning.

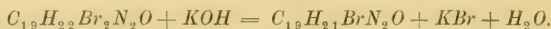
For at Processen ikke skal skride videre frem, rystes Amylalkoholopløsningen samt det udskilte Bromkalium straks med varmt Vand. Efter at Overskud af Kalihydrat (og  $KBr$ ) saaledes er skilt fra i Skilletragt, udrystes Amylalkoholopløsningen 1 à 2 Gange med fortyndet Svovlsyre, og den fraskilte Saltopløsning af Alkaloiderne fældes med Ammoniak. Alkaloidet rensedes ved Omkrystallisation af Vinaand.

Ved en Portion af 10 Gram Cinchonidindibromid samledes Filtratet fra Ammoniakfældningen med den fra Amylalkoholen skilte vandige Vædske. I denne Opløsning maatte da hele den fraspaltede Brombrintemængde findes.

Den fyldtes op til en Liter, 100 Ccm. syredes med Salpetersyre og tilsattes 30 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $AgNO_3$ . Efter Filtration fra Bromsølvet titreredes med  $\frac{1}{10}$  norm. Rhodankalium-Opløsning. Heraf medgik 8,6 Ccm. Den fraspaltede Brombrintemængde svarer altsaa til 21,4 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm. Solvnitrat, eller for hele Mængden til 214 Ccm. Efter Beregningen

skulde til 10 Gram Cinchonidindibromid bruges 220 Ccm., hvis et Molekule Brombrinte var fraspaltet. Dette passer saa godt som man kan vente sig det, naar det erindres, at Dibromidet altid let vil have tabt lidt  $HBr$  under Fremstillingsprocessen.

Processen har altsaa været:



Monobromcinchonidin er uopløseligt i Vand, tungt opløseligt i kold Vinaand. I Æther er det næsten uopløseligt. Det danner et hvidt, temmelig let Pulver, bestaaende af saa smaa Krystaller, at de under Mikroskopet først ved stærk Forstørrelse vise sig tydeligt som Naale, stjerneformigt ordnede.

Krystallerne vare vandfri. Ved  $110^\circ$  tabte 0,9815 Gram lufttør Substans kun 1,5 Milligram, og ved videre Ophedning holdt Vægten sig konstant.

Bromindholdet bestemtes efter Carius' Methode:

0,1972 Gram toges i Arbejde. Heri fundet Bromsølv svarende til 0,0429 Gram Brom = 21,7 %. Beregnet 21,4 %.

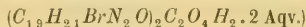
Smeltepunktet kunde ikke bestemmes nøjagtigt, da Stoffet før Smeltningen blev brunt. Det var omkring  $218^\circ$ .

Alkaloidet var venstredrejende:

Drejningsevnen bestemtes i en Opløsning af 2 Rf. Chloroform og 1 Rf. Vinaand.  $p$  var 1,9892,  $l = 2$  (Decimeter),  $t$  omtrent  $17^\circ$ ,  $\alpha \div 4,39^\circ$ .

Den specifikke Drejning er da  $\div 110,3^\circ$ .

### Monobromcinchonidinoxalat.



Ved at fælde en varm, neutral Opløsning af Monobromcinchonidin i fortyndet Syre med oxalsur Ammoniak udkrystalliserede dette Stof i smukke buskede eller grenede farveløse Naale.

Bedre lod det sig fremstille ved at opløse Alkaloidet og den beregnede Mængde Oxalsyre i varm Vinaand, hvori Saltet er yderst let opløseligt, og ved derpaa at hælde denne Opløsning i en større Mængde varmt Vand. Ved Afkøling udskiltes det da næsten fuldstændigt. Det omkrystalliseredes ved paany at opløses i Vinaand og fældes med Vand.

I. Ved  $110^\circ$  afgav 1,0054 Gram 0,0352 Gram Vand = 3,5 %.

Det tørrede Salt lod sig ved Opvarmning opløse i Vand og nogle faa Draaber Eddikesyre. Den varme Opløsning blev fældet med Chlorcalcium, og i Calciumoxalatet bestemtes Oxalsyren efter Opløsning i fortyndet Svovlsyre, med Kaliumpermanganat:

Brugt 23,0 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $KMnO_4 = 0,1035$  Gram  $C_2O_4H_2 = 10,28$  %.

II. 0,901 Gram tabte ved  $110^\circ$  0,0276 Gram = 3,01 %.

Saltet syntes noget forvittret og indeholder rimeligvis 2 Mol. Vand.

Oxalsyren bestemtes paa samme Maade som ved «I»; men ved et Uheld tabtes en

Smule. Brugt 20,3 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $KMnO_4 = 0,09135$  Gram  $C_2O_4H_2 = 10,14$  %.

	Fundet.	Beregnet.
Vand . . . . .	I 3,5, II 3,01 %	4,1 %
Oxalsyre ( $C_2O_4H_2$ ) .	10,28 (10,14) -	10,32 -

Oxalatet var meget tungt opløseligt i koldt Vand; men kogtes denne Opløsning, udskiltes det meste af Saltet, og der blev kun saa meget tilbage, at Chlorcalcium netop frembragte en Opalisering. Heraf forstaaes det, at det ikke er muligt ved Omkrystallisation af en vandig Opløsning at rense Dehydrocinchonidinoxalat for Monobromcinchonidin, hvorimod dette let lader sig gøre af en vinaandig Opløsning, hvori sidstnævnte Oxalat er saa let opløseligt (se Pg. 29).

### Monobromcinchonidinbromhydrat.

$(C_{19}H_{21}Br \cdot N_2O \cdot 2HBr \cdot 2Aqv.)$

Naar Alkaloidet opløstes i 2 Molekuler Brombrinte, udkrystalliserede intet, ej engang efter at Opløsningen var inddampet til Sirups Tykkelse; først efter længere Tids Henstand begyndte der at danne sig hvide, temmelig haarde Rosetter, bestaaende af Blade.

1,0258 Gram af disse tabte ved  $110^\circ$  0,0635 Gram = 6,19 % Vand.

De tilbageblevne 0,9623 Gram vandfrit Stof opløstes i Vand, Opløsningen blev fældet med kulsurt Natron, og i Filtratet bestemtes Brombriuten. Det dannede Bromsølv svarede til 0,2913 Gram  $HBr = 30,27$  %.

	Fundet.	Beregnet.
Vand . . . . .	6,19 %	6,30 %
Brombrinte . . . . .	30,27 -	30,28 - (i det vandfrie Salt).

Noget krystallinsk Monobromhydrat lykkedes det mig ikke at fremstille. Ved at opløse Alkaloidet i et Mol.  $HBr$  udskiltes et olieagtigt Bundfald, som ikke, selv efter lang Tids Henstand, blev krystallinsk.

Man kunde tænke sig, at dette Alkaloid, ligesom selve Cinchonidinet, var i Stand til at optage 2 Bromatomer og danne et Tribromcinchonidin  $C_{19}H_{21}Br_3N_2O$ . For at undersøge dette Spørgsmaal opløste jeg 0,6315 Gram Monobromcinchonidin i Chloroform, og til Opløsningen lod jeg flyde en Bromopløsning i Tetrachlormethan. 3,37 Gram af denne svarede til 14,6 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $Na_2S_2O_3$  (efter Tilsætning af Jodkalium). Efter Tildrypning

af 8,72 Gram = 37,7 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $Na_2S_2O_3$  var Blandingen stærkt farvet. Til Titration af det overskydende Brom, ved Tilsætning af Syre og Jodkalium, brugtes 31,3 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $Na_2S_2O_3$ ; men Resultatet var ikke nøjagtigt paa Grund af udskiit Overbromid. Herefter skulde der være optaget Brom svarende til 6,4 Ccm.  $\frac{1}{10}$  normal Vædske. Da der for hvert Atom Brom, beregnet for den foreliggende Stofmængde, vilde medgaa 16,9 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm., er det i hvert Fald kun en meget ringe Brommængde, der er optaget, og under disse Forhold kan Alkaloidet altsaa ikke addere Brom saaledes som Cinchonidinet selv. (Smlgn. Monobromcinchonin Pg. 11).

Ved imidlertid at opløse Monobromcinchonidinet i Iseddike og Brombrinte dannede der sig ved Tilsætning af Brom et gult Overbromid, der for det blotte Øje kunde se ud til at være krystallinsk, men som ved at ses under Mikroskopet viste sig at bestaa af smaa gule Korn ligesom stivnede Draaber. Det udvaskedes først med Iseddike, derpaa med Æther. 0,5179 Gram opløstes i fortyndet jodkaliumholdig Vinaand. Til Titration af det friblevne Jod brugt: 10,24 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $Na_2S_2O_3$  = 0,0819 Gr.  $Br$  = 15,81 %.

1,059 Gram behandledes med fortyndet Svovlsyrlingvand. Alkaloidet blev fældet med kulsurt Natron, og «friere Brom + Brombrinte» bestemtes i Filtratet efter Volhard's Methode:

Brugt 41,9 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $AgNO_3$  = 0,3352 Gr.  $Br$  = 31,65 %.

Herefter indeholder Stoffet 15,81 % friere Brom og 15,84 % Brombrinte, hvad der ganske vist synes at tyde paa, at her foreligger en kemisk Forbindelse; men Tallene passe ikke med den tænkte Formel:  $C_{19}H_{21}Br_3N_2O \cdot 2HBrBr_2$ . Ifg. denne maatte der indeholdes 18,69 % friere Brom og den samme Mængde Brom som Brombrinte.

Jeg fremstillede da en ny Portion:

Til 0,6244 Gram brugt 11,54 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $Na_2S_2O_3$  svarende til 0,09232 Gram friere Brom = 14,83 %.

1,0618 brugtes til Bestemmelse af «friere Brom + Brombrinte». Brugt 40,7 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $AgNO_3$  = 0,3257 Gram Brom = 30,68 %. (Beregnet som  $Br$ ). .

Til Bestemmelsen af hele Brommængden efter Carius Methode tog jeg 0,2464 Gram. Heraf fik jeg Bromsølv svarende til 0,1548 Gram Brom = 62,8 % Brom.

Herefter indeholder Stoffet:

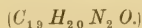
Friere Brom.....	14,83 %
$Br$ som Brombrinte.....	15,85 —
Brom i Alkaloidet.....	32,12 —

Vel passe disse Tal langt fra med dem, man maatte vente sig, og deraf maa man vel drage den Slutning, at der ikke foreligger noget rent Stof; men en Oplysning giver Analysen dog. Trækker man nemlig de 30,68 % Brom fra 100, maa Resten, 69,32, være det bromholdige Alkaloid. Disse 69,32 indeholder 32,12 Dele Brom eller 46,3 %. Da nu



Alkaloidet  $C_{19}H_{21}Br_3N_2O$  maa indeholde 45 %  $Br$ , synes Resultatet at tyde stærkt paa, at der her virkelig er dannet dette Stof. Jeg haaber med det første at kunne underkaste Spørgsmaalet en nærmere Undersøgelse, der vil have saa meget større Interesse, som Monobromcinchonin danner et ganske lignende Overbromid og Monobromchinin ogsaa danner en amorf Forbindelse, der synes at have lignende Sammensætning.

### Dehydrocinchonidin.



Cinchonidindibromid kogtes med 8—10 Gange saa meget absolut Alkohol og  $\frac{3}{4}$  til 1 Del Kalihydrat i 20 Timer.

Opløsningen blev fældet varm med Kulsyre, Kaliumcarbonat og Bromkalium fratrileredes og udvaskedes for Sugerens. Derpaa opvarmedes Filtratet, der altid er mere eller mindre farvet, med Benkul, filtreredes paa ny, og Vinaanden bortkogtes, idet der mod Slutningen tilsattes noget Vand. Alkaloidet, der i Reglen straks optraadte ukrystallinsk som en olieagtig Vædske, var næste Dag stivnet til en Krystalkage. Det udkogtes nu et Par Gange med Vand, torredes og behandledes endnu en Gang ganske paa samme Maade med vinaandig Kali o. s. v.

Efter denne gentagne Behandling var det endnu ikke ganske bromfrit; men en fortsat Behandling med vinaandig Kali viste sig unyttig. Der fraspaltedes ikke mere Brom.

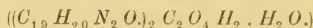
Alkaloidet lod sig imidlertid rense gennem Dannelse af det normale Oxalat, naar dette omkrystalliseredes gentagne Gange, ikke af Vand, men af Vinaand. Det opløstes altsaa i den mindst mulige Mængde kogende Vinaand, som indeholdt et Ækvivalent Oxalsyre pr. Molekule Alkaloid (63—292). Ved Afkøling udkrystalliserede Oxalatet og rensedes ved gentagen Omkrystallisation, som nævnt.

Alkaloidet selv fremstilledes ved at opløse Oxalatet i varmt Vand og fælde med Ammoniak, eller ved at omsætte Oxalatet med et ringe Overskud af Chlorcalcium og nu fælde med Ammoniak i Kulden. Herved faas Dehydrocinchonidin som et fnugget, amorf Bundfald, der snart efter gaar over til et tæt krystallinsk Pulver, under Mikroskopet halvkugleformede, straalende Krystalgrupper. Efter Omkrystallisation af Vinaand, hvori det var let opløseligt, fremtraadte det med samme Udseende. Alkaloidet var letopløseligt i Chloroform, tungt opløseligt i Æther.

Det smeltede (i Roths Apparat) ved  $194^{\circ}$  til en farveløs Vædske uden Destruktion. Ved meget forsigtig Ophedning i et passende Sublimationsapparat udstodte det hvide Damp, der fortættes til et hvidt Beslag. Dette viste sig under Mikroskopet at bestaa af smaa halvkugleformede Krystalgrupper ligesom selve Alkaloidet. Ved stærkere Ophedning destrueredes Dehydrocinchonidin under Lugt af Pyridinbaser.

Da Alkaloidet er fremstillet af Cinchonidindibronid under Dannelse af 2 Molekuler Brombrinte, vil dets Sammensætning være givet, naar Molekuletallet bestemmes. Dette har jeg gjort ved i Oxalatet at bestemme Oxalsyren ved Vægttitrering. Herved fandtes Molekuletallet (se nedenfor) = 295,0, medens det for Formlen  $C_{19}H_{20}N_2O$  beregnede Tal er 292.

### Dehydrocinchonidinnoxalat.



Fremstilledes som ovenfor beskrevet.

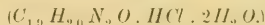
Ved Ophedning til  $120^\circ$  tabte 1,0523 Gram lufttør Substans 0,0278 Gram = 2,61 %. Beregnet for den angivne Formel: 2,60.

I det vandfrie Salt = 1,0245 Gr. bestemtes Oxalsyren. Efter Opløsning i kogende Vand fældedes med Chlorcalcium. Den udvaskede oxalsure Kalk opløstes i fortyndet Svovlsyre og titreredes med 26,23 Gram  $KMnO_4$  Opløsning, hvis Styrke var fastsat ligeoverfor vandfrit Natriumoxalat. Til 0,1514 Gram af dette brugtes 25,87 Gram Kaliumpermanganat-opløsning. Altsaa svarede de forbrugte 26,23 Gram til 0,1355 Gram  $C_2O_4H_2$  = 13,23 %.

Beregnet for det vandfrie Salt 13,35 %.

Dehydrocinchonidinnoxalat danner klare, farveløse Krystaller, der under Mikroskopet viste sig som sekssidede korte Søjler. Det smeltede ved lidt over  $190^\circ$ , men begyndte noget før at blive brunt, og det destrueredes synligt ved Smeltningen. Saltet er meget tungt opløseligt i koldt, lettere opløseligt i kogende Vand. Det er let opløseligt i Vinaand, tungt opløseligt i Æther.

### Dehydrocinchonidinmonochlorhydrat.



Dette Salt fremstillede jeg ved at opløse Dehydrocinchonidinnoxalat i kogende Vand og fælde Opløsningen med et saa lille Overskud af Chlorcalcium som muligt. Filtratet koncentreredes stærkt og udskilte nu ved Afkøling smukke, farveløse Krystaller, der under Mikroskopet viste sig som kvadratiske tilspidsede Tavler, og som viste Pyramideflader.

0,8556 Gram lufttørret Substans afgav ved  $110-115^\circ$  0,0858 Gram Vand = 10,02 %.

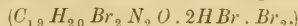
Det vandfrie Salt opløstes i Vand og fældedes med kulsurt Natron. Det fældede Alkaloid genopløstes i Salpetersyre, og Opløsningen fældedes som før. De samlede Filtrater syredes med Salpetersyre, og Saltsyremængden titreredes.

Der blev tilsat 30 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $AgNO_3$  og titreret tilbage med 6,8 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n. Rhodankaliumopløsning. 23,2 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $AgNO_3$  = 0,08475 Gram  $HCl$  = 9,90 %.

	Fundet.	Beregnet.
Vand . . . . .	10,02 %	9,87 %
HCl . . . . .	9,90 —	10,00 —

Saltet var ret tungt opløseligt i Vand, let i kogende. Den vandige Opløsning reagerede neutral.

### Dibromcinchonidinbromhydratperbromid.



Dehydrocinchonidin opløstes i 10 Gange saa meget Iseddikesyre og sin dobbelte Vægt Brombrinte, Opløsningen opvarmedes til 50 à 60° og tilsattes lidt mere Brom, end der var taget af Alkaloidet. Ved Afkøling udkrystalliserede et meget smukt gult Overbromid; under Mikroskopet var det ravgule Krystaller, visende Pyramideflader. Næste Dag samledes Krystallerne, de udvaskedes for Sugeren, først med Iseddike, derpaa med Æther (vinaandfri). Af 4 Gram Dehydrocinchonidin fik jeg 10 Gram tørt Overbromid, medens jeg efter Beregningen skulde have havt 10,6 Gram. Filtratet, der var gulbrunt og saaledes indeholdt et Bromoverskud, affarvedes med Svovlsyring og fældedes med Ammoniak; men der fremkom kun et meget ringe Bundfald. Dette viser, at Alkaloidet fuldstændigt omdannedes til dette Overbromid.

Til Bestemmelsen af friere Brom opløstes 0,6318 Gram i jodkaliumholdig Vinaand (50 %), og det frigjorte Jod titreredes med Natriumthiosulfatopløsning. Brugt 16,12 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $Na_2S_2O_3 = 0,129$  Gr. Brom = 20,42 %.

Til Bestemmelse af friere Brom + Brombrinte toges 1,0256 Gram. Efter Reduktion med svagt Svovlsyringvand og efter Fældning af Alkaloidet med Ammoniak bestemtes Brombrinten i Filtratet. Dette syredes med Salpetersyre, der tilsattes 60 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $AgNO_3$ , og efter Opvarmning til Svovlsyringlugten havde tabt sig<sup>1)</sup> og efter Afkøling og Filtration fra Bromsølvet, titreredes Overskud af Sølvnitrat med 7,43 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm. Rhodankaliumopløsning. Altsaa er 52,57 Ccm. medgaaede til Bromsølv-Dannelsen = 0,42056 Gram Br = 41,00 %.

Det ved samme Bestemmelse dannede Bromsølv vejedes, det svarede til 0,4236 Gr. Br = 41,30 %.

Hele Brommængden i Forbindelsen bestemtes efter Carius' Methode. 0,2304 Gr. toges i Arbejde. Det dannede Bromsølv svarede til 0,14135 Gr. Br = 61,35 %.

	Fundet.	Beregnet.
Friere Brom . . . . .	20,42	20,67
Friere Brom + HBr (Beregn. som Br) . .	41,00—41,30	41,37
Hele Brommængden . . . . .	61,35	62,01

<sup>1)</sup> K. D. V. Selsk. Skr. 6. R., nat. og math. Afd. IX, Pg. 269.

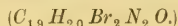
Overbromidet selv er ganske uopløseligt i kold Iseddike, den antager ikke engang Farve deraf. Ved Kogning med Iseddike opløses kun meget lidt, der atter udkrystalliserer ved Afkøling. Satte jeg derimod  $\frac{1}{10}$  Vand til Iseddiken, opløstes det meget let i Varmen og udkrystalliserede ved Afkøling. I Æther var det ganske uopløseligt.

Ved Henliggen i Luften taber det ikke Brom: 0,4643 Gram vejede efter 14 Dages Henliggen i aaben Luft ganske det samme.

Dette Overbromid er altsaa langt mere bestandigt end de af Additionsprodukterne fremstillede. F. Ex. taber Cinchonindibromidbromhydratperbromid Brom i betydelig Mængde ved i et Tidsrum som det nævnte at udsættes for Luften<sup>1)</sup>, ja til sidst gaar endogsaa hele Mængden af friere Brom bort, og Bromhydratet lades tilbage; det kan heller ikke omkrystalliseres af Iseddike, uden at betydelige Mængder Brom gaar bort og den tilsvarende Mængde Alkaloid bliver i Opløsningen.

Disse to Overbromider ere altsaa meget lette at kende fra hinanden, dels gennem disse Forskelligheder, dels gennem de forskellige Krystalformer.

### Dibromcinchonidin.

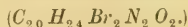


Af nyligt nævnte Overbromids Sammensætning fremgaar det, at Dehydrocinchonidin optager 2 Bromatomer og danner et nyt Alkaloid, som maa være et Dibromsubstitut af Cinchonidin og altsaa have den nævnte Formel.

Dette Alkaloid har jeg vundet af Perbromidet ved Reduktion med Svovlsyring og ved Fældning med Ammoniak.

Det er yderst let opløseligt i Vinaand, der ved Fordampning efterlader det som en colloid Masse. Naar jeg til den koncentrerede vinaandige Oplosning satte Chloroform, udkrystalliserede det i lange, tynde, prismatiske Naale, der vare ordnede i store, meget smukke Rosetter. Alkaloidet smeltede ved  $186^{\circ}$  (i Roth's Apparat, idet det vel forud var blevet noget gulligt, men — som det syntes — dog ikke var destrueret).

### Chinindibromid.



Denne Forbindelse, der først er fremstillet af Comstock og Koenigs<sup>2)</sup>, og som ogsaa kan faas ved Reduktion af det tilsvarende Overbromid med Svovlsyring<sup>3)</sup>, har jeg

<sup>1)</sup> K. D. V. Selsk. Skr. 6. R., nat. og math. Afd., IX, Pg. 269.

<sup>2)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. 25 (1892), Pg. 1550.

<sup>3)</sup> K. D. V. Selsk. Skr. 6. R., nat. og math. Afd., IX, Pg. 263.

nu fremstillet efter samme Methode som Cinchonidindibromid (se Pg. 20). Ogsaa her opnaar jeg et langt renere Produkt og et større Udbytte end ved den tidligere kendte Fremgangsmaade. Chininet (almindeligt vandholdigt) opløses i lige Dele 80 %-holdig Eddikesyre og den beregnede Mængde Brombrinte (2 Mol.), og der tilsættes lidt efter lidt Brom (2 Atomer). Ved Bromtilsætningen skal Opløsningen ikke være for varm. Er der tilsat for meget, maa man tildryppe Svovlsyring, indtil Farven ikke længere forandres. En gullig Farve, som den havde, forinden Brom blev tilsat, beholder den selvfølgeligt. Der tilsættes nu  $\frac{3}{4}$  Del Vand og straks derpaa lidt efter lidt fast Ammoniumnitrat i rigeligt Overskud — noget mere end det dobbelte af den beregnede Mængde. Herved afkøles Vædsken, medens Ammoniumsaltet opløses, og kort efter begynder Chinindibromidnitraten at udkrystallisere, og det Hele stivner snart til en snehvid Krystalmasse.

I Filtratet, der næste Dag fraskilles ved kraftig Sugning, findes der kun meget lidt Alkaloid. Det kan fældes med Ammoniak, opløses i fortyndet Svovlsyre og fældes med Salpetersyre, eller det kan oparbejdes til Monobromchinin eller til Dehydrochinin. Udbyttet udgjorde indtil 95 % af det beregnede.

For at frigjøre Alkaloidet af det tungtopløselige Nitrat kan man bedst behandle dette uden Opvarmning med Natronlud i rigelig Mængde, efter en Dags Forløb frahælde Opløsningen og genopløse Bundfaldet i fortyndet Svovlsyre, idet man saavidt muligt undgaar at opvarme, og endelig fælde det paa ny med Ammoniak. Naar det udfældede Alkaloid efter Udvaskning er salpetersyrefrit, tørres det mellem Filtrerpapir uden Anvendelse af Varme.

Comstock og Koenigs<sup>1)</sup> have forsøgt at fremstille Dehydrochinin af Chinindibromid, uden at dette dog lykkedes dem. Som jeg senere under vedkommende Forbindelser nærmere skal omtale, har jeg fundet, at vinaandig Kali i Kulden fraspalter et Molekule Brombrinte, idet der dannes Monobromchinin,  $C_{20}H_{23}BrN_2O_2$ , medens Processen i Varmen langsomt gaar videre under Dannelse af Dehydrochinin,  $C_{20}H_{22}N_2O_2$ .

Det lader sig ved Chinindibromid, der er saa let opløseligt i Vinaand, godtgjøre, at det ene Molekule Brombrinte, i Modsætning til det andet, ogsaa fraspaltes ved Behandling med Reagenser, der fælde Brombrinte. Saaledes sker det ikke alene ved Sølvnitrat, men ogsaa ved Blyacetat. Følgende Forsøg vil vise dette:

10 Gram Chinindibromid opløstes i 96 %-holdig Vinaand og blev i 10 Timer kogt med noget mere end den beregnede Mængde Blyacetat. Det udskilte Brombly frafiltreredes, og Kogningen fortsattes gentagne Gange, indtil der ikke længere kom Bundfald. De samlede Bundfald, der dog aabenbart indeholdt basisk Salt, vejede 3,643 Gram, medens der efter Beregningen skulde være 3,79 Gram.

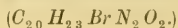
<sup>1)</sup> B. 25 (1992), Pg. 1551.



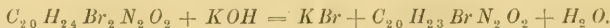
For at bestemme Brommængden opløste jeg Bundfaldet i halogenfri Natron og fældede Blyet paa Zink. Det vinaandige Filtrat fra Bromblyet blev fældet med Svovlsyre, overmættet med Ammoniak og befriet for Vinaanden ved Kogning med Vand. Alkaloidet udskiltes nu, og i Filtratet herfra samt i det natronholdige Filtrat fra det udskilte Bly maatte da hele den dannede Brombrintemængde findes. Begge disse Opløsninger bleve hældte paa en Litreflaske, der fyldtes til Mærket med Vand, og i 100 Ccm. titreredes nu Brombrinten, efter Overmætning med Salpetersyre, ved 25 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $AgNO_3$  og 4,6 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $KRn$  Opløsning. Til Fældning af Brombrinten er altsaa brugt 20,4 Ccm.  $\frac{1}{10}$   $AgNO_3$ . Hvis 1 Atom  $Br$  var fraspaltet som Brombrinte, skulde der efter Beregningen være brugt 20,6 Ccm.

Det udskilte Alkaloid var imidlertid paa en eller anden Maade omdannet, det forblev ukrystallinsk og kunde ikke med Syrer danne krystallinske Salte. Rimeligvis er det ved den lange Kogning med Syren omdannet til en isomer ukrystallinsk Forbindelse. Dette Forsøg i Forbindelse med det, at en Prøve Monobromchinin ved længere Tids Kogning med en vinaandig Opløsning af Blyacetat slet ikke paavirkedes, viser imidlertid, at det er Halvdelen — og kun Halvdelen — af Bromet, der paa denne Maade fraspaltes som Brombrinte.

### Monobromchinin.



Behandler man en Opløsning i Vinaand af det deri let opløselige Chinindibromid med vinaandig Kali i Kulden, kommer der meget snart en betydelig Udskilning af Bromkalium, idet der foregaar følgende Proces:



Processen har jeg kontrolleret ved et særligt Forsøg, hvorved jeg dog ikke kunde gaa ud fra selve Chinindibromidet, da der ved dets Fremstilling uundgaeligt tabes lidt Brombrinte, d. v. s. dannes lidt Monobromchinin. Saltene derimod ere bestandige, f. Ex. Nitrattet,  $C_{20}H_{24}Br_2N_2O_2 \cdot 2HNO_3^1)$ , og dette har jeg benyttet. Jeg tog 25 Gram i Arbejde, opløste dem i kogende Vand og hældte Opløsningen lidt efter lidt i en kold, halogenfri Kalilud, der stadigt holdtes afkølet, saa at det udskilte Alkaloid ikke smeltede sammen, men dannede et hvidt, fnugget Bundfald. Filtratet fra dette, «A», der indeholdt en ikke ubetydelig Mængde Bromkalium, opbevarede. Det lufttorrede Alkaloid, der i denne vandholdige Tilstand vejede 23 Gram, opløstes i 100 Ccm. kold, absolut Alkohol, og der blev

<sup>1)</sup> K. D. V. Selsk. Skr., nat. og math. Afd. 6. R. IX, Pg. 266.

tilsat 6 Gr. rent Kalihydrat, opløst i 40 Ccm. absolut Alkohol. Efter Beregningen skal bruges 2,3 Gram, der var altsaa et rigeligt Overskud tilstede. Bromkaliumudskilningen begynde næsten straks efter Blandingen, og efter en Times Henstand var der fremkommet et meget stort Bundfald. Efter 2 Timers Forløb blev Overskud af Kali fældet med Kulsyre; ved Opvarmning trak det voluminøse Bundfald af Kaliumcarbonat sig sammen til et forholdsvis lille Bundfald, og dette samt Bromkalium frafiltreredes ved Hjælp af Sugepumpen. Filtratet, der var blevet gulbrunt, affarvedes med Benkul, det reagerede kun svagt alkalisk. Vinaanden bortdampedes nu fuldstændigt, idet der mod Slutningen tilsattes noget Vand, hvorved hele Alkaloidmængden samlede sig som en olieagtig Fældning, der dog næste Dag, efter at Opløsningen, «B», var frahældt, ved Kogning med mere Vand stivnede delvis krystallinsk. De samlede Filtrater, «A» og «B», samt Udvaskningsvand samledes, det udskilte Bundfald af Bromkalium og kulsurt Kali opløstes deri, og det Hele fyldtes op til en Litre. 100 Ccm. heraf titreredes, efter at være syret rigelig med Salpetersyre, med 50 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $AgNO_3$  og 7 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $KRn$  Opløsning. Til den Mængde Chinindibromid, der er taget i Arbejde, er der altsaa medgaaet 430 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $AgNO_3$ , medens der efter Beregning for den afvejede Mængde Nitrat skulde have været brugt 410 Ccm.

Dette passer, saa godt som man kan vente sig af et omtrentligt Forsøg som dette, med at den halve Mængde Brombrinte er fraspaltet. Snarest er Processen altsaa gaaet lidt for vidt, og man kunde nøjes med en mindre Mængde Kalihydrat.

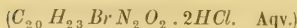
Det udskilte Alkaloid opløstes i Vand og Brombrinte, og af det omkrystalliserede Bromhydrat fik jeg Alkaloidet ved at hælde Opløsningen i Natronlud. Bundfaldet blev opløst i Vinaand, om nødvendigt affarvet ved Benkul, og Opløsningen koncentreredes stærkt. Nu tilsattes noget Æther, og ved Henstand i Krystallisationsskaal udskilte Monobromchininet sig i hvide Krystaller. Forbindelsen kunde jeg omkrystallisere ved at opløse Krystallerne i fortyndet Vinaand og ved at blande denne Opløsning med Æther.

Monobromchinin er næsten uopløseligt i Vand, yderst let opløseligt i Vinaand, tungt opløseligt i Chloroform, næsten uopløseligt i Æther. Ved Inddampning af Chloroformopløsningen efterlades det som en tykflydende Substans, der efterhaanden stivner krystallinsk. Ved  $200^\circ$  blev Stoffet brunt og smeltede ved  $210^\circ$ . Alkaloidet syntes at være vandfrit; lufttørret tabte det kun 1,12% ved  $110^\circ$ . Det krystalliserede i lange Naale. Med Svovlsyre, Salpetersyre og andre Ilttyrer fluorescerede det ligesom Chinin. Med Bromvand og Ammoniak gav det Thallejochinreaktion. Det normale Sulfat og Oxalat vare tungtopløselige i koldt Vand. Det dannede et amorft Overbromid med  $HBr + Br$ . Det var venstredrejende som Chinin:

For  $p = 2,848$ ,  $l = 2$  (Decimeter),  $t = 17$ , var Drejningsvinklen  $\div 6,73^\circ$ .

Altsaa var  $(\alpha)_D = \div 118,1^\circ$ .

### Monobromchininchlorhydrat.



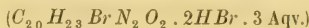
Dette Salt fremstillede jeg ved at opløse Alkaloidet i den beregnede Mængde normal Saltsyre og ved at inddampe til Krystallisation. Efter Omkrystallisation af kogende Vand dannede det smaa haarde halvkugleformede Krystalgrupper, men senere udskiltes det i Form af buntede Naale. Jeg antager derfor, at Saltet kan krystallisere med forskellige Vandmængder. (Se Bromhydratet).

0,9638 Gram afgav ved  $115^\circ$  0,033 Gram = 3,42 % Vand.

Det vandfrie Salt opløstes i Vand. Opløsningen blev fædlet med kulsurt Natron, Filtratet syret med Salpetersyre og fædlet med Sølvnitrat. Det dannede Chlorsølv svarede til 0,1443 Gram  $HCl$  = 15,33 %.

	Fundet.	Beregnet.
Vand.....	3,42 %	3,64 % (1 Mol. $H_2O$ .)
Chlorbrinte ....	15,33 —	15,33 — (i det vandfrie Salt).

### Monobromchininbromhydrat.



Dette Salt fik jeg ved at opløse Alkaloidet i den beregnede Mængde Brombrinte og Vand. Efter Omkrystallisation af kogende Vand dannede det store gullige halvkugleformede Krystalgrupper, der ved  $110^\circ$  tabte 2,17 % Vand. Naar dette afvandede Salt henstod i Luften, optog det atter 3,5 % Vand. Ved at opløse Saltet med 2,17 % Vand i en større Mængde Vand og lade det henstaa, ndkrystalliserede det i lange Naale eller Prismer. 0,7712 Gram af dette Salt, der var tørret i Luften, og som ikke viste noget Tegn til Forvittring, optog ved yderligere Henstand 4 Milligram. Tørret ved  $110^\circ$  tabte det 0,080 Gram = 10,37 % Vand. Beregnet for 3 Mol. Vand 10,02 %.

Heraf ses, at dette Bromhydrat kan krystallisere i en mere og i en mindre vandholdig Tilstand, og naar Vandmængden i intet af de to Tilfælde passer med et bestemt Antal Vandmolekuler, maa det ligge i, at de undersøgte Prover have indeholdt Blandinger af disse 2 Salte. Da 1 Mol. Vand svarer til 3,68 %, 3 Molekuler til 10,02, er det rimeligt, at Saltet enten krystalliserer vandfrit eller med 3 Vand, hvad der ogsaa svarer til Chininets Bromhydrat,  $C_{20}H_{24}N_2O_2 \cdot 2HBr \cdot 3H_2O$ .

1. 0,8098 Gram vandfrit Salt opløstes i Vand, Opløsningen blev fædlet med kulsurt Natron, til Filtratet blev sat Salpetersyre og Sølvnitrat. Bromsølvbundfaldet svarede til 0,2306 Gr.  $HBr$  = 28,48 %.

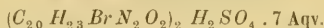
II. 1,0082 Gram vandfrit Salt behandlet paa samme Maade, men Brombrinten titreredes med 40 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $AgNO_3$  og 4,43 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n. Rhodankaliumopløsning. Forbrugt 35,57 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $AgNO_3 = 0,2882$  Gr.  $HBr = 28,57\%$ .

Hele Brommængden bestemtes i dette Stof (vandfrit), da selve Alkaloidet ikke egnede sig dertil.

0,1895 Gram gav Bromsølv svarende til 0,0844 Gr.  $Br = 42,8\%$  (ved Carius' Methode). (Ved Behandling med  $Zn +$  Eddikesyre og ved gentagen Fældning ganske ligesaa, 0,0844 Gr.).

	Fundet.	Beregnet.
Brombrinte . . . . .	28,48 $\frac{0}{0}$ —28,57 $\frac{0}{0}$	28,67 $\frac{0}{0}$ } 1 det vand-
Hele Brommængden . . . .	42,8 —	42,47 — } frie Salt.
Vand . . . . .	10,37 —	10,02 — (for 3 Mol. $H_2O$ .)

### Monobromchininsulfat.



Ved at koge Alkaloidet vedholdende med Vand, hvortil draabevis sattes fortyndet Svovlsyre, og efter Filtration af den koghede, neutralt reagerende Opløsning, udkrystalliserede dette Salt i lange, farveløse Naale.

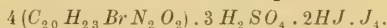
Ved at ligge hen i længere Tid i Sommervarmen viste Saltet sig under Mikroskopet aldeles ikke forvitret, men bestod ligesom forud udelukkende af lange, klare prismatiske Naale. Af denne Prøve blev 1,040 Gr. tørret ved  $110^\circ$ , hvorved tabtes 0,127 Gram  $= 12,21\%$ .

Det vandfrie Salt blev opløst i saltsyreholdigt Vand og fældet med kulsurt Natron. I Filtratet bestemtes Svovlsyren. Det dannede Baryumsulfat vejede 0,2345 Gram  $= 0,0986$  Gram  $H_2SO_4 = 10,80\%$ .

	Fundet.	Beregnet.
Vand . . . . .	12,21 $\frac{0}{0}$	12,23 $\frac{0}{0}$
$H_2SO_4$ (i det vandfrie Stof) . .	10,80 —	10,84 —

Saltet var yderst tungt opløseligt i koldt Vand, ret let i kogende, let i Syrer. Det fluorescerede med  $H_2SO_4$ ,  $HNO_3$  o. l. ligesom Chininsulfat, medens den neutrale vandige Opløsning ikke fluorescerede.

### Monobromchininherapathit.



Denne Forbindelse fremstillede jeg paa samme Maade som almindelig Herapathit efter den af S. M. Jørgensen givne Anvisning<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> K. D. V. Selsk. Skr. 5. R., nat. og math. Afd. B. XII, Pg. 19.

Af det ved 100° torrede Stof toges:

Til Bestemmelse af friere Jod: 0,716 Gram. Brugt 11,0 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $Na_2S_2O_3$  = 0,1397 Gram Jod = 19,51 %.

Til Bestemmelse af friere Jod og Jodbrinte: 0,9466 Gr. taget i Arbejde. Behandlet med Svovlsyringvand, Alkaloidet fældet med  $Na_2CO_3$ . Filtratet syret med Salpetersyre, tilsat 25 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $AgNO_3$ , opvarmet til al  $SO_2$  var fjernet, afkølet, filtreret og titreret med 3,0 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm. Rhodankalium-Opløsning: 22 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $AgNO_3$  = 0,2794 Gram Jod = 29,51 %.

Til Bestemmelse af Svovlsyren toges 0,9771 Gram. Behandlingen skete efter S. M. Jørgensens Methode<sup>1)</sup> med  $H_2S$ .

Alkaloidet blev fældet med kulsurt Natron, og i Filtratet bestemtes Svovlsyren.

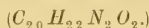
Fundet 0,2524 Gram  $BaSO_4$  = 0,1061 Gram  $H_2SO_4$  = 10,86 %.

	Fundet.	Beregnet.
Friere Jod . . . . .	19,51 %	19,02 %
— — + $HJ$ . . . . .	29,51 — (beregnet som $J$ )	28,84 —
Svovlsyre . . . . .	10,86 — — —	11,01 —

Skönt Stoffet var omkrystalliseret 2 Gange af Vinaand, har det aabenbart indeholdt et Overskud af friere Jod, hvilket det er vanskeligt at fjerne fuldstændigt. Se S. M. Jørgensen: «Om den saakaldte Herapathit og lign. Acidperjodider», Pg. 18.

Forbindelsen lignede ganske — ogsaa under Mikroskopet — Herapathit.

### Dehydrochinin.



Comstock og Koenigs have forsøgt at fremstille dette Alkaloid ved at koge Chinindibromid med vinaandigt Kali; men dette lykkedes dem ikke, da Reaktionsproduktet blev tjæreagtigt (verschmierte)<sup>2)</sup>.

Jeg har fremstillet det ved at koge Chinindibromid med 5 Dele absolut Alkohol og  $\frac{1}{2}$  Del Kalihydrat i omtrent 20 Timer under omvendt Koler. Opløsningen bliver herved stærkt brun, og der udskilles straks en rigelig Mængde Bromkalium, idet der allerede forinden Opvarmningen dannes Monobromchinin. Den endnu varme Vædske mættedes med Kulsyre for at fælde Overskud af  $KOH$ . Efter endt Tilledning maatte Blandingen opvarmes lidt for at faa Carbonatet til at samle sig, saa det let lod sig frafiltrere. Derpaa affarvedes Filtratet med Benkul, største Delen af Vinaand bortdampedes, hvorpaa tilsattes

<sup>1)</sup> K. D. V. Selsk. Skr. 5. R., nat. og math. Afd. B. XII, Pg. 15.

<sup>2)</sup> Ber. d. deutsch. chem. Ges. 25 (1892) Pg. 1551.



noget Vand, og Opvarmningen fortsattes, indtil al Vinaanden var gaaet bort. Nu udskilte Alkaloidet sig, ganske vist som en halvflydende, brunlig Masse; men paa Overfladen ved Skaalens Sider viste der sig dog begyndende Krystallisation, og naar jeg næste Dag frahældte Vædsken, der kun indeholdt et Spor af  $K_2CO_3$ , og opvarmede Bundfaldet nogen Tid paa Vandbad med Vand, stivnede det Hele snart til en delvis krystallinsk Masse, idet der rimeligvis dannes et krystallinsk Hydrat. Det viste sig imidlertid, at dette Produkt endnu indeholdt noget af det bromerede Alkaloid, hvis Brom det kun for en ringe Del lykkedes at fjerne ved fornyet Kogning med vinaandig Kali. Jeg har efter hinanden foretaget 6 saadanne Behandlinger med 20 Timers Kogning, Udfældning o. s. v. som her omtalt, paa samme Prøve uden at naa længere end til, at Alkaloidet endnu indeholdt 1,5—2 % Brom. De sidste Gange dannedes der kun et meget ringe Spor af Brombrinte.

Ved Kogning med Amylalkohol og  $KOH$  er det vel allerede efter 15 Timers Kogning lykkedes mig at faa Alkaloidet ganske bromfrit; men det var da omdannet, det stivnede ikke ved Kogning med Vand og dannede ikke noget krystallinsk Oxalat.

Det lykkedes mig imidlertid at rense den ved vinaandig Kali fremstillede Portion fuldstændigt ved at opløse det tørrede Alkaloid sammen med et Ækvivalent Oxalsyre i Vinaand. Herved dannes det normale Oxalat, der er yderst let opløseligt i kogende Vinaand, men tungt opløseligt i kold, saaledes at den varme Opløsning ved Afkøling stivner til en eneste krystallinsk Masse, der bestaar af meget fine, lange Naale. Dette Salt rensedes to Gange ved Omkrystallisation af Vinaand, idet Moderhuden hver Gang sugedes godt fra. Ved Glødning med ren, chlorfri Kalk viste det sig nu ganske bromfrit.

Selve Alkaloidet fremstillede jeg af Oxalatet ved at opløse dette i varmt Vand og ved lidt efter lidt under Afkøling af Blandingen at hælde Opløsningen i Ammoniakvand. Herved blev Dehydrochinin fældet amorft; men ved Henstand blev det dog delvis krystallinsk, og ved Koncentration af Filtratet udskilte der sig ligeledes Krystaller, der under Mikroskopet viste sig som lange, tynde Naale eller som tynde Plader, der vare tilspidsede, ofte med krummede Sider. Disse Flader endte ofte i ligesom en Børste af utallige fine Naale. Enkelte Sphærokrystaller ganske besat med fine Naale saas ogsaa.

Alkaloidet lod sig opløse i meget Vand, 100 Ccm. opløste 0,246 Gram. Det er let opløseligt i Vinaand og i Chloroform, ret let opløseligt i Æther. Af Vinaand kunde jeg ikke faa det krystallinsk, af Chloroform udkrystalliserede det let i lange, vistnok rhombiske, Søjler eller Naale.

Smeltepunktet var ifg. 3 Bestemmelser I  $184^\circ$ , II  $185^\circ$ , III  $184^\circ$  (i Roths Apparat). Det smeltede til en gul Vædske uden Destruktion. Ved forsigtig Ophedning sublimerede det i smukke Naale.

Alkaloidet fluorescerede med fortyndet Svovlsyre, Salpetersyre og andre Iltsyre og gav Thallejochinreaktion.

Det af Chloroform krystalliserede var vandholdigt. Ved  $110^{\circ}$  tabte det 6,39 %.

Dette passer nærmest med 1 Mol. Vand = 5,3 %. Herpaa kan der dog ikke bygges noget bestemt.

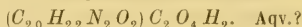
Til Bestemmelse af Drejningsevnen opløste jeg selve Alkaloidet (vandfrit) i en Blanding af 2 Maal Chloroform og et Maal Vinaand (96 %).

$$p = 2,849. \quad l = 2. \quad t = 17^{\circ} \text{ Drejningen } \div 10,28^{\circ}.$$

$$(\alpha)_D = \div 180^{\circ}.$$

For  $p = 1,4246$  fandt jeg under samme Omstændigheder  $(\alpha)_D = \div 178^{\circ}$ .

### Dehydrochininoxalat.



Fremstillingen af dette er omtalt ovenfor.

1,0298 Gram af det lufttørrede Salt tabte ved  $110^{\circ}$  0,1011 Gram og aftog ikke i Vægt ved yderligere Opvarmning. Dette passer ikke med noget bestemt Antal Vandmolekuler.

I det vandfrie Salt bestemtes Oxalsyren ved Vægttitrering med en Opløsning af Kaliumpermanganat, hvoraf 23,64 Gram svarede til 0,1814 Gram vandfrit Natriumoxalat = 0,1216 Gram  $C_2O_4H_2$ . Brugt: 22,14 Gram Kaliumpermanganatopløsning, hvad der ifg. den for Opløsningen fastsatte Styrke svarer til 0,1138 Gram  $C_2O_4H_2 = 12,25\%$  i det vandfrie Salt. Beregnet 12,26 %.

Hermed maa Alkaloidets Sammensætning være fastsat; thi ifg. denne Bestemmelse er dets Ækvivalenttal netop 322, det for Formlen  $C_{20}H_{22}N_2O_2$  beregnede Tal. Da vi nu kende Sammensætningen af Chinindibromid og vide, at dette nye Alkaloid dannes deraf, idet hele Brommængden giver Bromkalium, maa det være en slet og ret Fraspaltning af de to Brombrintemolekuler, der er sket. Hvis der f. Ex. var dannet Dioxychinin, vilde dets Oxalat kun indeholde 11,16 % Oxalsyre.

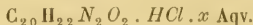
Bestemmelsen udførtes som angivet Pg. 30.

Dehydrochininoxalat var tungt opløseligt i koldt, let opløseligt i kogende Vand, ret tungt opløseligt i kold, yderst let opløseligt i kogende Vinaand.

Det smeltede ved  $133-134^{\circ}$  (i Roths Apparat).

Under Mikroskopet lange tynde Naale (se ovenfor).

### Dehydrochininmonochlorhydrat.



Ved at opløse Dehydrochininoxalat i kogende Vand, fælde med det mindst mulige Overskud af Chlorcalcium og koncentrere Filtratet paa Vandbad afsatte der sig først en

grønlig colloid Masse; men ved videre Henstand udskilte der sig smukke Krystalgrupper, bestaaende af tynde farveløse Blade. Opløsningen (i Vand) saavel af det amorge som det krystallinske Stof gav med Ammoniak Bundfald af Dehydrochinin, og Opløsningen reagerede neutral.

Ved at behandle en anden Portion paa samme Maade, men foretage Koncentrationen uden Opvarmning i Svovlsyreklokken, fik jeg samme Resultat; der udskilte sig den samme grønlig gelatinøse Masse; men efter at Vædsken var afhældt fra denne og atter hensat i Svovlsyreklokken, begyndte de omtalte Blade at udskille sig.

En Del af det amorge Stof tørredes, efter Afskylning med Vand, over Svovlsyre til konstant Vægt. Det vejede da 0,374 Gram. Ved Tilsætning af Vand opløstes det kun delvis, men let og fuldstændigt ved Tilsætning af en Draabe fortyndet Svovlsyre. Opløsningen fældedes med kulsurt Natron, og i Filtratet bestemtes Saltsyren:

Tilsat 20 Ccm.  $\frac{1}{10}$   $AgNO_3$  og 10,86 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n. Rhodankalium-Opløsning. 9,14 Ccm. er altsaa medgaaet til Fældning af Chlorbrinten. Den beregnede Mængde er 9,4. Stoffet var vanskeligt at veje og tiltog i Løbet af  $\frac{1}{4}$  Time 10 Milligram. Det har vel endnu indeholdt lidt Vand og er da en amorf Form af Dehydrochininchlorhydrat.

Det krystallinske Stof udgjorde omtrent 5 Gange saa meget som det amorge.

- I. 1,007 Gram deraf afgav ved  $110^\circ$  0,1465 Gram og tabte ikke yderligere ved Opvarmning til  $120^\circ$ . Vandindholdet er da 14,5 %, hvad der dog ikke passer, idet 3 Mol. Vand = 13,0 % og 4 Mol. = 16,7 %. Chlorbrintemængden bestemtes ved Titration: Brugt 23,6 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $AgNO_3$  = 0,0861 Gram  $HCl$  = 10,01 % i det vandfrie Salt.
- II. 0,9324 Gram afgav ved Opvarmning indtil  $120^\circ$  0,1382 Gr. Vand = 14,82 %. Chlorbrinten bestemtes som ovenfor. Brugt: 22,05 Ccm.  $\frac{1}{10}$  n.  $AgNO_3$  = 0,0805 Gr.  $HCl$  = 10,13 % i det vandfrie Salt.

Beregnet: 10,18 %.

Alkaloidet af dette krystallinske Chlorhydrat smeltede ved  $181^\circ$ ; men det af det amorge fremstillede lod sig ikke bringe i krystallinsk Form. Jeg maa da antage, at noget af Alkaloidet ved Fremstillingen er overgaaet i ukrySTALLINSK Form — noget, disse Forbindelser aabenbart have stor Tilbøjelighed til — uden iøvrigt at forandre Sammensætning.

### Dehydrochininherapathit.

Ved at opløse de følgende Bestanddele efter det angivne molekulære Forhold, nemlig:



ventede jeg at faa dannet en Herapathit. Der viste sig ogsaa snart et stort, tilsyneladende krystallinsk Bundfald, der var brunt, kornet (ikke sammenhængende tjæreagtigt) og let at udvaske. I tynde Lag paa Glassets Sider var det mere rødtligt; men efter Tørring ved almindelig Temperatur havde det et grønligt Skær. Under Mikroskopet viste det sig imidlertid som røde ukrystallinske Masser. Jeg opløste det i kogende Vinaand; men ved Afkøling udskilte det sig atter med samme Udseende. Det ved  $105^{\circ}$  torrede Stof analyseredes efter S. M. Jørgensens Metoder<sup>1)</sup>.

0,5746 Gram titreredes med  $\frac{1}{10}$  norm.  $Na_2 S_2 O_3$ . Brugt omtrent 11,4 Ccm.; men Resultatet var usikkert, da Opløsningen beholdt en gul Farve.

Til Bestemmelse af friere Jod + Jodbrinte toges 0,7744 Gram og behandledes som angivet Pg. 38. Brugt 19,95 Ccm.  $\frac{1}{10}$  norm.  $AgNO_3 = 0,2534$  Gram Jod = 32,71 %

Svovlsyren bestemtes i 1,0169 Gram. Det dannede Baryumsulfat vejede 0,2724 Gram = 0,1145 Gr.  $H_2 SO_4 = 11,26$  %.

Da en Dehydrochininherapathit efter Beregning maatte indeholde 32,49 % friere Jod + Jodbrinte og 12,48 %  $H_2 SO_4$ , har Stoffet ikke været rent, hvad der ikke kan forbavse, da det ikke kunde bringes i krystallinsk Form. Mærkeligt bliver det dog, at det havde en saa nær til Herapathiten svarende Sammensætning.

Dehydrochinin synes at kunne danne et Dibromadditionsprodukt,  $C_{20} H_{22} Br_2 N_2 O_2$ , der kan opfattes som Dibromchinin, men som i alt Fald er en meget ubeständig Forbindelse:

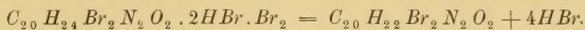
1,044 Gram vandfrit Dehydrochinin opløstes i Chloroform. Der blev lidt efter lidt tilsat 15 Ccm. af en Bromopløsning i Tetrachlormethan, hvilke 15 Ccm. ifg. foretagen Bestemmelse indeholdt 0,6008 Gr. Brom. Disse udgjorde et Overskud; thi Opløsningen blev mod Slutningen farvet gulbrun, og der udskilte sig snart et lille, gult, amorft Bundfald (Overbromid). — Den for to Atomer beregnede Brommængde er 0,518 Gram.

Til et nyt Forsøg brugtes nøjagtigt den dobbelte Mængde Alkaloid, 2,088 Gram. Der blev tilsat saa meget af Bromopløsningen, som indeholdt 1,0414 Gram Brom. Opløsningen var allerede nu lidt farvet og viste sig at indeholde et yderst ringe Bromoverskud. Den for 2 Atomer beregnede Mængde Brom er 1,036 Gram.

Det dannede Alkaloid fik jeg ved at udryste Chloroformopløsningen med fortyndet Svovlsyre. Naar den erholdte Opløsning opvarmedes, blev den brun med stærk grøn

<sup>1)</sup> K. D. V. Selsk. Skr. 5. R., nat. og math. Afd. B. XII, Pg. 9.

Fluorescens. Med kulsurt Natron gav den et graagrønt Bundfald og et grønligt, uklart Filtrat. Forbindelsen var meget ubestandig. Efter nogen Tids Henliggen gav den med syreholdigt Vand en kirsebærred Farve. I det Hele taget forholdt den sig ganske som det Produkt, jeg fik ved at behandle Chinindibromidbromhydratperbromid med Vand, hvorfor jeg antager, at der her dannes det samme Stof, nemlig Dibromchinin:



(Se herom: Om Overbromider af Chinaalkaloider. K. D. V. Selsk. Skr. 6. R., nat. og math. Afd. IX. Pg. 261).

---

Dette Arbejde er udført med Understøttelse fra Carlsberg-Fondet, i hvilken Anledning jeg herved tillader mig at bringe Fondets Direktion min bedste Tak.

*A. Christensen.*







## INDHOLD.

	Side
Fortegnelse over Selskabets Medlemmer. Januar 1902 . . . . .	V.
Juul, C. Indledning i Læren om de grafske Kurver . . . . .	1.
Billmann, Einar. Bidrag til de organiske Kvægsolyforbindelsers Kemi . . . . .	91.
Rostrup, E. og Samsoe Lund. Marktidsele, <i>Cirsium arvense</i> . En Monografi . . . . .	149.
Christensen, A. Om Bromderivater af Chinaalkaloiderne og om de gennem disse dannede brintfattere Forbindelser . . . . .	317